EXAMEN PROBABILIDAD 2

1.- Determina el valor de k en la siguiente distribución de probabilidad

x_i	1	2	4	8
p_i	0,15	3k	k	0,05

Halla la media y la desviación típica. (1,5 puntos)

2.- Una urna, *A*, contiene tres bolas con los números 1, 2 y 3, respectivamente. Otra urna, B, tiene dos bolas, con los números 4 y 5. Elegimos una urna al azar, extraemos una bola y miramos el número obtenido.

a) Calcula la probabilidad de obtener un 2.
b) Calcula la probabilidad de obtener un número par. (2 puntos)

3.- La probabilidad de que un determinado medicamento provoque reacción alérgica es de 0,02. Si se le administra el medicamento a 20 pacientes, calcula la probabilidad de que tengan reacción alérgica:

a) Al menos uno de ellos.
b) Más de 18.

Halla la media y la desviación típica. (2 puntos)

4.- El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal $N(192, 12)$. Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:

a) Superior a 200 unidades.
b) Entre 180 y 220 unidades.
c) Si estudiamos 1000 personas adultas ¿cuántas podemos esperar que tengan un nivel de colesterol mayor de 200 unidades? (2,5 puntos)

5.- Lanzamos un dado 300 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos más de 70 unos? (2 puntos)

SOLUCIONES

1.-

x_i	1	2	4	8
p_i	0,15	3k	k	0,05

$$0{,}15 + 3k + k + 0{,}05 = 1 \Rightarrow 0{,}2 + 4k = 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4k = 0{,}8 \Rightarrow k = 0{,}2$$

Con lo que la tabla queda:

x_i	1	2	4	8
p_i	0,15	0,6	0,2	0,05

$$\mu = \sum x_i \cdot p_i = 1 \cdot 0{,}15 + 2 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}2 + 8 \cdot 0{,}05 = 2{,}55$$

$$\sigma = \sqrt{\sum p_i \cdot x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{(0{,}15 \cdot 1 + 0{,}6 \cdot 4 + 0{,}2 \cdot 16 + 0{,}05 \cdot 64) - 2{,}55^2} = 1{,}56$$

2.- La probabilidad de escoger una urna (de dos) al azar será $\frac{1}{2}$

a) $p[\text{sacar un } 2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

b) $p[\text{sacar par}] = p[\text{sacar 2 ó 4}] = p[\text{sacar } 2] + p[\text{sacar } 4] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

3.- Si llamamos x ="número de pacientes con reacción alérgica", se trata de una distribución binomial con $n = 20$, $p = 0{,}02 \quad \rightarrow \quad B(20;\, 0{,}02)$

a) $p[x > 1] = 1 - p[x < 1] = 1 - p[x = 0] = 1 - 0{,}98^{20} = 0{,}332 \rightarrow p[x > 1] = 0{,}332$

b) $p[x > 18] = p[x = 19] + p[x = 20] = \; = 20 \cdot 0{,}02^{19} \cdot 0{,}98 + 0{,}02^{20} = 1{,}03 \cdot 10^{-31} \approx 0$
es decir, que es imposible.

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu = np = 20 \cdot 0{,}02 = 0{,}4 \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}4 \;\; \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{20 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98} = 0{,}63$$

4.-

a) $p[x > 200] = p\left[\frac{x - 192}{12} > \frac{200 - 192}{12}\right] = p[z > 0{,}67] =$
$= 1 - p[z \le 0{,}67] = 1 - 0{,}7486 = 0{,}2514$

b) $p[180 < x < 220] = p\left[\frac{180 - 192}{12} < \frac{x - 192}{12} < \frac{220 - 192}{12}\right] =$
$= p[-1 < z < 2{,}33] = p[z < 2{,}33] - p[z < -1] =$
$= p[z < 2{,}33] - p[z > 1] = p[z < 2{,}33] - (1 - p[z \le 1]) = \; = 0{,}9901 - (1 - 0{,}8413) = \; 0{,}8314$

c) Según el apartado a) $p[x > 200] = 0{,}2514$
luego, si son 1000 personas, tendremos que $1000 \cdot 0{,}2514 = 251{,}4$ unas 251 personas tendrán el colesterol por encima de 200.

5.- Si llamamos $x =$ "número de unos obtenidos", entonces x es una binomial con $n = 300$,

$p = \frac{1}{6}$, en la que tenemos que calcular $p[x > 70]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np = 300 \cdot \frac{1}{6} = 50$ y su desviación típica es $\sqrt{npq} = 6,45$.

x es $B\left(300, \frac{1}{6}\right) \rightarrow x'$ es $N(50;\ 6,45) \rightarrow z$ es $N(0,1)$

$$[x > 70] = p[x' \geq 70,5] = p\left[z \geq \frac{70,5 - 50}{6,45}\right] = p[z \geq 3,18] =$$

$$= 1 - p[z < 3,18] = 1 - 0,9993 = 0,0007 \quad \rightarrow \quad p[x > 70] = 0,0007$$