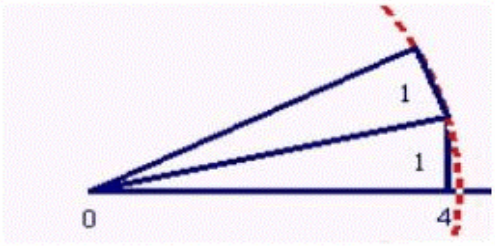
EJERCICIO 5 : Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt{46}$

Solución:

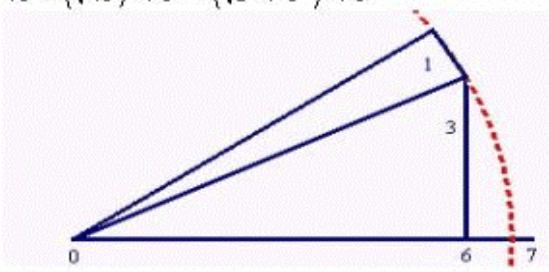
a) $\sqrt{18}$

$18 = \left(\sqrt{17}\right)^2 + 1^2 = \left(\sqrt{4^2+1^2}\right)^2 + 1^2$



b) $\sqrt{46}$

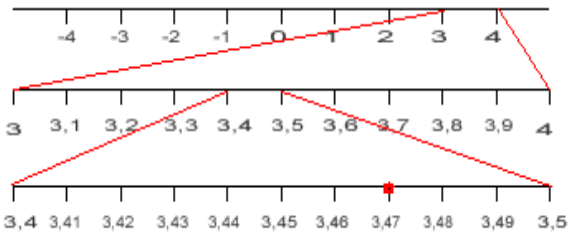
$46 = \left(\sqrt{45}\right)^2 + 1^2 = \left(\sqrt{3^2+6^2}\right)^2 + 1^2$



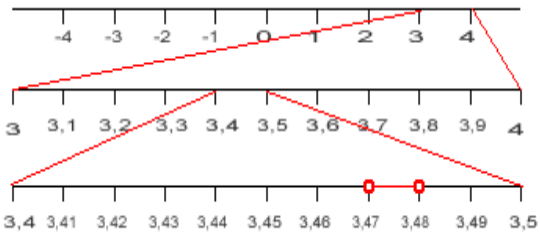
EJERCICIO 6 : Representa en la recta real: a) 3,47 b) 3,4777777….

Solución:

a)



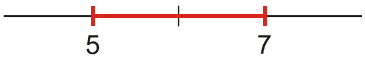
b)



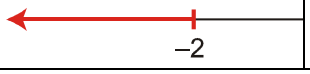
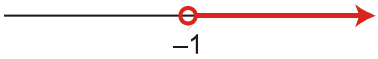
INTERVALOS Y SEMIRECTAS

EJERCICIO 7 : Escribe en todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas:

a) $\{x \,/\, -2 \le x < 3\}$ b) $(-\infty, -2]$ c) Números mayores que -1 d)



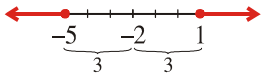
Solución:

a) $[-2, 3)$ Intervalo semiabierto Números comprendidos entre -2 y 3, incluido -2 	b) $\{x \,/\, x \le -2\}$ Semirrecta Números menores o iguales que -2 	c) $(-1, +\infty)$ Semirrecta $\{x \,/\, x > -1\}$ 	d) $[5, 7]$ Intervalo cerrado $\{x \,/\, 5 \le x \le 7\}$ Números comprendidos entre 5 y 7, ambos incluidos.

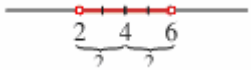
EJERCICIO 8 : Escribe en forma de intervalos los valores de x que cumplen: a) $|x+2| \ge 3$ b) $|x-4| < 2$

Solución:

a) Son los números de $(-\infty, -5\,] \cup [\,1, +\infty)$.



b) Es el intervalo $(2, 6)$



FRACCIONES, POTENCIAS Y DECIMALES

EJERCICIO 9 :

a) Opera y simplifica el resultado: $\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + 1{,}1\hat{6} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right]$ **b) Simplifica:** $\frac{2^{-5} \cdot 4^2}{2^{-1}}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 1{,}1\hat{6}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{rl} 100N = & 116,666... \\ -\ \ 10N = & \ \ 11,666... \\ \hline 90N = 105 & \rightarrow \quad N = \dfrac{105}{90} = \dfrac{7}{6} \end{array}$$

- Operamos y simplificamos:

$$\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + \frac{7}{6} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2} + \frac{3}{4}\right] = \frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right] = \frac{-1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} - 1 = = \frac{-6}{12} + \frac{15}{12} + \frac{14}{12} - \frac{12}{12} = \frac{11}{12}$$

b) $\dfrac{2^{-5} \cdot 4^{2}}{2^{-1}} = \dfrac{2^{-5} \cdot 2^{4}}{2^{-1}} = \dfrac{2^{-1}}{2^{-1}} = 1$

EJERCICIO 10 :

a) Calcula y simplifica el resultado: $\boldsymbol{\frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 0,8\widehat{3} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right]}$ **b) Simplifica:** $\boldsymbol{3^{6} \cdot 3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 0,8\widehat{3}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{rl} 100N = & 83,333... \\ -\ \ 10N = & \ \ 8,333... \\ \hline 90N = 75 & \rightarrow \quad N = \dfrac{75}{90} = \dfrac{5}{6} \end{array}$$

- Operamos y simplificamos:

$$\frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = = \frac{-4}{6} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = 0$$

b) $3^{6} \cdot 3^{-5} \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-4} = 3^{6} \cdot 3^{-5} \cdot 3^{4} = 3^{5} = 243$

EJERCICIO 11

a) Efectúa y simplifica: $\boldsymbol{\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 1,1\widehat{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right]}$ **b) Reduce a una sola potencia:** $\boldsymbol{\frac{3^{-5} \cdot 9^{4}}{3^{-6} \cdot 3^{0}}}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 1,1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{rl} 100N = & 116,666... \\ -\ \ 10N = & \ \ 11,666... \\ \hline 90N = 105 & \rightarrow \quad N = \dfrac{105}{90} = \dfrac{7}{6} \end{array}$$

- Operamos y simplificamos:

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right] = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right] = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} + \frac{7}{6} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = = \frac{3}{12} - \frac{27}{12} + \frac{14}{12} - \frac{6}{12} + \frac{10}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

b) $\dfrac{3^{-5} \cdot 9^{4}}{3^{-6} \cdot 3^{0}} = \dfrac{3^{-5} \cdot 3^{8}}{3^{-6} \cdot 1} = 3^{9}$

EJERCICIO 12

a) Opera y simplifica: $\boldsymbol{2,1\widehat{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{2} - \left[\left(\frac{-1}{2}\right)^{2} + \frac{3}{8}\right]}$ **b) Reduce a una sola potencia y calcula:** $\boldsymbol{\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{3} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 2,1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{rl} 100N = & 216,666... \\ -\ \ 10N = & \ \ 21,666... \\ \hline 90N = 195 & \rightarrow \quad N = \dfrac{195}{90} = \dfrac{13}{6} \end{array}$$

- Operamos y simplificamos:

$$\frac{13}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{-3}{2}-\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\frac{3}{8}\right]=\frac{13}{6}-\frac{3}{8}-\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right]=\frac{13}{6}-\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{3}{8}==\frac{52}{24}-\frac{9}{24}-\frac{6}{24}-\frac{9}{24}=\frac{28}{24}=\frac{7}{6}$$

b) $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^3:\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}=\left[\left(\frac{5}{3}\right)^3:\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^{-1}=\left[\left(\frac{5}{3}\right)^1\right]^{-1}=\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{5}$

RADICALES

<u>EJERCICIO 13</u> : Expresa en forma de potencia, efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt{a^7}$ **b)** $\sqrt[5]{2^3}:\sqrt{2}$ **c)** $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt{3^4}$ **d)** $\dfrac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$ **e)** $\sqrt[6]{x^4}\cdot\sqrt[3]{x^2}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt{a^7}=a^{1/3}\cdot a^{7/2}=a^{23/6}=a^3\sqrt[6]{a^5}$

b) $\sqrt[5]{2^3}\div\sqrt{2}=2^{3/5}\div 2^{1/2}=2^{1/10}=\sqrt[10]{2}$

c) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt{3^4}=3^{1/4}\cdot 3^{4/2}=3^{1/4}\cdot 3^2=3^{9/4}=3^2\sqrt[4]{3}=9\sqrt[4]{3}$

d) $\dfrac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}=\dfrac{a^{3/2}}{a^{2/3}}=a^{5/6}=\sqrt[6]{a^5}$

e) $\sqrt[6]{x^4}\cdot\sqrt[3]{x^2}=x^{4/6}\cdot x^{2/3}=x^{2/3}\cdot x^{2/3}=x^{4/3}=\sqrt[3]{x^4}=x\sqrt[3]{x}$

<u>EJERCICIO 14</u> : Efectúa y simplifica:

a) $\sqrt{\dfrac{2}{27}}\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ **b)** $\sqrt{48}-2\sqrt{12}$ **c)** $\dfrac{2+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$ **d)** $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$

Solución:

a) $\sqrt{\frac{2}{27}}\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3}{27\cdot 2}}=\sqrt{\frac{3}{3^3}}=\sqrt{\frac{1}{3^2}}=\frac{1}{3}$

b) $\sqrt{48}-2\sqrt{12}=\sqrt{2^4\cdot 3}-2\sqrt{2^2\cdot 3}=4\sqrt{3}-4\sqrt{3}=0$

c) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\dfrac{\left(2+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{6-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2}{9-2}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{7}$

d) $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{6}+3\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{18}+9}{4\cdot 3}=\dfrac{\sqrt{2\cdot 3^2}+9}{12}==\dfrac{3\sqrt{2}+9}{12}=\dfrac{3\sqrt{2}}{12}+\dfrac{9}{12}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{\sqrt{2}+3}{4}$

<u>EJERCICIO 15</u> : Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{\dfrac{48}{75}}\cdot\sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{108}-\sqrt{147}$ **c)** $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ **d)** $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

Solución:

a) $\sqrt{\frac{48}{75}}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{\frac{48\cdot 2}{75}}=\sqrt{\frac{2^4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 5^2}}=\frac{4}{5}\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{5}$

b) $\sqrt{108}-\sqrt{147}=\sqrt{2^2\cdot 3^3}-\sqrt{3\cdot 7^2}=6\sqrt{3}-7\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

c) $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\left(2\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{6+\sqrt{18}}{3}=\dfrac{6+\sqrt{2\cdot 3^2}}{3}=\dfrac{6+3\sqrt{2}}{3}=2+\sqrt{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=\dfrac{2+1-2\sqrt{2}}{2-1}=3-2\sqrt{2}$

LOGARITMOS

EJERCICIO 16 : Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que *log k* = 1,2:

a) $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ **b)** $\log\left(100k^3\right)$ **c)** $\log \frac{100}{k^2}$

Solución:

a) $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000} = \log \sqrt[4]{k} - \log 1000 = \log k^{1/4} - \log 10^3 = = \frac{1}{4}\log k - 3 = \frac{1}{4}\cdot 1,2 - 3 = 0,3 - 3 = -2,7$

b) $\log\left(100k^3\right) = \log 100 + \log k^3 = \log 10^2 + 3\log k = 2 + 3\cdot 1,2 = 2 + 3,6 = 5,6$

c) $\log \frac{100}{k^2} = \log 100 - \log k^2 = \log 10^2 - 2\log k = = 2 - 2\cdot 1,2 = 2 - 2,4 = -0,4$

EJERCICIO 17 : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión utilizando las propiedades de los logaritmos:

$3\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 8 - \frac{1}{2}\ln 25$

Solución: $3\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 8 - \frac{1}{2}\ln 25 = \ln 2^3 + \ln \sqrt[3]{8} - \ln\sqrt{25} = = \ln 8 + \ln 2 - \ln 5 = \ln(8\cdot 2) - \ln 5 = \ln 16 - \ln 5 = \ln\frac{16}{5}$

EJERCICIO 18 : Si sabemos que *log k* = 0,9, calcula: $\log \frac{k^3}{100} - \log\left(100\sqrt{k}\right)$

Solución: $\log \frac{k^3}{100} - \log\left(100\sqrt{k}\right) = \log k^3 - \log 100 - \left(\log 100 + \log\sqrt{k}\right) = = 3\log k - \log 100 - \log 100 - \log k^{1/2} =$

$= 3\log k - 2\log 100 - \frac{1}{2}\log k = \frac{5}{2}\log k - 2\log 100 = = \frac{5}{2}\cdot 0,9 - 2\cdot 2 = 2,25 - 4 = -1,75$

EJERCICIO 19 : Sabiendo que *ln* 2 ≈ 0,69, calcula el logaritmo neperiano de: a) 4 b) $\sqrt{2}$ **c)** $\sqrt[4]{8}$

Solución:

a) $\ln 4 = \ln 2^2 = 2\ln 2 \approx 2\cdot 0,69 = 1,38$ b) $\ln\sqrt{2} = \ln 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ln 2 \approx \frac{1}{2}\cdot 0,69 = 0,345$ c) $\ln\sqrt[4]{8} = \ln 2^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}\ln 2 \approx \frac{3}{4}\cdot 0,69 = 0,5175$

EJERCICIO 20 : Halla el valor de *x*, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_x 16 = 4$ **b)** $\log_3 x = 4$ **c)** $\log_2 64 = x$ **d)** $\log_x 64 = 3$

e) $\log_2 x = 5$ **f)** $\log_x 27 = 3$ **g)** $\log_2 32 = x$ **h)** $\log_3 x = 3$

Solución:

a) $\log_x 16 = 4 \rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x = 2$ b) $\log_3 x = 4 \rightarrow 3^4 = x \rightarrow x = 81$

c) $\log_2 64 = x \rightarrow 2^x = 64 \rightarrow x = 6$ d) $\log_x 64 = 3 \rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = 4$

e) $\log_2 x = 5 \rightarrow 2^5 = x \rightarrow x = 32$ f) $\log_x 27 = 3 \rightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$

g) $\log_2 32 = x \rightarrow 2^x = 32 \rightarrow x = 5$ h) $\log_3 x = 3 \rightarrow 3^3 = x \rightarrow x = 27$

EJERCICIO 21 : Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3\sqrt{27} - \ln 1$ **b)** $\log_2 32 + \log_3\sqrt[3]{81} - \ln\frac{1}{e^2}$ **c)** $\log_3 \frac{1}{81} + \log_2\sqrt{8} - \ln e$ **d)** $\log_5 125$

e) $\log \frac{1}{1\,000}$ **f)** $\log_4 16 + \log_3\sqrt[5]{81} - \ln 1$ **g)** $\log_7 343 + \log_2\sqrt{32} - \log_{1/2}\left(\frac{1}{2}\right)$ **h)** $\log_2\sqrt{2}$

Solución:

a) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3\sqrt{27} - \ln 1 = \log_2 2^{-3} + \log_3 3^{3/2} - \ln 1 = -3 + \frac{3}{2} - 0 = \frac{-3}{2}$

b) $\log_2 32+\log_3 \sqrt[3]{81}-\ln\frac{1}{e^2}=\log_2 2^5+\log_3 3^{4/3}-\ln e^{-2}=5+\frac{4}{3}-(-2)=5+\frac{4}{3}+2=\frac{25}{3}$

c) $\log_3\frac{1}{81}+\log_2\sqrt{8}-\ln e=\log_3 3^{-4}+\log_2 2^{3/2}-\ln e=-4+\frac{3}{2}-1=\frac{-7}{2}$

d) $\log_5 125=\log_5 5^3=3$ e) $\log\frac{1}{1\,000}=\log 10^{-3}=-3$

f) $\log_4 16+\log_3\sqrt[5]{81}-\ln 1=\log_4 4^2+\log_3 3^{4/5}-\ln 1=2+\frac{4}{5}-0=\frac{14}{5}$

g) $\log_7 343+\log_2\sqrt{32}-\log_{1/2}\left(\frac{1}{2}\right)=\log_7 7^3+\log_2 2^{5/2}-\log_{1/2}\left(\frac{1}{2}\right)=3+\frac{5}{2}-1=\frac{9}{2}$

h) $\log_2\sqrt{2}=\log_2 2^{1/2}=\frac{1}{2}$

<u>EJERCICIO 22</u> : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión, utilizando las propiedades de los logaritmos:

$3\log 2+\log 5+\log\frac{1}{25}-\log 4$

Solución:

$3\log 2+\log 5+\log\frac{1}{25}-\log 4=\log 2^3+\log 5+\log\frac{1}{25}-\log 4==\log 8+\log 5+\log\frac{1}{25}-\log 4=\log\frac{8\cdot 5}{25\cdot 4}=\log\frac{2}{5}=-0,40$

<u>EJERCICIO 23</u> : Si $\ln k=0,7$, calcula el valor de la siguiente expresión: $\ln\frac{\sqrt[3]{k}}{10}+\ln\left(10k^2\right)$

Solución: $\ln\frac{\sqrt[3]{k}}{10}+\ln\left(10k^2\right)=\ln\sqrt[3]{k}-\ln 10+\ln 10+\ln k^2==\ln k^{1/3}+2\ln k=\frac{1}{3}\ln k+2\ln k=\frac{7}{3}\ln k==\frac{7}{3}\cdot 0,7=1,63$

<u>EJERCICIO 24</u> : Sabiendo que $\log 7=0,85$, calcula (sin utilizar la calculadora): a) $\log 700$ b) $\log 49$ c) $\log\sqrt[3]{7}$

Solución: a) $\log 700=\log(7\cdot 100)=\log 7+\log 100=0,85+2=2,85$

b) $\log 49=\log 7^2=2\log 7=2\cdot 0,85=1,7$ c) $\log\sqrt[3]{7}=\log 7^{1/3}=\frac{1}{3}\log 7=\frac{1}{3}\cdot 0,85=0,28$

<u>EJERCICIO 25</u> : Sabiendo que $\log 3=0,48$, calcula (sin utilizar la calculadora) el logaritmo (en base 10) de cada uno de estos números: a) 30 b) 9 c) $\sqrt[5]{9}$

Solución: a) $\log 30=\log(3\cdot 10)=\log 3+\log 10=0,48+1=1,48$

b) $\log 9=\log 3^2=2\log 3=2\cdot 0,48=0,96$ c) $\log\sqrt[5]{9}=\log 3^{2/5}=\frac{2}{5}\log 3=\frac{2}{5}\cdot 0,48=0,192$

<u>EJERCICIO 26 :</u>

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_2 256-\log_3\sqrt[3]{3}+\log_2\sqrt{2}$

b) Halla el valor de x, aplicando las propiedades de los logaritmos: $\log x=3\log 2-2\log 3$

Solución:

a) $\log_2 2^8-\log_3 3^{1/3}+\log_2 2^{1/2}=8-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{49}{6}$ b) $\log x=\log 2^3-\log 3^2=\log\frac{2^3}{3^2}=\log\frac{8}{9}\Rightarrow x=\frac{8}{9}$

<u>EJERCICIO 27</u>

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_{\sqrt{2}}2-\log_3\frac{1}{27}+\log_2 1$

b) Halla el valor de x en la expresión: $\log x^2=-4$, **sabiendo que** $x>0$.

Solución:

a) $log_{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}\right)^2 - log_3 3^{-3} + log_2 1 = 2-(-3)+0 = 2+3 = 5$

b) $log x^2 = -4 \;\Rightarrow\; x^2 = 10^{-4} \;\Rightarrow\; x^2 = \frac{1}{10^4} \;\Rightarrow\; x = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

EJERCICIO 28

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $log\frac{1}{10} + log_2\sqrt{32} - log_2\frac{1}{4}$

b) Sabiendo que $log k = 1{,}1$ **calcula** $log\left(10k^3\right)$.

Solución:

a) $log 10^{-1} + log_2 2^{5/2} - log_2 2^{-2} = -1+\frac{5}{2}-(-2) = -1+\frac{5}{2}+2 = \frac{7}{2}$

b) $log\left(10k^3\right) = log 10 + log k^3 = log 10 + 3 log k = 1+3\cdot 1{,}1 = 1+3{,}3 = 4{,}3$

EJERCICIO 29

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $log_3\frac{1}{9} - log_3\sqrt{3} + log_3 81$

b) Calcula el valor de x**, aplicando las propiedades de los logaritmos:** $log\, x = log 102 - log 34$

Solución:

a) $log_3 3^{-2} - log_3 3^{1/2} + log_3 3^4 = -2-\frac{1}{2}+4 = \frac{3}{2}$

b) $log x = log\frac{102}{34} \;\Rightarrow\; x = \frac{102}{34} = 3$

EJERCICIO 30

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $log_7 2401 - log_3\frac{1}{\sqrt{3}} + log_2\sqrt[5]{8}$

b) Si $log\, k = 0{,}7$ **calcula** $log\left(\frac{\sqrt[3]{k}}{100}\right)$.

Solución:

a) $log_7 7^4 - log_3 3^{-1/2} + log_2 2^{3/5} = 4-\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{5} = 4+\frac{1}{2}+\frac{3}{5} = \frac{51}{10}$

b) $log\frac{\sqrt[3]{k}}{100} = log\sqrt[3]{k} - log 100 = log k^{1/3} - log 10^2 = \frac{1}{3}log k - 2 log 10 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}7 - 2\cdot 1 = 0{,}23-2 = -1{,}77$

ERRORES Y COTAS

EJERCICIO 31 : Halla los errores y cotas de los errores al aproximar el número π a las centésimas.

Valor real π = 3,14159265……
Valor de medición: 3,14

Error absoluto = |Valor real – Valor de medición| = |3,14159265…… - 3,14| = 0,00159265……< 0,002 = 2.10^{-3}

Error relativo = $\frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{2.10^{-3}}{\pi} = 6{,}366197724...10^{-4} < 6{,}37.10^{-4}$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

EJERCICIO 32 : Los valores de A, B **y** C **son:** $A = 2{,}28\cdot 10^7$ $\quad B = 2\cdot 10^{-4}$ $\quad C = 4{,}3\cdot 10^5$

Calcula : $\frac{A}{B} + A\cdot C$

Solución: $\frac{A}{B} + A\cdot C = \frac{2{,}28\cdot 10^7}{2\cdot 10^{-4}} + \left(2{,}28\cdot 10^7\right)\cdot\left(4{,}3\cdot 10^5\right) =$

$= 1{,}14\cdot 10^{11} + 9{,}804\cdot 10^{12} = 1{,}14\cdot 10^{11} + 98{,}04\cdot 10^{11} = 99{,}18\cdot 10^{11} = 9{,}918\cdot 10^{12}$

EJERCICIO 33 : Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a) $\dfrac{3,7\cdot 10^{12}-4,2\cdot 10^{11}+28\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}}$ b) $\dfrac{\left(2,4\cdot 10^{-5}\right)^2+3,1\cdot 10^{-8}}{2\cdot 10^{-12}}$

Solución:

a) $\dfrac{3,7\cdot 10^{12}-4,2\cdot 10^{11}+28\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}}=\dfrac{370\cdot 10^{10}-42\cdot 10^{10}+28\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}}=$

$=\dfrac{(370-42+28)\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}}=\dfrac{356\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}}=296,67\cdot 10^{14}=2,9667\cdot 10^{16}\approx 2,97\cdot 10^{16}$

b) $\dfrac{\left(2,4\cdot 10^{-5}\right)^2+3,1\cdot 10^{-8}}{2\cdot 10^{-12}}=\dfrac{5,76\cdot 10^{-10}+3,1\cdot 10^{-8}}{2\cdot 10^{-12}}==\dfrac{5,76\cdot 10^{-10}+310\cdot 10^{-10}}{2\cdot 10^{-12}}=\dfrac{315,76\cdot 10^{-10}}{2\cdot 10^{-12}}=157,88\cdot 10^{2}=$

$=1,5788\cdot 10^{4}\approx 1,58\cdot 10^{4}$

EJERCICIO 34 : Una vacuna tiene 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una?

Solución:

10^8 bacterias/cm^3 y 80 mm^3 = $8\cdot 10^{-2}$ cm^3

$120\cdot 8\cdot 10^{-2}=9,6$ cm^3 en una caja.

$9,6\cdot 10^8$ número de bacterias en una caja.

EJERCICIO 35 :

a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4 500 000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros.

b) ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros por término medio? Exprésalo en kilómetros.

Solución:

a) 5 l = 5dm^3 = $5\cdot 10^6$ mm^3 de sangre

$4,5\cdot 10^6\cdot 5\cdot 10^6=2,25\cdot 10^{13}$ número de glóbulos rojos

b) $2,25\cdot 10^{13}\cdot 8\cdot 10^{-3}=1,8\cdot 10^{11}$ mm = 180 000 km

USO DE LA CALCULADORA

EJERCICIO 36 : Utilizando la calculadora, halla:

a) $\sqrt[5]{16\,807}$ **b)** $\dfrac{3,4\cdot 10^{-7}+2,8\cdot 10^{-6}}{4,2\cdot 10^{-4}}$ **c)** $log_7 390$ **d)** $9,2\cdot 10^{-12}+3,8\cdot 10^{-15}-2,64\cdot 10^{-14}$

e) $log_5 27+ln\ 32$ **f)** $\left(4,31\cdot 10^{8}\right):\left(3,25\cdot 10^{-4}\right)+7\cdot 10^{11}$ **g)** $log_3 25$ **h)** $\dfrac{5,25\cdot 10^{9}+2,32\cdot 10^{8}}{2,5\cdot 10^{-12}}$

Solución:

a) 16 807 **SHIFT** **[$x^{1/y}$]** 5 **= 7** Por tanto: $\sqrt[5]{16\,807}=7$

b) **(** 3.4 **EXP** 7 **+/– +** 2.8 **EXP** 6 **+/–**) **÷** 4.2 **EXP** 4 **+/– = 7.476190476^{-03}** Por tanto: $\dfrac{3,4\cdot 10^{-7}+2,8\cdot 10^{-6}}{4,2\cdot 10^{-4}}=7,48\cdot 10^{-3}$

c) ***log*** 390 ÷ *log* 7 **= 3.06599292** Por tanto: $log_7 390=3,07$

d) 9.2 **EXP** 12 **+/– +** 3.8 **EXP** 15 **+/– –** 2.64 **EXP** 14 **+/– = 9.1774^{-12}**

Por tanto: $9,2\cdot 10^{-12}+3,8\cdot 10^{-15}-2,64\cdot 10^{-14}=9,18\cdot 10^{-12}$

e) *log* 27 ÷ *log* 5 + *ln* 32 **= 5.513554486** Por tanto: $log_5 27+ln\ 32\approx 5,51$

f) 4.31 **EXP** 8 ÷ 3.25 **EXP** 4 **+/– +** 7 **EXP** 11 **= 2.026153846^{12}**

Por tanto: $(4,31\cdot 10^8):(3,25\cdot 10^{-4})+7\cdot 10^{11}=2,03\cdot 10^{12}$

g) ***log*** 25 **÷** ***log*** 3 **= 2.929947041** Por tanto: $log_3 25=2,93$

h) **(**5.25 **EXP** 9 **+** 2.32 **EXP** 8**) ÷** 2.5 **EXP** 12 **+/– = 2.1928^{21}** Por tanto: $2,19\cdot 10^{21}$

TEMA 1 – LOS NÚMEROS REALES

• Clasificación y representación de números reales

EJERCICIO 1 : Clasificar y representar los siguientes números: -2; 3; -4/5; 4/2; $-\sqrt{25}$; $-\sqrt{26}$; $4,3\overline{1}$; 1,01001….; $\sqrt[3]{-125}$; π - 2

EJERCICIO 2 :Clasifica y representa los siguientes números: -7/3;$-\sqrt[3]{27}$;2,34; $\sqrt{6}$; -2,34....; $\sqrt{21}$; 5/4

• Operar con números decimales. Paso a fracción

EJERCICIO 3 : Calcula : $1,4\hat{2} - 3,\hat{4} + 2,7$

• Intervalos y semirrectas. Valores absolutos

EJERCICIO 4 : Cambiar de notación (tipo de intervalo, significado, representación...) los siguientes intervalos y semirrectas:

a) [3,5)

b) $\{x \in R / x > 2\}$

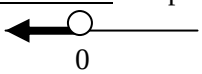
c)

d) "Números menores que 7"

e) $|x + 2| > 3$

EJERCICIO 5 : Escribe en forma de intervalos los valores de x que cumplen:
$|x - 2| \geq 3$ y represéntalo gráficamente.

EJERCICIO 6 : Expresa de todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas:

a) 

b) $\{ x \mid 2 < x \leq 3 \}$

c) $|x - 3| \leq 4$

• Radicales. Propiedades y operaciones. Racionalizar

EJERCICIO 7 : Realizar las siguientes operaciones con radicales:

a) $5\sqrt[4]{2} + 7\sqrt[4]{3} - 6\sqrt[4]{32} + 13\sqrt[4]{64} - \sqrt[4]{1875}$

b) $\sqrt{\frac{x^2y^3}{z}} : \sqrt[3]{\frac{x^6y}{z^2}}$

c) $\sqrt{14 + \sqrt{7 - \sqrt[4]{81}}}$

d) $\sqrt[3]{5\sqrt[4]{5\sqrt[5]{5^2}}}$

e) $\left(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)\sqrt{3}$

f) $\left(2 + \sqrt{2}\right)^2 - \left(2 + \sqrt{2}\right)\left(2 - \sqrt{2}\right)$

g) $\frac{2}{5\sqrt[3]{2}}$

h) $\frac{3\sqrt{5} - 4}{\sqrt{5} - 2}$

i) $2.\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{27} + \frac{1}{4}\sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{75}{9}}$

j) $\sqrt[3]{a^{-2}}.\sqrt[6]{a^4}.\sqrt[4]{a^{-3}}.\sqrt[5]{a^3}$

k) $7\sqrt{150} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - 5\sqrt{8} - \sqrt{6}$

l) $\frac{5\sqrt{a^3b^4}\sqrt[6]{a^2b^3c^3}}{\sqrt[3]{a}}$

m) $\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt[5]{4}}$

n) $\frac{5}{2\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)}$

ñ) $\sqrt{\frac{15}{135}}.\sqrt[3]{\frac{12}{10}}$

o) $\sqrt{147} - 2\sqrt[3]{81}$

p) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$

q) $\frac{\sqrt{\frac{8x^2y}{z}} : \sqrt[3]{\frac{16xy^2}{z}}}{\sqrt{\frac{16xy^2}{z}}.\sqrt[3]{\frac{8x^2y}{z}}}.\sqrt[6]{\frac{2y}{x}}$

r) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$

s) $-\frac{7}{3}\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{375} - \left(\sqrt[3]{81} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{192}\right)$

t) $\frac{\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^4.\left(a^2\sqrt{a}\right)^3}{\sqrt[6]{a^5}}$

u) $\sqrt{75} - \frac{\sqrt{18}}{3} + \frac{3\sqrt{12}}{4} - \sqrt{\frac{2}{25}}$

v) $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 3}$

w) $3\sqrt[3]{81ab^6} + 5\sqrt[3]{3a^4b^3} - 11\sqrt[3]{24a^7}$

x) $\sqrt[5]{\frac{x^2y^3}{z}} : \sqrt{\frac{xy}{z}}$

y) $\frac{10}{\sqrt[5]{128}}$

z) $\frac{3}{2\sqrt[5]{27}}$

1) $\sqrt[3]{a^6\sqrt{\frac{a^{12}}{a^{30}}}}$ 2) $\frac{-4}{\sqrt[4]{3}.\sqrt[3]{2}}$ 3) $\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}.\left(\sqrt{125}+2\right)}$

- **Logaritmos. Propiedades y operaciones.**

EJERCICIO 8 : Resolver las siguientes ecuaciones:
a) $\log_3 x = 2$ b) $\log_{1/2} 32 = x$ c) $\log_5 45 = x$ d) $2.\log(x+3) + \log 2 = \log(3x^2 + 5)$

EJERCICIO 9 : Sabiendo que log 2 = 0,30103... halla:
a) log 0,25 b) log 512 c) $\log \sqrt[3]{0{,}02}$ d) $\log \left(1/\sqrt[3]{16}\right)$

EJERCICIO 10 : Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que $log\ k = 1{,}2$: a) $\log\frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ b) $\log (100.k^3)$

EJERCICIO 11 : Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión, utilizando las propiedades de los logaritmos: $3\log 2 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4$

EJERCICIO 12 : Sabiendo que log x = 0,85, calcular $\log (100x) - \log \frac{\sqrt[3]{x}}{1000}$

EJERCICIO 13 : Hallar el valor de la siguiente expresión: $\log_4 16 + \log_2 \sqrt{32} - \log_5 1 + \log_2 3$

EJERCICIO 14 : Sabiendo que log x = 2, log y = 3 , log z = -1, calcular $\log\frac{x^3.3y}{\sqrt{z}}$

EJERCICIO 15 : Si sabemos que log x = 0,9, calcula: $\log\frac{x^3}{100} - \log\left(100\sqrt{x}\right)$

- **Errores y cotas**

EJERCICIO 16 : Calcula los errores cometidos y cotas para dichos errores al redondear el número 2,387 a las centésimas.

EJERCICIO 17 : Calcula los errores y cotas para dichos errores al redondear $\sqrt{2}$ a las décimas.

EJERCICIO 18 : La población de un pueblo, redondeada a las decenas es de 310 habitantes. Indica los errores cometidos y cotas para dichos errores.

EJERCICIO 19 : Si aproximamos 10,469 por 10,5, ¿Qué error absoluto se comete? ¿Y si lo aproximamos por 10,4? ¿Cuál es mejor aproximación? Razónalo.

- **Notación científica**

EJERCICIO 20 : Expresar en notación científica:
a) 57 billones b) 623 cienmilésimas c) 0,035 millones

EJERCICIO 21 : Calcular, sin calculadora, dando el resultado en notación científica con tres cifras significativas:

a) $\frac{5{,}433.10^3 - 4{,}3.10^3 + 23{,}2.10^2}{8{,}5.10^{-3} - 456.10^{-5}}$ b) $\frac{(2{,}63.10^{-5} + 86.10^{-6}).(3.10^4)}{2{,}93.10^9}$ c) $\frac{3{,}7.10^{12} - 4{,}2.10^{11} + 28.10^{10}}{1{,}2.10^{-4}}$

d) $\frac{3{,}7.10^{12} - 4{,}2.10^{11} + 28.10^{10}}{1{,}2.10^{-4} + 5.10^{-3}}$ e) $\frac{(2{,}63.10^8 + 8{,}6.10^7).(4.10^4)}{3{,}4.10^{-2} + 7{,}45.10^{-4}}$ f) $\frac{3.10^2\left(4{,}5.10^5 - 3{,}56.10^3\right)^2}{12{,}34.10^{-3} + 7{,}03.10^{-5}}$