

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4}$$

Se pide:

- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

a) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 4$ ya que $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \left[\frac{3}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \left[\frac{3}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} - x \right) = 0$$

$y = x$

b) $f'(x) = \frac{x^2 - 8x + 13}{(x - 4)^2} = 0 \implies x = 2, 27, x = 5, 73$

	$(-\infty; 2, 27)$	$(2, 27; 5, 73)$	$(5, 73; +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

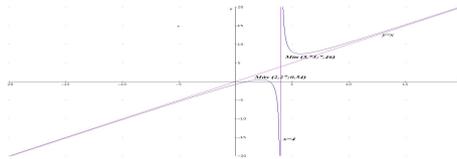
La función es creciente en: $(-\infty; 2, 27) \cup (5, 73; +\infty)$

La función es decreciente en: $(2, 27; 4) \cup (4, 5, 73)$

La función tiene un máximo en: $(2, 27; 0, 54)$

La función tiene un mínimo en: $(5, 73; 7, 46)$

c) Representación:



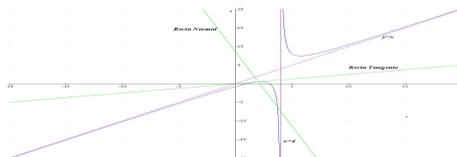
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$:

Como $f(2) = 1/2$ las rectas pasan por el punto $(0, 1/2)$.

Como $m = f'(2) = 1/4$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{1}{2} = -4(x - 2)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

a) $\int (8x^5 - 3x^3 + 5) dx = \frac{4x^6}{3} - \frac{3x^4}{4} + 5x + C$

$$\text{b) } \int \frac{8x^3 - 3x^2 + 5}{x} dx = \frac{8x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5 \ln|x| + C$$

$$\text{c) } \int \left(\frac{3x^2 + 2x - 5}{x^3} - 7e^x \right) dx = 3 \ln|x| - \frac{2}{x} + \frac{5}{2x^2} - 7e^x + C$$

$$\text{d) } \int \left(\frac{4x^2 + x - 3}{x^2} + 3e^x \right) dx = 4x + \ln|x| + \frac{3}{x} + 3e^x + C$$

$$\text{e) } \int \left(\frac{3x^5 + \sqrt[3]{x^2} - 3x}{x^2} + 8e^x \right) dx = \frac{3x^4}{4} - 3x^{-1/3} - 3 \ln|x| + 8e^x + C$$