

ACTIVIDADES FINALES

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

■ 1. Calcula los siguientes logaritmos:

- | | | |
|----------------|------------------|-----------------------------|
| a) $\log_5 5$ | c) $\log_{25} 5$ | e) $\log_{1/4} 64$ |
| b) $\log_5 25$ | d) $\log_4 64$ | f) $\log_{1/2} \sqrt[3]{4}$ |

■ 2. Utilizando la definición de logaritmo, calcula x en cada uno de los apartados:

- | | | |
|------------------------|------------------------------|---------------------|
| a) $\log_x 1\,000 = 3$ | c) $\log_2 x = 3$ | e) $\log_x 32 = -5$ |
| b) $\log_3 27 = x$ | d) $\log_2 \frac{1}{16} = x$ | f) $\log x = 2$ |

■ 3. Halla, con ayuda de la calculadora, los siguientes logaritmos:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|---------------------------|
| a) $\log 7$ | d) $\ln 5$ | g) $\log(1,5 \cdot 10^8)$ |
| b) $\log \frac{1}{2}$ | e) $\ln \frac{1}{4}$ | h) $\ln(2,3 \cdot 10^7)$ |
| c) $\log 12$ | f) $\ln \sqrt{5}$ | i) $\ln(7 \cdot 10^{-5})$ |

■ 4. Calcula el valor de las siguientes expresiones, sin hacer uso de la calculadora:

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| a) $\log_2 24 - \log_2 3$ | c) $\log_3 45 - \log_3 3 + \log_3 81 - \log_3 15$ | e) $\frac{1}{2} \log_2 36 + \log_3 \frac{1}{2}$ |
| b) $\log_6 3 + \log_6 4 + \log_6 18$ | d) $2 \log_5 10 - \log_5 4$ | f) $\frac{3 \log_2 48 - \log_2 27}{2}$ |

■ 5. Expresa como un solo logaritmo cada una de las siguientes expresiones:

- | | |
|------------------------------|----------------------------------------------------|
| a) $2 \log_2 M - 3 \log_2 N$ | c) $\frac{3}{4} \log M - \frac{2}{5} \log N$ |
| b) $\ln M + 2 \ln N - \ln P$ | d) $\frac{2}{3} \ln M - \ln N - \frac{3}{2} \ln P$ |

■ 6. Halla el valor de x en cada caso, aplicando las propiedades de los logaritmos:

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------|
| a) $\log x = \log 75 - \log 3$ | c) $\ln x = \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 9$ |
| b) $\log x = 4 \log 3 + 3 \log 4$ | d) $\ln x = \frac{1}{2} \ln 36 + 3 \ln 2 - \ln 9$ |

■ 7. Expresa los siguientes logaritmos como cocientes de logaritmos decimales y halla sus valores con la calculadora:

- | | | |
|---------------|---------------------|------------------------------|
| a) $\log_2 5$ | c) $\log_{0,3} 0,6$ | e) $\log_{0,25} \frac{2}{5}$ |
| b) $\log_5 2$ | d) $\log_3 (6)^2$ | f) $\log_{2/3} \frac{4}{5}$ |

■ 8. Sabiendo que $\log 2 = 0,3010$ y $\log 3 = 0,4771$, calcula:

- | | | |
|--------------|----------------|------------------|
| a) $\log 6$ | e) $\log 300$ | i) $\log_5 9$ |
| b) $\log 5$ | f) $\log 0,5$ | j) $\log 0,03$ |
| c) $\log 12$ | g) $\log_3 2$ | k) $\log 1\,200$ |
| d) $\log 18$ | h) $\log_2 27$ | l) $\log 0,45$ |

- 9. Un empresario incrementa el precio de sus productos en un 5% anual. Actualmente, uno de sus productos vale 1,8 euros. Contesta a las siguientes cuestiones:
- ¿Cuánto costará el producto dentro de 4 años?
 - ¿Cuánto costaba hace 4 años?
 - ¿Cuántos años han de pasar para que el precio actual del producto se duplique?

- 10. El servicio de control de calidad de una gran empresa que fabrica cierta marca de televisores ha comprobado que el porcentaje de televisores que sigue funcionando al cabo de t años viene dado por la función $f(t) = \left(\frac{8}{9}\right)^t$:
- ¿Qué proporción de televisores siguen funcionando después de 5 años? ¿Y después de 15 años? ¿Y al cabo de 20 años?
 - ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que funcionen el 40% de los televisores fabricados?



- 11. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $128^{x+1} = 2^{x^2-x-2}$ | f) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$ |
| b) $3^x \cdot 9^x = 9^3$ | g) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 1$ |
| c) $2^{-x} = 8^{3-x}$ | h) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$ |
| d) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 7$ | i) $5^{x+1} = 10 + 3 \cdot 5^{2-x}$ |
| e) $6^{1-x} + 6^x = 7$ | j) $2^{x^2-5x} = 64^{-1}$ |

- 12. Resuelve los siguientes sistemas:

- | | |
|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| a) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$ | c) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} - 5^{y+1} = -9 \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{x+y} = 243 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} 3^x = 3^y \\ 4^x \cdot 4^y = 256 \end{cases}$ |

- 13. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

- | | |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| a) $2 \log_2 x - \log_2 (x - 16) = \log_2 4$ | d) $(x^2 - 5x + 9) \log 2 + \log 125 = 3$ |
| b) $\log x = 1 + \log (22 - x)$ | e) $\ln (2x - 3) + \ln (5 - x) = \ln 5$ |
| c) $2 \log (5x + 4) - \log 4 = \log (x + 4)$ | f) $\ln x = \ln 2 + 2 \ln (x - 3)$ |

- 14. Resuelve los siguientes sistemas:

- | | |
|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ | c) $\begin{cases} \log \left(\frac{x}{y}\right) = 1 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} \log x - \log y = 3 \log 5 \\ \log x + \log y = \log 5 \end{cases}$ |

