

Problema 1 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} 3X - 2Y = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3X - 2Y = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \end{cases} \implies \begin{cases} X = \begin{pmatrix} 8/5 & -1/5 \\ 6/5 & 13/5 \end{pmatrix} \\ Y = \begin{pmatrix} 2/5 & -4/5 \\ 4/5 & 12/5 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Problema 2 Resolver la ecuación matricial $AX + B = C + X$. Donde

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$AX + B = C + X \implies AX - X = C - B \implies X = (A - I)^{-1}(C - B)$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad (A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & -3/16 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$C - B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = (A - I)^{-1}(C - B) = \begin{pmatrix} 1/4 & -3/16 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 3/8 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$$

Problema 3 Calcular el siguiente sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 3z = 8 \\ 2x + y + 4z = 10 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 3z = 8 \\ 2x + y + 4z = 10 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$$

Problema 4 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Solución:

$A \cdot A$ y $A \cdot B$ no se pueden multiplicar.

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 10 & -4 \\ 4 & -3 & -2 & 11 \end{pmatrix}, \quad B \cdot B = \begin{pmatrix} 23 & 16 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$$