

1. Dados los polinomios: $P(x) = -3x^2 - \frac{5}{3}x + 8$ $Q(x) = \frac{-3}{5}x^3 + 4x^2 - \frac{2}{3}x$
 $R(x) = \frac{-2}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$ $S(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$ $M(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 2x$

Calcular: a) $P(x) + Q(x)$ b) $Q(x) + S(x)$ c) $R(x) - M(x)$ d) $P(x) - (R(x) - S(x))$,
 e) $S(x) + (-R(x) + P(x))$ f) $M(x) - S(x) + Q(x)$

Sol: a) $-3/5x^3 + x^2 - 7/3x + 8$, b) $-3/5x^3 + 3x^2 - 1/6x + 3$; c) $-2/3x^3 + 11/5x^2 - 13/5x + 3/5$, d) $2/3x^3 - 6x^2 - 17/30x + 52/5$, e) $2/3x^3 - 6x^2 - 17/30x + 52/3$, f) $-3/5x^3 + 24/5x^2 + 5/6x - 3$.

2. Determinar los polinomios P(x), Q(x) y R(x) en las siguientes igualdades:

a) $3x^7 - 5x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 8 - P(x) = 4x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 6x^2 + x - 11$

b) $6x^4 - 3x^3 + 2x^2 + Q(x) = 7x^5 - 9x^3 + 5x^2 - 7x - 2$

c) $3x^3 - \sqrt{8}x^2 + \frac{1}{5}x - \sqrt{3} = R(x) - \sqrt{2}x^2 + \frac{2}{5}x + \sqrt{3}$

a) $P(x) = 3x^7 - 4x^5 + 3x^3 - x^2 - x + 19$, b) $Q(x) = 7x^5 - 6x^3 + 3x^2 - 7x - 2$, c) $R(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2 - 1/5x - 2\sqrt{3}$.

3. Efectuar los siguientes productos:

a) $(3x^2 + 5x - 5) \cdot (x + 2)$

b) $\left(\frac{2}{3}x^3 - 4x + 8\right) \cdot (2x^2 - 3x + 5)$

c) $(x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 1) \cdot (-3x^2)$

d) $4x^3(x^4 - 8x^3 + 7x^2 - x + 5)$

e) $(2x^4 - 4x^3 + 2x + 3) \cdot (3x^3 - 2x + 1)$

f) $(3x^2 - 5) \cdot (4x + 3) \cdot (2x^2 + 4x + 6)$

Sol: a) $3x^3 + 11x^2 + 5x - 10$, b) $4/3x^5 - 2x^4 - 14/3x^3 + 28x^2 - 44x + 40$, c) $-3x^7 + 9x^5 - 6x^4 - 3x^2$, d)

$4x^7 - 32x^6 + 28x^5 - 4x^4 + 20x^3$, e) $6x^7 - 12x^6 - 4x^5 + 16x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 4x + 3$, f) $24x^5 + 66x^4 + 68x^3 - 56x^2 - 180x - 90$.

4. Determinar un polinomio de primer grado P(x) tal que $(x^2 - 1) \cdot P(x) - 2x^3 = 3x^2 - 2x - 3$ Sol: $P(x) = 2x + 3$

5. Completar las siguientes igualdades

a) $x^2 + 6x + 9 = (\dots)^2$

b) $4x^2 - 4x + 1 = (\dots)^2$

c) $x^4 - 1 = (\dots) \cdot (\dots) \cdot (\dots)$

d) $9a^2b^2 - \frac{4}{25}x^4 = (\dots) \cdot (\dots)$

e) $36x^4 + 60x^3 + 25x^2 = (\dots)^2$

f) $x^2 - 12x + \dots = (\dots)^2$

g) $x^4 - \frac{x^2}{9} = (\dots) \cdot (\dots) \cdot (\dots)$

h) $a^2b^4 - 2ab^2y + y^2 = (\dots)^2$

i) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3}y + \frac{1}{9}y^2 = (\dots)^2$

j) $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2 = (\dots)^2$

i) $x^4 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{36} = (\dots)^2$

Sol: a) $(x+3)^2$, b) $(2x-1)^2$, c) $(x^2+1)(x^2-1)$, d) $(3ab + 2/5x^2) \cdot (3ab - 2/5x^2)$, e) $(6x^2+5x)^2$, f) $x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$, g) $x \cdot (x-1/3) \cdot (x^2 + x/3)$,

h) $(ab^2 - y)^2$, i) $(1/2 - 1/3y)^2$, j) $(x/y + y/x)^2$, k) $(x^2 + 1/6)^2$

6. Como $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$, decir cuál de las dos expresiones es cierta:

a) $(x+1) \mid (x^2 + 2x + 1)$

b) $(x^2 + 2x + 1) \mid (x+1)$

¿Cuál es el polinomio divisor? ¿Es $x^2 + 2x + 1$ múltiplo de $x+1$? $x+1$ es divisor y x^2+2x+1 es un múltiplo.

7. Sabiendo que $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$, decir cuál de las dos expresiones es cierta:

a) $(x-2) \mid (x^2 - 4x + 4)$

b) $(x^2 - 4x + 4) \mid (x-2)$

¿Cuál es el polinomio divisor? ¿Es $x^2 - 4x + 4$ múltiplo de $x-2$? ¿Es $x-2$ divisible por $x^2 - 4x + 4$?

Sol: cierto a); $x-2$; sí; no.

8. Encontrar 3 polinomios divisibles por a) $3x^2 + 4x - 1$, b) $(x-1)^2$

Sol: a) $9x^2 + 12x - 3$; $3x^4 + 4x^3 - x^2$; $3x^3 + 7x^2 + 3x - 1$, b) $7(x-1)^2$; $(x-1)^4$; $(x-1)^9$

9. Encontrar 3 polinomios divisores y dos múltiplos de $p(x) = x^2(x^2 - 4)$ Sol: x^2 ; $x+2$; $x-2$; $x^3(x^2-4)$; $x^2(x^2-4)^2$

10. Sean P(x), Q(x), C(x) y R(x) polinomios tales que $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$

- Calcular a) $Q(x)$ siendo $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3x - 4$; $C(x) = 2x + 1$; $R(x) = 6x - 1$ Sol: $Q(x) = x^2 - 3x - 3$
 b) $Q(x)$ y $R(x)$ siendo $P(x) = 4x^2 - 7x + 6$; $C(x) = 2x - 1$; Sol: $Q(x) = 2x - 5/2$; $R(x) = 7/2$
 c) $P(x)$ siendo $Q(x) = 4x^3 - 8$; $C(x) = 3x + 8$; $R(x) = 2x - 12$; Sol: $P(x) = 12x^4 + 36x^3 - 22x - 84$.

11. Efectuar las siguientes divisiones indicando cuál es el polinomio cociente y el resto

- a) $(8x^5 - 14x^4 - 5x^3 + 16x^2 - 8x + 3) : (2x^2 - 5x + 3)$ b) $(x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 12x + 6) : (x^2 - x + 2)$
 c) $(x^6 - 3x + x^3 - 3) : (x^2 - 3x)$ d) $(6x^4 - x^3 + 5x^2 + 3x - 14) : (2x^2 - 3x + 7)$
 e) $(4x^2 - 19x + 4x^3) \cdot (2x - 3)$ f) $(x^4 + x^2 + 3x - 4) : (x^2 - 2x + 3)$ g) $(2x^4 - 5) : (2x + 2)$
 h) $\left(9x^4 + \frac{9}{2}x^2 + 5x + 4x^6 + \frac{10}{3}x^3\right) : (2x^2 + 3)$ i) $(4x^2 - 6x + 5) : (2x^2 - 6)$
 j) $(3x^5 + 6x^3 - 7x^2 + 2x - 7) : (x - 3)$ k) $\left(x^4 - 7x^2 + 9x - \frac{1}{2}\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$

Sol: a) $C(x) = 4x^3 + 3x^2 - x + 1$; $R(x) = 0$; b) $C(x) = x^2 - 4x + 5$, $R(x) = x - 4$; c) $C(x) = x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 28x + 84$; $R(x) = 249x - 3$; d) $C(x) = 3x^2 + 4x - 2$; $R(x) = -31x$; e) $C(x) = 2x^2 + 5x - 2$; $R(x) = -6$; f) $C(x) = x^2 + 2x + 2$; $R(x) = x - 10$; g) $C(x) = x^3 - x^2 + x - 2$; $R(x) = -1$; h) $C(x) = 2x^4 + 3/2x^2 + 5/3x$; $R(x) = 0$; i) $C(x) = 2$; $R(x) = -6x + 17$; j) $C(x) = 3x^4 + 9x^3 + 33x^2 + 92x + 278$; $R(x) = 827$; k) $C(x) = x^3 - 1/3x^2 - 62/9x + 305/27$; $R(x) = -691/162$.

12. Mediante la regla de Ruffini, hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

- a) $(x^3 - x^2 - 11x - 10) : (x - 2)$ b) $(8x^3 - 3x + x^4 + 20 + 12x^2) : (x + 3)$
 c) $(6x^4 + 20x^3 - 41x^2 + 50x + 20) : (x + 5)$ d) $(20 - 22x^3 + 5x^5) : (x - 2)$
 e) $\left(\frac{1}{2}x^6 + \frac{2}{3}x^5 - 3x^4 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{2}{3}x + 4\right) : (x - 2)$ f) $\left(x + \frac{3}{2}x^4 + 2x^5 - \frac{13}{4}x^3\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$
 g) $(x^6 + 5x^4 - 3x^2 + 1) : (2x - 4)$ h) $(x^3 + 2x^2 - 5x + 1) : (2x + 3)$

Sol: a) $C(x) = x^2 + x + 13$; $R(x) = 16$; b) $C(x) = x^3 + 5x^2 - 3x + 6$; $R(x) = 2$; c) $C(x) = 6x^3 - 10x^2 + 9x + 5$; $R(x) = -5$; d) $C(x) = 5x^4 + 10x^3 - 2x^2 - 4x - 8$; $R(x) = R = 4$; e) $C(x) = 1/2x^5 + 5/3x^4 + 1/3x^3 - 1/6x^2 - 1/3x$; $R = 4$; f) $C(x) = 2x^4 + 5/2x^3 - 2x^2 - x + 1/2$; $R = 1/4$; g) $C(x) = 1/2x^5 + x^4 + 9/2x^3 + 9x^2 + 33/2x + 33$; $R = 133$; h) $C(x) = 1/2x^2 + 1/4x - 23/8$; $R = 77/8$

13. Hallar el valor numérico del polinomio $2x^3 - 3x^2 - x + 5$ para $x = -2$; 4 ; $\frac{1}{2}$ Sol: 21; 81; 4.

14. Calcular b para que el valor numérico de $x^4 - bx^2 + 5x$ para $x = \frac{-2}{3}$ sea igual a 1 Sol: $b = -335/36$.

15. De entre los números 0, 1, 2, 3 y 4, ¿cuáles son raíces del polinomio $x^3 - 5x^2 + 4$? Sol: sólo $x = 1$

16. Comprobar si $1 + \sqrt{3}$ es raíz de $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x - 2$ Sol: Sí

17. De los números 1, 0, $\sqrt{2}$, -1 , 2 y -3 decir cuáles son raíces y cuáles no, de cada uno de los polinomios siguientes:

- a) $P(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2$ b) $Q(x) = 2x^2 + 10x - 28$
 c) $R(x) = x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2}$ d) $S(x) = x^3 + (1 + \sqrt{2})x^2 + \sqrt{2}x$ e) $I(x) = x$ Sol: a)

sol: 0, -1, -3; b) sí; 2; c) sí; $\sqrt{2}$, -1, d) sí; 0, -1, e) sí; 0

18. Hallar el resto de la división de $x^5 - 1$ entre los siguientes polinomios:

- a) $x - 1$ b) $x + 1$ c) $x - 3$ d) $x + 7$ e) $x - 5$ Sol: a) 0, b) -2, c) 242, d) -16808, e) 3124

19. Calcular el valor de c sabiendo que el resto de la división de $x^4 - 3x + c$ entre $x + 1/2$ es $-3/8$ Sol: $c = -31/16$

20. Calcular a para que el resto de la división de $ax^3 - a$ entre $x - 2$ sea $7/4$ Sol: $a = 1/4$

21. Determinar m de modo que el resto de la división de $2x^3 - x + m$ por $x + 2$ sea 5 Sol: $m = 19$

22. Calcular a para que 3 sea raíz del polinomio $x^3 - 6x^2 + ax - 2$ Sol: $a = 29/3$

23. Hallar p para que sea exacta la división $(x^2 - 2x + p) : (x + 3)$ Sol: $p = -15$

24. Hallar r para que sea nulo el resto de la división $\left(x^3 - \frac{2}{3}x^2 + rx + \frac{7}{9}\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$ Sol: $r = 2$

25. Añadir el término independiente a $x^4 - 3x^3 + x$ para que sea divisible por $x - 2$ Sol: $a_0 = 6$

26. Hallar b para que $x - 3$ sea un factor de $x^3 - 6x^2 + 2x - 2b + 2$ Sol: $b = -19/2$.

27. Hallar m para que $x - \frac{1}{2}$ sea un factor de $2x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{6}x + 3m$ Sol: $m = -1/9$