EXAMEN PROBABILIDAD 3

1.- En una bolsa hay 3 bolas rojas, 5 blancas y 2 verdes. Hacemos tres extracciones con reemplazamiento y anotamos el número total de bolas verdes que hemos sacado.

a) Haz una tabla con las probabilidades.
b) Calcula la media y la desviación típica. (2 puntos)

2.- Lanzamos un dado siete veces y vamos anotando los resultados. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Algún tres.
b) Más de cinco treses.
c) Halla el número medio de treses obtenidos y la desviación típica. (3 puntos)

3.- El 7% de los pantalones de una determinada marca salen con algún defecto. Se empaquetan en caja de 80 para distribuirlos por diferentes tiendas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya más de 10 pantalones defectuosos? (2 puntos)

4.- El peso de una carga de naranjas, en gramos, sigue una distribución $N(175, 12)$. Calcula la probabilidad de que una naranja elegida al azar pese:

a) Más de 200 gramos.
b) Entre 150 y 190 gramos.
c) Si tenemos 500 naranjas ¿cuántas podemos esperar que pesen más de 200 gramos?

(3 puntos)

SOLUCIONES

1.- a) Los posibles valores de x_i son 0, 1, 2, 3. La tabla de la distribución de probabilidad es la siguiente:

p(NoV,NoV,NoV)= $\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}=0{,}512$ (también se puede hacer por la fórmula de la Binomial, ya que es con reemplazamiento)

p(V,NoV,NoV)= $\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}=0{,}128$, p(Una verde)= $0{,}128\cdot 3=0{,}384$

p(V,V,NoV)= $\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{10}=0{,}032$, p(Dos verdes)= $0{,}032\cdot 3=0{,}096$

p(V,V,V)= $\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}=0{,}008$

Con lo que la tabla de la distribución de probabilidad, nos quedará:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,512	0,384	0,096	0,008

b) $\mu=\Sigma p_i x_i=0{,}6 \quad\rightarrow\quad \mu=0{,}6$

$$\sigma=\sqrt{\Sigma\, p_i x_i^2-\mu^2}=\sqrt{0{,}84-0{,}36}=\sqrt{0{,}48}=0{,}69 \quad\rightarrow\quad \sigma=0{,}69$$

2.- Si hallamos x = "número de treses obtenidos", se trata de una distribución binomial con $n=7$, $p=\frac{1}{6} \quad\rightarrow\quad B\left(7,\frac{1}{6}\right)$

a) $p[x>0]=1-p[x=0]=1-\left(\frac{5}{6}\right)^7=0{,}721\rightarrow p[x>0]=0{,}721$

b) $p[x>5]=p[x=6]+p[x=7]=$

$$=\binom{7}{6}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^6\cdot\frac{5}{6}+\binom{7}{7}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^7=7\cdot\frac{5}{6^7}+\frac{1}{6^7}=\frac{36}{6^7}=\frac{1}{6^5}=0{,}000129\rightarrow p[x>5]=0{,}000129$$

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu=np=7\cdot\frac{1}{6}=\frac{7}{6}\approx 1{,}17\rightarrow \mu\approx 1{,}17$$

$$\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{7\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{35}{36}}=0{,}986\rightarrow \quad \sigma=0{,}986$$

3.- Si llamamos x = "número de pantalones defectuosos en una caja", entonces x es una binomial con $n = 80$; $p = 0,07$, en la que hay que calcular $p[x > 10]$.

La calculamos aproximando con una normal, ya que : $80 \cdot 0,07 = 5,6 > 5$

La media de x es $np = 80 \quad 0,07 = 5,6$; su desviación típica es $\sqrt{npq} = 2,28$.

x es $B(80;\ 0,07) \rightarrow x'$ es $N(5,6;\ 2,28) \rightarrow z$ es $N(0,1)$

$$p[x > 10] = p[x' \geq 10,5] = p\left[z \geq \frac{10,5 - 5,6}{2,28}\right] = p[z \geq 2,15] =$$
$$= 1 - p[z < 2,15] = 1 - 0,9842 = 0,0158 \quad \rightarrow \quad p[x > 10] = 0,0158$$

4.- Tenemos una distribución normal $N(175, 12)$.

a) $$p[x > 200] = p\left[z > \frac{200 - 175}{12}\right] = p[z > 2,08] =$$
$$= 1 - p[z \leq 2,08] = 1 - 0,9812 = 0,0188$$

b) $$p[150 < x < 190] = p\left[\frac{150 - 175}{12} < z < \frac{190 - 175}{12}\right] =$$
$$= p[-2,08 < z < 1,25] = p[z < 1,25] - p[z < -2,08] =$$
$$= p[z < 1,25] - p[z > 2,08] = p[z < 1,25] - (1 - p[z \leq 2,08]) =$$
$$= 0,8944 - (1 - 0,9812) = 0,8756$$

c) p[x>200]=0,0188 luego, 500.0,0188=9,4
habrá unas 9 naranjas que pesen más de 200 gramos