

Examen derivadas y aplicaciones

Nombre:

1. (2p) Calcula las primeras derivadas de las siguientes funciones:

(a) $y = (2x + 3) \tan x$

(b) $y = \cos^2(x^3 - 5)$

(c) $y = \frac{e^{2x}}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(d) $y = x^{\sin x}$

2. (2p) Calcula los límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + \sqrt{x}) \frac{1}{\ln x}$

3. (2.5p) Dada la función $f(x) = 3x^3 - 36x + 2$ se pide:

(a) Determinar las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos.

(b) Enuncia el teorema del valor medio de Lagrange. Analiza si es posible aplicarlo a la función $f(x)$ en el intervalo $[-2, 2]$ y, en caso afirmativo, calcula en qué puntos se verifica la teoría del teorema en dicho intervalo.

4. (1,5p) Esboza la gráfica de la función $f(x) = xe^{2x}$, indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y puntos de inflexión.

5. (2p) Se dispone de 1200 m^2 de chapa para construir un depósito en forma de prisma recto de base cuadrada, que no incluya la tapa superior. Halla el lado de su base x , y su altura y , de manera que el volumen que pueda almacenar sea máximo. Calcula dicho volumen.