

1.- Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9} \right)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$

2.- Halla los valores de a y b para que las funciones sean continuas en  $\mathbb{R}$  :

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{6-x}{2} & \text{si } x < 2 \\ x^2 + ax & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} ax - b & \text{si } x < -1 \\ ax^2 - bx + 3 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ -bx^3 + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$

3.- a) Dibuja de forma esquemática la gráfica de una función que tenga en un punto  $x=a$  una discontinuidad evitable y en otro punto  $x=b$  una discontinuidad de salto infinito.

b) Pon un ejemplo de una función cuyo límite en más infinito sea 3.

4.- Se divide un segmento de longitud  $L=20$  cm en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

5.- Sea la función  $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

(a) Determina a, b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado  $[0, 4]$ , derivable en el intervalo abierto  $(0, 4)$  y que  $f(0) = f(4)$ .

(b) ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

$$f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x}}$$

6.- Sea  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

(a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que alcanzan).

(b) Calcula el punto de inflexión de la gráfica de f.

7.- De la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  se sabe que tiene un máximo en  $x = -1$ , y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa  $x = -2$  y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa  $x = 0$ . Calcula a, b, c y d

sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$  tiene pendiente 9.

8.-

$$I = \int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1} dx.$$

Considera la integral definida

(a) Exprésala aplicando el cambio de variable  $\sqrt{1+x}-1 = t$ .  
Calcula  $I$ .

2.- Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} 1+ax & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- a) Determina el valor de  $a$  sabiendo que  $f$  es derivable.  
b) Haz un esbozo de la gráfica de  $f$ .

c) Calcula  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

10.- De la función  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f'(x) = 3/(x+1)^2$  y que  $f(2) = 0$ .

- (a) Determina  $f$ .  
(b) Halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(0,1)$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x} & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ \frac{x^2 - \beta}{2} & \text{si } -1 < x < 0 \end{cases}$$

**11.-** Sea  $f : (-2, 0) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida mediante

(a) Determina  $\alpha$  y  $\beta$  sabiendo que  $f$  es derivable.  
(b) Calcula  $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$

**12.-** Calcula

(a)  $\int \frac{3x+4}{x^2+1} dx$ .

(b)  $\int_1^e x^2 \ln(x) dx$