

1º.- Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z = 2 \\ x - 3y + z = 10 \\ x + y + az = -2 \end{array} \right\}$$

- determinar razonadamente para qué valores de "a" el sistema es compatible determinado.
- Estudiar razonadamente si hay algún valor de "a" para el que el sistema sea compatible indeterminado
- Encontrar la s solución del sistema cuando $a = 3$

Solución:

a)

Dado que $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = 7a - 5$ y $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 10 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 12$, el sistema es compatible y

determinado para todo $a \neq \frac{5}{7}$, dado que en este caso el rangote la matriz de coeficientes y el de la matriz ampliada coinciden (compatibilidad) y su valor es 3 que es el número de incógnitas.

b) El sistema no puede ser nunca compatible e indeterminado pues el rango de la matriz ampliada siempre es 3, independientemente del valor de "a"

c)

Para $a = 3$ el sistema toma la forma:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z = 2 \\ x - 3y + z = 10 \\ x + y + 3z = -2 \end{array} \right\} \text{ que como hemos visto en el apartado a) es compatible determinado.}$$

Para solucionarlo aplicamos la regla de Cramer

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 10 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{12}{-26} = \frac{-6}{13} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}}{-26} = \frac{-56}{-26} = \frac{28}{13}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 10 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{-26} = \frac{-36}{13}$$

2°.- a) Escribir la ecuación general del plano que pasa por los puntos $A(0,1,1)$, $B(-3,0,1)$ y $C(-2,2,2)$

b) Escribir la ecuación de la rectas que pasan por el punto $D(0,2,2)$ y por los puntos $E(a,0,0)$, siendo a cualquier número

c) ¿Qué valor debe tomar a para que la recta y el plano sean paralelos.

Solución:

a) La ecuación del plano buscado es:

$$\begin{vmatrix} x-0 & 3 & -2 \\ y-1 & 1 & 1 \\ z-1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x+3y+5z-8=0$$

b) el vector $\overline{ED} = [a, 2, 2]$ es director de la recta, luego:

$$\begin{cases} x = a\lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$$

es la ecuación de todas las rectas buscadas.

c) de todas estas rectas encontradas, aquellas que es paralela al plano debe cumplir:

$$[1, 3, 5] \cdot [a, 2, 2] = 0 \Leftrightarrow a + 16 = 0 \Rightarrow a = -16$$

3°.-Hallar las constantes a y b para que $f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ b & \text{si } x = 0 \\ \frac{\text{sen}2x}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Sea una función continua para todo valor real

Solución:

La función es continua dentro de cada rama independientemente de los valores que tomen a y b . Para que lo sea en los puntos de salto:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = b = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+a}{x+1} = a \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}2x}{x} = 2 \end{cases} \Rightarrow b = a = 2$$

Luego la función es siempre continua cuando a y b valen 2

4°.- La concentración en sangre de un fármaco después de su toma es $C(t) = 0,29483t + 0,04253t^2 - 0,00035t^3$ mg/ml, donde t es el tiempo transcurrido en minutos. Se pide:

- Calcular el periodo de tiempo durante el cuál el fármaco actúa
- Determinar en qué instante la concentración del fármaco es máxima

(selectividad junio-05)

Solución:

- a) El fármaco actúa durante el tiempo en que hay concentración del mismo en la sangre, lo que podemos traducir como

$$C(t) = 0,29483t + 0,04253t^2 - 0,00035t^3 \geq 0$$

que es positiva en el intervalo $[0,128]$, luego se espera que el fármaco actúa durante 128 minutos aproximadamente.

b) $C'(t) = 0,29483 + 0,08506t - 0,00105t^2$

que igualando a cero y resolviendo: $\begin{cases} t \cong -3,33 \\ t \cong 84,34 \end{cases}$

$$C''(t) = 0,0856t - 0,0021t \Rightarrow \begin{cases} C''(-3,33) > 0 \\ C''(84,34) < 0 \end{cases}$$

Luego en el instante $t = 84,34$ minutos se produce la concentración máxima

5°.- Calcular el área limitada por las curvas $y = x^2 + 1$, $y = 4x + 1 - x^2$

Solución:

Las curvas se cortan en

$$x^2 + 1 = 4x + 1 - x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Luego el área buscada es:

$$S = \int_0^2 (4x + 1 - x^2 - 1 - x^2) dx = \frac{8}{3} \text{ u.de a.}$$