

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x - 1}{(x + 1)^2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Representación gráfica.
- h) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

- a) Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- b) Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x - 1 = 0 \implies (1/2, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = -1 \implies (0, -1)$.
- c)

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1/2)$	$(-3, +\infty)$
signo	+	-	+

- d) $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ la función no tiene simetrías.
- e) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f)

$$f'(x) = \frac{2(2 - x)}{(x + 1)^3} = 0 \implies x = 2$$

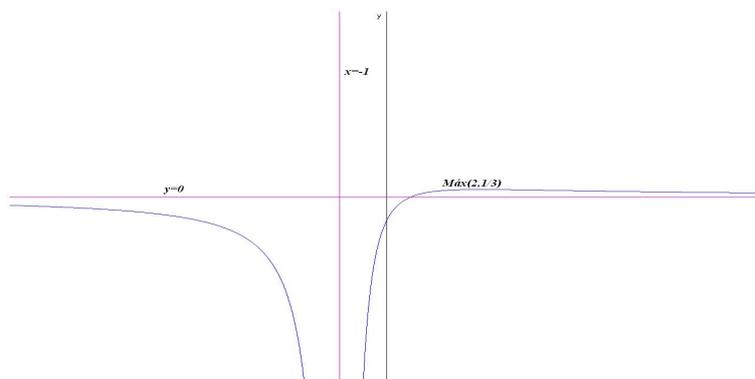
	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

La función es creciente en el intervalo $(-1, 2)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$.

La función tiene un máximo en el punto $(2, 1/3)$.

g) Representación:



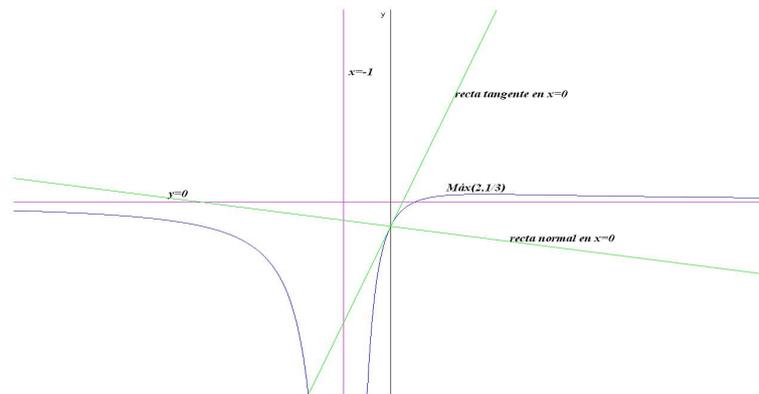
h) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = 4$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + 1 = 4x$$

$$\text{Recta Normal : } y + 1 = -\frac{1}{4}x$$

Como $f(0) = -1$ las rectas pasan por el punto $(0, -1)$.



Problema 2 Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = e^{5x^2-3x+1}$

b) $y = \ln(7x^3 + 8)$

c) $y = (x^2 + 3x)(2x^3 - 5)$

d) $y = (x^2 + x + 5)^{17}$

e) $y = \frac{3x^2 - 9}{x^2 - 2}$

Solución:

a) $y = e^{5x^2-3x+1} \implies y' = (10x - 3)e^{5x^2-3x+1}$

b) $y = \ln(7x^3 + 8) \implies y' = \frac{21x}{7x^3 + 8}$

c) $y = (x^2 + 3x)(2x^3 - 5) \implies y' = (2x + 3)(2x^3 - 5) + (x^2 + 3x)(6x^2)$

d) $y = (x^2 + x + 5)^{17} \implies y' = 17(x^2 + x + 5)^{16}(2x + 1)$

e) $y = \frac{3x^2 - 9}{x^2 - 2} \implies y' = \frac{6x(x^2 - 2) - (3x^2 - 9)(2x)}{(x^2 - 2)^2}$

Problema 3 Calcular los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^5 + 2x^3 - 8x + 2}{3x^2 + 2x - 5}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 7x^2 + 2x + 3}{-2x^2 + x - 2}$$

Solución:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^5 + 2x^3 - 8x + 2}{3x^2 + 2x - 5} = \frac{9}{4}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 7x^2 + 2x + 3}{-2x^2 + x - 2} = -\infty$$