Derivadas-Aplicación

1.- Dada la función definida mediante $y = x^3 + x^2 + 2x-1$. Halla la ecuación de las rectas tangentes en:
a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x = -1$.
Sol: a) $y = 2x-1$; b) $y = 7x-4$; c) $y = 3x$

2.- La recta tangente a una cierta función f(x) en x = 1 es y = 3x+2. ¿Cuánto vale f'(1)?. Si en x =2 la recta tangente es y =-x +5, ¿Cuánto vale f'(2)?
Sol: f'(1)=3; f'(2)=-1

3.- Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a $y = x^2/3$ en los puntos de abscisas x =0, x =1 y x =2.
Sol: y =0, y =2x/3 - 1/3, y =4x/3 - 4/3

4.- Halla el valor de a para que la función $y = x^2 - ax + 2$ tenga un mínimo en x =1.
Sol: a=2

5.- Halla a, b, c y d para que la función $f(x)=ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en el punto (0,1) y un mínimo en (1,2).
Sol: $f(x)=-2x^3+3x^2+1$

6.- Halla b, c y d para que la función $x^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un extremo en (2,0) y un punto de inflexión en x =1.
Sol: $y = x^3 - 3x^2 +$

7.- Entre los pares de números cuyo producto es 64 encuentra aquellos positivos cuya suma de cuadrados sea mínima. (Sol: 8 y 8)

8.- Entre todos los rectángulos de área 16 halla el de perímetro mínimo. (Sol: x = y = 4)

9.- Queremos construir una caja abierta, de base cuadrada y volumen 256 l. Halla las dimensiones para que la superficie, y por tanto el coste, sea mínimo. (Sol: x = 8, y = 4)

10.- Se quiere vallar una parcela rectangular junto a una carretera. Si la valla junto a la carretera cuesta 1 €/m y el resto 50 céntimos/m. ¿Cuáles serán las dimensiones de la parcela para que el área sea máxima si disponemos de 180 euros? (Sol: 60x90 m).

11.- La curva $y = ax^2+bx+c$ pasa por el punto P(1,8), y tiene un mínimo en x=(0,5). Halla la ecuación de la curva. Sol: $y = 3x^2+5$

12.- Un comerciante vende mensualmente 3000 latas de refresco a un precio de 60 céntimos/lata y sabe que por cada céntimo que rebaja en el precio vende 150 latas más, de la misma forma si aumenta el precio 1 céntimo vende 150 latas menos. Si al comerciante le cuesta cada lata 30 céntimos. ¿A qué precio ha de vender las latas para obtener el máximo beneficio? (Sol: 55 céntimos)

13.- Hallar a, b, c y d para que la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tenga un máximo en el punto (0,1) y un mínimo en (1,2). Sol: $f(x)=-2x^3+3x^2+1$

14.- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ b) $f(x) = x(x - 3)^2$ c) $f(x) = x^4 - 2x^2$

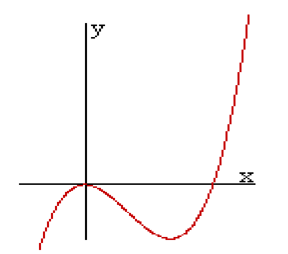
d) $f(x) = \dfrac{x-1}{2x+1}$ e) $f(x) = \dfrac{2x^2}{x-1}$ f) $f(x) = x - \dfrac{2}{x}$

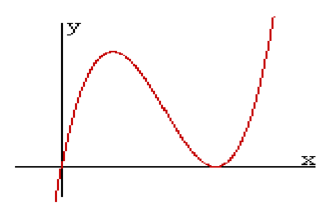
15.- Para la funciones dadas en el ejercicio 14 calcular los puntos extremos, si tienen.

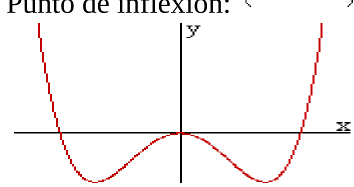
16.- Para la funciones dadas en el ejercicio 14 estudiar la concavidad y convexidad.

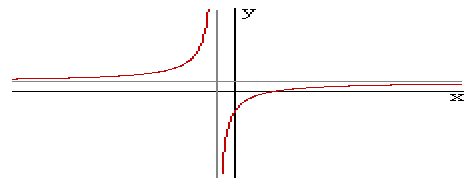
17.- Para la funciones dadas en el ejercicio 14 calcular los puntos de inflexión.

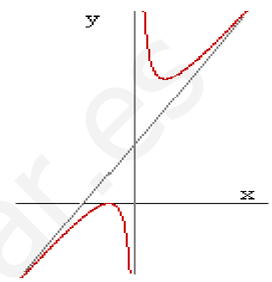
Sol ejercicios 14, 15, 16 y 17

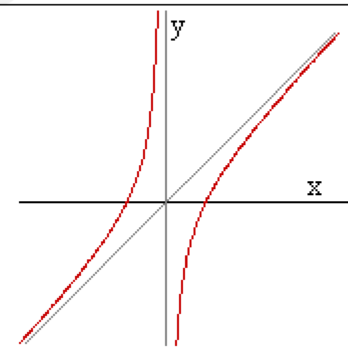
Función $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ Dominio: R Monotonía Creciente: (-inf, 0)∪(1, +inf) Decreciente: (0, 1) Máximo: (0, 1); Mínimo: (1, -1)	Concavidad Convexa: (1/2, +inf) Cóncava: (-inf, 1/2) Punto de inflexión: (1/2, -1/2)	

Función $f(x) = x(x - 3)^2$ Dominio: R Monotonía Creciente: (-inf, 1)∪(3, +inf) Decreciente: (1, 3) Máximo: (1, 4); Mínimo: (3, 0)	Concavidad Convexa: (2, +inf) Cóncava: (-inf, 2) Punto de inflexión: (2, 2)	

Función $f(x) = x^4 - 2x^2$ Monotonía Creciente: (-1, 0)∪(1, +inf) Decreciente: (-inf, -1)∪(0, 1) Máximo: (0, 0); Mínimos: (1 -1), (-1, -1)	Concavidad Convexa: $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ Cóncava: $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	Punto de inflexión: $\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{5}{9}\right)$ 

Función $f(x)=\dfrac{x-1}{2x+1}$ Dominio: R - {- 1/2} Monotonía Creciente siempre Extremos: No	Concavidad Convexa: (-inf, -1/2) Cóncava: (-1/2, +inf) Punto de inflexión: No	

Función $f(x)=\dfrac{2x^2}{x-1}$ Dominio: R - {1}	Monotonía Creciente en: (-inf,0)∪(2,+inf) Decreciente en: (0,2) Máximo en (0,0) Mínimo: (2,8)	
Concavidad Convexa: (1, +inf) Cóncava: (-inf, 1) Punto de inflexión: No	Asínotas Oblicua: y = 2x + 2 Vertical: x = 1	

Función $f(x)=x-\dfrac{2}{x}$ Dominio: R - {0}	Monotonía Creciente en todo su dominio.	
Concavidad Convexa: (-inf,0) Cóncava: (0,-inf)	Asínotas Oblicua: y = x Verticales: x = 0	