

## 7 REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES LOGARÍTMICAS

## 1. Representa:

a)  $y = \ln(x^2 + 4)$

- **Dominio:**  $x^2 + 4 > 0$  para cualquier  $x \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- **Simetrías:** Es par, simétrica respecto eje Y
- **Asíntotas:**

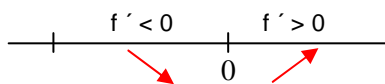
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 4)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x}{x^2 + 4}}{1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x^2 + 4} = 0$$

No tiene asíntotas.

- **Cortes con los ejes:**  $x = 0 \Rightarrow y = \ln 4$

- **Crecimiento:**

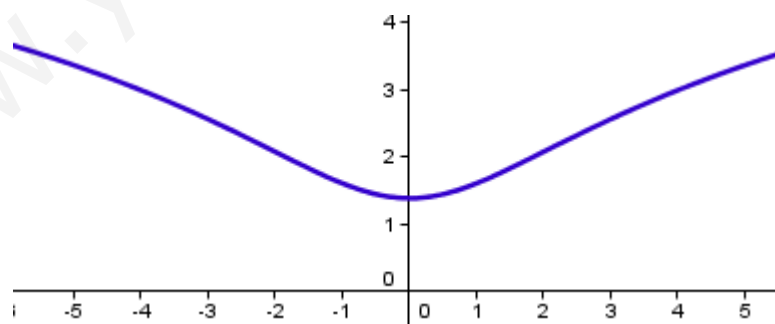
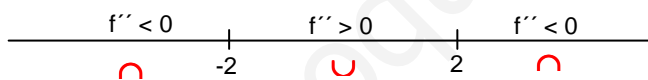
$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 4} = 0 \text{ si } x = 0$$



Mínimo:  $(0, \ln 4)$

- **Curvatura:**

$$f''(x) = \frac{2(x^2 + 4) + 2x \cdot 2x}{(x^2 + 4)^2} = \frac{8 - 2x^2}{(x^2 + 4)^2} = 0 \text{ si } 8 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = 2, x = -2$$



b)  $y = \ln(x^2 - 1)$ 

• **Dominio:**  $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow \text{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

• **Simetrías:** Es par, simétrica respecto eje Y

• **Asíntotas:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 - 1)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x}{x^2 - 1}}{1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x^2 - 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$$

Asíntotas verticales:  $x = -1, x = 1$ .

• **Cortes con los ejes:**

- **Eje X:**  $y = 0 \Rightarrow \ln(x^2 - 1) = 1 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

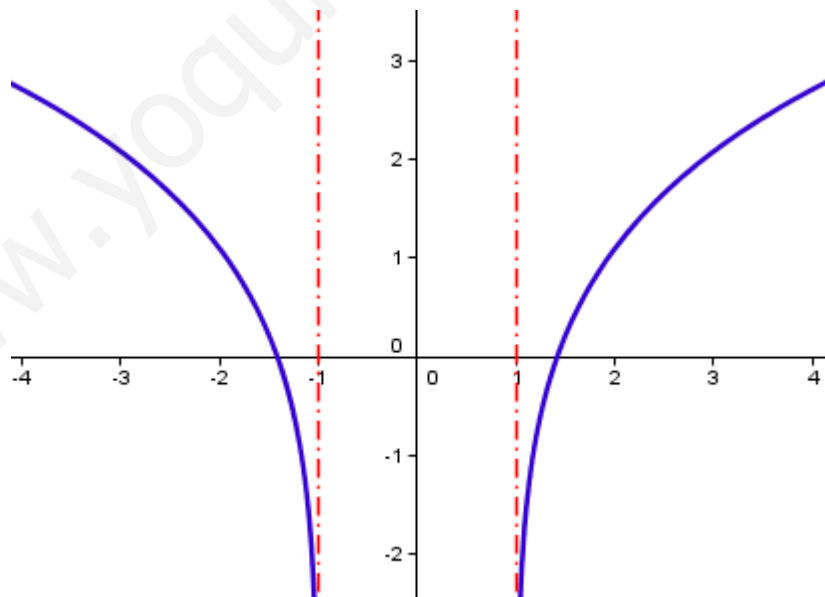
• **Crecimiento:**

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 1} = 0 \text{ si } x = 0 \text{ (no válido)}$$

$$f'(x) < 0 \text{ si } x < -1 ; f'(x) > 0 \text{ si } x > 1$$

• **Curvatura:**

$$f''(x) = \frac{2(x^2 - 1) - 2x \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-2 - 2x^2}{(x^2 - 1)^2} > 0 \Rightarrow f \text{ convexa}$$



c)  $y = \frac{\ln x}{x}$

• **Dominio:**  $\text{Dom}(f) = (0, +\infty)$

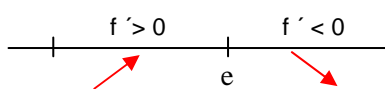
• **Asíntotas:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \stackrel{\text{L'H}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ asíntota horizontal cuando } x \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0 \text{ A.V.}$$

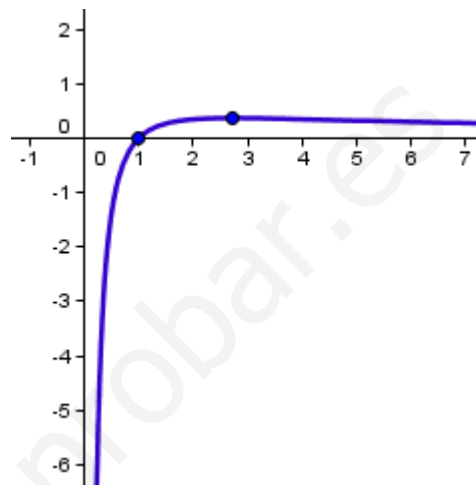
• **Crecimiento:**

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$$



$$x = e \Rightarrow y = \frac{1}{e} \Rightarrow \left(e, \frac{1}{e}\right) \text{ máximo}$$

$$\text{Corte ejes: } x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (1, 0)$$



d)  $y = x \cdot \ln x$

• **Dominio:**  $\text{Dom}(f) = (0, +\infty)$

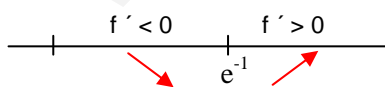
• **Asíntotas:**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \stackrel{\text{L'H}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ A.V.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

• **Crecimiento:**

$$y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = 1 + \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1}$$



$$x = e^{-1} \Rightarrow y = \frac{1}{e} \Rightarrow \left(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e}\right) \text{ mínimo}$$

$$\text{Corte ejes: } x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (1, 0)$$

