





## Logaritmos y exponenciales

1	<p>Calcular (sin calculadora):</p> <p>a) <math>\log_2 128</math>   b) <math>\log_5 625</math>   c) <math>\log \sqrt{10}</math>   d) <math>\log 40 + \log 25</math>   e) <math>\log 80 - \log 8</math>   f) <math>\log_3 \sqrt[4]{3^5}</math></p>
2	<p>Calcula, sin calculadora:   <math>\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}</math></p>
3	<p>Sabiendo que <math>\log 2 = 0,301</math>, halla:   a) <math>\log \sqrt[3]{0,002}</math>   b) <math>\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}}</math>   c) <math>\log 25</math>.</p>
4	<p>Utilizando la fórmula del cambio de base, y con ayuda de la calculadora, calcula los siguientes logaritmos:   <math>\log_5 30</math>,   <math>\log_7 4</math>,   <math>\log_3 10</math>.</p>
5	<p>Expresa como un único logaritmo:   a) <math>\log 5 + \log 20 - \log 25</math>   b) <math>2 \log_4 7 + \log_4 2 - \log_4 5</math></p>
6	<p>Simplifica:   a) <math>\ln p^2 q - \ln \left( \frac{1}{pq} \right)</math>   b) <math>\log ab - \log \sqrt{ab}</math>   c) <math>x \log y + x \log \left( \frac{1}{y} \right)</math></p>
7	<p>Sea <math>\log P = x</math>, <math>\log Q = y</math> y <math>\log R = z</math>. Expresa <math>\log \left( \frac{P}{QR^3} \right)^2</math> en función de <math>x</math>, <math>y</math> y <math>z</math>.</p>
<p>8</p> <p><i>IBO May 2009</i></p> 	<p>a) Halle <math>\log_2 32</math>.</p> <p>b) Sabiendo que <math>\log_2 \left( \frac{32^x}{8^y} \right)</math> se puede escribir en la forma <math>px + qy</math>, halle el valor de <math>p</math> y de <math>q</math>.</p>
<p>9</p> <p><i>IBO May 2013</i></p> 	<p>Sean <math>\log_3 p = 6</math> y <math>\log_3 q = 7</math>.</p> <p>a) Halle <math>\log_3 p^2</math>.</p> <p>b) Halle <math>\log_3 \left( \frac{p}{q} \right)</math>.</p> <p>c) Halle <math>\log_3(9p)</math>.</p>
<p>10</p> <p><i>IBO May 2014</i></p> 	<p>Halle el valor de cada una de las siguientes expresiones, como número entero.</p> <p>a) <math>\log_6 36</math>   b) <math>\log_6 4 + \log_6 9</math>   c) <math>\log_6 2 - \log_6 12</math></p>

<p>11</p> <p>IBO May 2000</p>	<p>Si <math>\log_a 2 = x</math> y <math>\log_a 5 = y</math>, halle en función de <math>x</math> e <math>y</math>, expresiones para:</p> <p>a) <math>\log_2 5</math>      b) <math>\log_a 20</math></p>
<p>12</p> <p>IBO May 2003</p>	<p>Suponiendo que <math>\log_5 x = y</math>, escriba cada una de las siguientes expresiones en función de <math>y</math>:</p> <p>a) <math>\log_5 x^2</math>      b) <math>\log_5 \left(\frac{1}{x}\right)</math>      c) <math>\log_{25} x</math></p>
<p>13</p>	<p>Halla <math>x</math> en: a) <math>\log_8 x = 3^{-1}</math>      b) <math>8^{-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^3</math>      c) <math>\log_x 49 = 2</math></p>
<p>14</p> <p>IBO May 2002</p>	<p>Resuelva la ecuación <math>\log_{27} x = 1 - \log_{27}(x - 0,4)</math>.</p>
<p>15</p> <p>IBO May 2005</p>	<p>Halle la solución <b>exacta</b> de la ecuación <math>9^{2x} = 27^{(1-x)}</math>.</p>
<p>16</p> <p>IBO May 2010</p> 	<p>Resuelva: <math>\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3</math>, para <math>x &gt; 2</math>.</p>
<p>17</p>	<p>Resuelva las ecuaciones logarítmicas:</p> <p>a) <math>\log x = 1 + \log(22 - x)</math>      b) <math>2 \log x - \log(x - 16) = 2</math>  c) <math>\log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}</math>      d) <math>\log_2 x + \log_2(x - 7) = 3</math>  e) <math>\log_9 81 + \log_9 \left(\frac{1}{9}\right) + \log_9 3 = \log_9 x</math>      f) <math>\log_2(x + 2) + \log_2(x - 1) = \log_2 4</math>  g) <math>\log_7 x + \log_7 3 = \log_7(x - 1)</math>      h) <math>1 + 2 \ln(x - 1) = 2</math></p>
<p>18</p>	<p>Resuelva las ecuaciones exponenciales:</p> <p>a) <math>2^x = 1024</math>      b) <math>3^{x+1} = 729</math>      c) <math>2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7</math>  d) <math>3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0</math>      e) <math>2^{-2x+3} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0</math>      f) <math>3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = \frac{13}{9}</math></p>
<p>19</p> <p>IBO May 2006</p>	<p>Resuelva las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) <math>\ln(x + 2) = 3</math>      b) <math>10^{2x} = 500</math></p>
<p>20</p> <p>IBO May 2004</p>	<p>Escriba cada una de las siguientes expresiones en su forma más sencilla:</p> <p>a) <math>e^{\ln x}</math>      b) <math>e^{\ln x + \ln y}</math>      c) <math>\ln(e^{x+y})^2</math></p>

<p>21</p> <p>IBO May 2005</p>	<p>a) Sabiendo que <math>\log_3 x - \log_3(x - 5) = \log_3 A</math>, exprese <math>A</math> en función de <math>x</math>.</p> <p>b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, resuelva la ecuación: <math>\log_3 x - \log_3(x - 5) = 1</math>.</p>
<p>22</p>	<p>Resuelve las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) <math>e^{2x} - 3e^x + 2 = 0</math>    b) <math>\ln \sqrt{x - 2} = 1</math>    c) <math>\frac{3}{1 + e^t} = \frac{1}{1 - e^t}</math></p> <p>d) <math>2^x = 5, 6^{x-1}</math>    e) <math>e^{-\frac{1}{4}x} = 100</math>    f) <math>-3 + e^{-x} = 2</math></p> <p>g) <math>\frac{2}{1 - e^{-2x}} = 4</math>    h) <math>2^{x-3} = 5^{1-x}</math>    i) <math>\log_x 5 = 12</math></p>
<p>23</p>	<p>El número de bacterias, <math>N</math>, <math>t</math> horas después de una infección viene dado por la fórmula: <math>N = 4,7^{t+1}</math>.</p> <p>a) ¿Cuántas bacterias habrá después de 5 horas?</p> <p>b) ¿Después de cuántas horas el número de bacterias excederá 5000?</p>
<p>24</p>	<p>Los números binarios se usan en los chips de memoria de los ordenadores. Con un número binario de <math>n</math> dígitos se pueden representar <math>2^n</math> números distintos.</p> <p>a) ¿Cuántos números distintos se pueden representar con un número binario de 6 dígitos?</p> <p>b) ¿Cuántos dígitos se necesitarían para representar 4096 números distintos?</p> <p>c) ¿Cuál es el número mínimo de dígitos binarios necesarios para representar un millón de números diferentes?</p>
<p>25</p>	<p>En un proceso de fabricación de plásticos, hay dos componentes básicos que se producen en un tanque de reacción. La cantidad de cada componente depende del tiempo, <math>t</math>, en minutos, después de cerrar el tanque:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La cantidad del compuesto A es <math>A = 0,9 \cdot 1,2^t</math>.</li> <li>• La cantidad del compuesto B es <math>B = 1,6 \cdot 1,1^t</math>.</li> </ul> <p>Halla, con dos cifras significativas, el tiempo al cual hay igual cantidad de los dos componentes.</p>
<p>26</p>	<p>En un programa de entrenamiento, un deportista estima que su nivel <math>R</math> de resistencia, <math>n</math> semanas después de empezar el programa, viene dado por la fórmula: <math>R = 2,3 \ln(n + 2)</math>, siendo <math>0 \leq n \leq 10</math>.</p> <p>a) Halla el nivel de resistencia del deportista al comienzo del entrenamiento.</p> <p>b) Halla el nivel de resistencia tras cinco semanas de entrenamiento.</p> <p>c) ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar el doble de resistencia que al comienzo del programa?</p>

LOGARITMOS . EJERCICIOS

① a)  $\log_2 128 = \log_2 2^7 = 7$  ; b)  $\log_5 625 = \log_5 5^4 = 4$  ;  
 c)  $\log \sqrt{10} = \log 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$  ; d)  $\log 40 + \log 25 = \log (40 \cdot 25) = \log 1000 = 3$   
 e)  $\log 80 - \log 8 = \log \frac{80}{8} = \log 10 = 1$  ; f)  $\log_3 \sqrt[4]{3^5} = \log_3 3^{\frac{5}{4}} = \frac{5}{4}$

②  $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^6 + \log_2 2^{-2} - \log_3 3^2 - \log_2 2^{\frac{1}{2}} =$   
 $= 6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

③ a)  $\log \sqrt[3]{0'002} = \log (0'002)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log (2 \cdot 10^{-3}) = \frac{1}{3} (\log 2 + \log 10^{-3}) =$   
 $= \frac{1}{3} (0'301 - 3) = -0'89966... \approx -0'900$  (con 3 c.s.)  
 b)  $\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = \log \frac{1}{2^{\frac{4}{3}}} = \log 2^{-\frac{4}{3}} = -\frac{4}{3} \log 2 = -\frac{4}{3} \cdot 0'301 = 0'401.$   
 c)  $\log 25 = \log \frac{100}{4} = \log 100 - \log 4 = 2 - \log 2^2 = 2 - 2 \log 2 = 2 - 2 \cdot 0'301 =$   
 $= 1'398 \approx 1'40$

④  $\log_5 30 = \frac{\log 30}{\log 5} = 2'11$  ;  $\log_7 4 = \frac{\log 4}{\log 7} = 0'712$  ;

$\log_3 10 = \frac{\log 10}{\log 3} = \frac{1}{\log 3} = 2'10$

⑤ a)  $\log 5 + \log 20 - \log 25 = \log \frac{5 \cdot 20}{25} = \log \frac{100}{25} = \log 4$   
 b)  $2 \log_4 7 + \log_4 2 - \log_4 5 = \log_4 49 + \log_4 2 - \log_4 5 = \log_4 \frac{49 \cdot 2}{5} = \log_4 \frac{98}{5}$

⑥ a)  $\ln p^2 q - \ln \left( \frac{1}{p q} \right) = \ln \frac{p^2 q}{\frac{1}{p q}} = \ln p^3 q^2$   
 b)  $\log ab - \log \sqrt{ab} = \log ab - \log (ab)^{\frac{1}{2}} = \log ab - \frac{1}{2} \log ab = \frac{1}{2} \log ab =$   
 $= \log \sqrt{ab}$

$$c) x \log y + x \log \left(\frac{1}{y}\right) = x \log y + x (\log 1 - \log y) = x \log y + x (0 - \log y) = \\ = x \log y + x (-\log y) = x \log y - x \log y = 0$$

$$\textcircled{7} \log \left(\frac{P}{QR^3}\right)^2 = 2 \log \left(\frac{P}{QR^3}\right) = 2(\log P - \log Q - \log R^3) = \\ = 2 \log P - 2 \log Q - 6 \log R = 2x - 2y - 6z.$$

$$\textcircled{8} a) \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$$

$$b) \log_2 \left(\frac{32^x}{8^y}\right) = \log_2 32^x - \log_2 8^y = x \log_2 32 - y \log_2 8 = \\ = 5x - 3y. \quad \Rightarrow \quad p=5; \quad q=-3$$

$$\textcircled{11} a) \log_2 5 = \frac{\log_a 5}{\log_a 2} = \frac{y}{x}$$

$$b) \log_a 20 = \log_a (2^2 \cdot 5) = \log_a 2^2 + \log_a 5 = 2 \log_a 2 + \log_a 5 = 2x + y$$

$$\textcircled{12} a) \log_5 x^2 = 2 \log_5 x = 2y$$

$$b) \log_5 \left(\frac{1}{x}\right) = \log_5 x^{-1} = -\log_5 x = -y$$

$$c) \log_{25} x = \frac{\log_5 x}{\log_5 25} = \frac{y}{2}$$

$$\textcircled{13} a) \log_8 x = 3^{-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 8^{\frac{1}{3}} = x \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$b) 8^{-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \Rightarrow (2^3)^{-x} = (2^{-2})^3 \Rightarrow 2^{-3x} = 2^{-6} \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2$$

$$c) \log_x 49 = 2 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$$

$$\textcircled{14} \log_{27} x = 1 - \log_{27} (x - 0.4) \Rightarrow \log_{27} x + \log_{27} (x - 0.4) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_{27} (x \cdot (x - 0.4)) = 1 \Rightarrow x^2 - 0.4x = 27 \Rightarrow x^2 - 0.4x - 27 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} \frac{27}{5} \\ -5 \end{cases} \quad (\text{No válida})$$



$$\textcircled{15} \quad 9^{2x} = 27^{(1-x)} \Rightarrow (3^2)^{2x} = (3^3)^{(1-x)} \Rightarrow 3^{4x} = 3^{3-3x} \Rightarrow 4x = 3-3x \quad \textcircled{2}$$

$$\Rightarrow 7x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$$

$$\textcircled{17} \text{ a) } \log x = 1 + \log(22-x) \Rightarrow \log x = \log 10 + \log(22-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log x = \log(10 \cdot (22-x)) \Rightarrow x = 220 - 10x \Rightarrow 11x = 220 \Rightarrow x = 20 \checkmark$$

$$\text{b) } 2\log x - \log(x-16) = 2 \Rightarrow \log x^2 - \log(x-16) = 2 \Rightarrow \log \frac{x^2}{x-16} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x-16} = 100 \Rightarrow x^2 = 100x - 1600 \Rightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 20 \checkmark \\ 80 \checkmark \end{cases}$$

$$\text{c) } \log(x^2+1) - \log(x^2-1) = \log \frac{13}{12} \Rightarrow \log \frac{x^2+1}{x^2-1} = \log \frac{13}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{13}{12} \Rightarrow 12x^2+12 = 13x^2-13 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5 \checkmark$$

$$\text{d) } \log_2 x + \log_2(x-7) = 3 \Rightarrow \log_2(x \cdot (x-7)) = 3 \Rightarrow x^2 - 7x = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 8 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 8 \checkmark \\ -1 \end{cases} \text{ No v\u00e1lida.}$$

$$\text{e) } \log_9 81 + \log_9 \left(\frac{1}{9}\right) + \log_9 3 = \log_9 x \Rightarrow \log_9 9^2 + \log_9 9^{-1} + \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \log_9 x$$

$$\Rightarrow 2 - 1 + \frac{1}{2} = \log_9 x \Rightarrow \frac{3}{2} = \log_9 x \Rightarrow x = 9^{\frac{3}{2}} = \sqrt{9^3} = \sqrt{729} = 27$$

$$\text{f) } \log_2(x+2) + \log_2(x-1) = \log_2 4 \Rightarrow \log_2(x+2)(x-1) = \log_2 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 4 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \checkmark \\ -3 \end{cases} \text{ No v\u00e1lida}$$

$$\text{g) } \log_7 x + \log_7 3 = \log_7(x-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_7(3x) = \log_7(x-1) \Rightarrow 3x = x-1 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ No v\u00e1lida.}$$

$$\text{h) } 1 + 2\ln(x-1) = 2 \Rightarrow 2\ln(x-1) = 1 \Rightarrow \ln(x-1) = \frac{1}{2} \Rightarrow x-1 = e^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{e} + 1$$

$$\textcircled{18} \text{ a) } 2^x = 1024 \Rightarrow 2^x = 2^{10} \Rightarrow x = 10$$

$$\text{b) } 3^{x+1} = 729 \Rightarrow 3^{x+1} = 3^6 \Rightarrow x+1 = 6 \Rightarrow x = 5$$

$$c) 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7 \rightarrow 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x + 2^x \cdot 2 = 7 \rightarrow \boxed{2^x = t} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}t + t + 2t = 7 \rightarrow \frac{7}{2}t = 7 \rightarrow t = 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$d) 3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0 \rightarrow 3^{2x} \cdot 3^2 - 28 \cdot 3^x + 3 = 0 \rightarrow \boxed{3^x = t} \rightarrow$$

$$\rightarrow 9t^2 - 28t + 3 = 0 \rightarrow t = \begin{cases} 3 \rightarrow 3^x = 3 \rightarrow \boxed{x = 1} \\ \frac{1}{9} \rightarrow 3^x = \frac{1}{9} \rightarrow \boxed{x = -2} \end{cases}$$

$$e) 2^{-2x+3} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0 \rightarrow 2^{-2x+3} - \frac{1}{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = 0 \rightarrow 2^{-2x+3} = \frac{1}{2^{3/2}}$$

$$\rightarrow 2^{-2x+3} = 2^{-3/2} \rightarrow -2x+3 = -\frac{3}{2} \rightarrow -2x = -\frac{3}{2} - 3 \rightarrow -2x = -\frac{9}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$f) 3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = \frac{13}{9} \rightarrow 3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3 + 3^x = \frac{13}{9} \rightarrow \boxed{3^x = t}$$

$$\rightarrow 9t + 3t + t = \frac{13}{9} \rightarrow 13t = \frac{13}{9} \rightarrow t = \frac{1}{9} \rightarrow 3^x = \frac{1}{9} \rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$\textcircled{19} a) \ln(x+2) = 3 \rightarrow x+2 = e^3 \rightarrow x = e^3 - 2$$

$$b) 10^{2x} = 500 \rightarrow \log 10^{2x} = \log 500 \rightarrow 2x = \log 500 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{\log 500}{2} = 1,35$$

$$\textcircled{20} a) e^{\ln x} = x ;$$

$$b) e^{\ln x + \ln y} = e^{\ln(x \cdot y)} = x \cdot y$$

$$c) \ln(e^{x+y})^2 = 2 \ln e^{x+y} = 2(x+y)$$

$$\textcircled{21} a) \log_3 x - \log_3(x-5) = \log_3 A \rightarrow \log_3 \frac{x}{x-5} = \log_3 A \rightarrow \frac{x}{x-5} = A$$

$$b) \log_3 x - \log_3(x-5) = 1 \rightarrow \log_3 \frac{x}{x-5} = 1 \rightarrow \frac{x}{x-5} = 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 3x - 15 \rightarrow -2x = -15 \rightarrow x = \frac{15}{2}$$



29 a)  $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{e^x = t} \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \begin{cases} 1 \rightarrow e^x = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0} \\ 2 \rightarrow e^x = 2 \Rightarrow \boxed{x = \ln 2} \end{cases}$

b)  $\ln \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow \ln (x-2)^{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \ln(x-2) = 1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \ln(x-2) = 2 \Rightarrow x-2 = e^2 \Rightarrow x = 2 + e^2.$

c)  $\frac{3}{1+e^t} = \frac{1}{1-e^t} \Rightarrow 3(1-e^t) = 1+e^t \Rightarrow 3-3e^t = 1+e^t \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 2 = 4e^t \Rightarrow e^t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \ln \frac{1}{2}$

d)  $2^x = 5 \cdot 6^{x-1} \Rightarrow \log 2^x = \log 5 \cdot 6^{x-1} \Rightarrow x \log 2 = (x-1) \log 5 \cdot 6$   
 $\Rightarrow x \log 2 = x \log 5 \cdot 6 - \log 5 \cdot 6 \Rightarrow x \log 2 - x \log 5 \cdot 6 = -\log 5 \cdot 6 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x(\log 2 - \log 5 \cdot 6) = -\log 5 \cdot 6 \Rightarrow x = \frac{\log 5 \cdot 6}{\log 5 \cdot 6 - \log 2} = 1.67$

e)  $e^{-\frac{1}{4}x} = 100 \Rightarrow -\frac{1}{4}x = \ln 100 \Rightarrow -x = 4 \ln 100 \Rightarrow x = -4 \ln 100$   
 $\Rightarrow x = -18.4.$

f)  $-3 + e^{-x} = 2 \Rightarrow e^{-x} = 5 \Rightarrow -x = \ln 5 \Rightarrow x = -\ln 5 = -1.61$

g)  $\frac{2}{1-e^{-2x}} = 4 \Rightarrow 2 = 4 - 4e^{-2x} \Rightarrow 4e^{-2x} = 2 \Rightarrow e^{-2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow -2x = \ln \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-2} = 0.347.$

h)  $2^{x-3} = 5^{1-x} \Rightarrow \log 2^{x-3} = \log 5^{1-x} \Rightarrow (x-3) \log 2 = (1-x) \log 5$   
 $\Rightarrow x \log 2 - 3 \log 2 = \log 5 - x \log 5 \Rightarrow x \log 2 + x \log 5 = \log 5 + 3 \log 2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x(\log 2 + \log 5) = \log 5 + 3 \log 2 \Rightarrow x = \frac{\log 5 + 3 \log 2}{\log 2 + \log 5} = \frac{\log 5 + \log 8}{\log 10} =$   
 $= \log 40 = 1.60$



$$i) \log_x 5 = 12 \Rightarrow x^{12} = 5 \Rightarrow x = \sqrt[12]{5} = 1'14$$

$$\textcircled{23} \text{ a) } N = 4'7^{t+1}$$

$$\text{Si } t = 5 \text{ h: } N = 4'7^{5+1} = 10779'21 \approx 10779 \text{ bacterias.}$$

$$b) 5000 = 4'7^{t+1} \Rightarrow \log 5000 = (t+1) \cdot \log 4'7 \Rightarrow t+1 = \frac{\log 5000}{\log 4'7}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\log 5000}{\log 4'7} - 1 = 4'50 \text{ h. Después de 4 h y media aprox.}$$

$$\textcircled{24} \text{ a) } 2^6 = 64 \text{ números.}$$

$$b) 4096 = 2^n \Rightarrow 2^{12} = 2^n \Rightarrow n = 12 \text{ dígitos.}$$

$$c) 2^n = 10^6 \Rightarrow n \log 2 = 6 \Rightarrow n = \frac{6}{\log 2} = 19'93 \approx 20 \text{ dígitos.}$$

$$\textcircled{25} A=B \Rightarrow 0'9 \cdot 1'2^t = 1'6 \cdot 1'1^t \Rightarrow \frac{1'2^t}{1'1^t} = \frac{1'6}{0'9} \Rightarrow \left(\frac{1'2}{1'1}\right)^t = \frac{1'6}{0'9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \ln\left(\frac{1'2}{1'1}\right) = \ln \frac{1'6}{0'9} \Rightarrow t = \frac{\ln \frac{1'6}{0'9}}{\ln \frac{1'2}{1'1}} = 6'61 \text{ minutos.}$$

$$\textcircled{26} \text{ a) } n=0 \Rightarrow R = 2'3 \ln(0+2) = 1'59$$

$$b) n=5 \Rightarrow R = 2'3 \ln(5+2) = 4'48$$

$$c) 2'3 \ln(n+2) = 2 \cdot 2'3 \ln 2 \Rightarrow \ln(n+2) = \ln 2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln(n+2) = \ln 4 \Rightarrow n+2 = 4 \Rightarrow \boxed{n=2} \text{ semanas}$$

$$\textcircled{9} \text{ a) } \log_3 p^2 = 2 \log_3 p = 2 \cdot 6 = 12$$

$$b) \log_3\left(\frac{p}{q}\right) = \log_3 p - \log_3 q = 6 - 7 = -1$$

$$c) \log_3(9p) = \log_3 9 + \log_3 p = 2 + 6 = 8$$

10 a)  $\log_6 36 = \log_6 6^2 = 2 \log_6 6 = 2$

b)  $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \cdot 9) = \log_6 36 = 2$

c)  $\log_6 2 - \log_6 12 = \log_6 \frac{2}{12} = \log_6 \frac{1}{6} = \log_6 6^{-1} = -1$

\_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_

16  $\log_2 x + \log_2 (x-2) = 3, x > 2$

$\log_2 (x \cdot (x-2)) = 3 \Rightarrow \log_2 (x^2 - 2x) = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 2^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases} \text{ (No v\u00e1lida)}$

\_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_