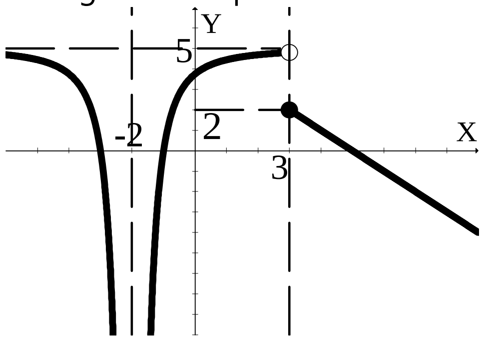
1º BACHILLERATO D – EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS I
TEMA 4.- LÍMITES, CONTINUIDAD Y DERIVADAS

Profesor: Rafael Núñez Nogales Curso 2015/2016

SOLUCIÓN

$\boxed{1}$ ***(1 punto)*** Sea f la función dada por la gráfica. Se pide:



a) $\lim_{x\to -2} f(x)$ $-\infty$ b) Indicar el tipo de discontinuidad que tiene en x = – 2 *Discontinuidad asintótica*

c) Escribir la ecuación de la asíntota vertical $A.V.: x=-2$ d) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ 5 e) $\lim_{x\to 3^+} f(x)$ 2

f) Indicar el tipo de discontinuidad que tiene en x = 3 *De salto finito* g) $\lim_{x\to\infty} f(x)$ $-\infty$ h) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ 5

i) Escribir la ecuación de la asíntota horizontal $A.H.: y=5$ j) f(– 2) *No existe*

$\boxed{2}$ Calcula los siguientes límites: a) $\lim_{x\to -2} \frac{x-1}{x^2+4x+4}$ ***(1 punto)***

$$\lim_{x\to -2} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{-2-1}{(-2)^2+4.(-2)+4} = \frac{-3}{0}\text{Indetermin.:} \begin{cases} \lim_{x\to -2^-} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x\to -2^+} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{cases}. \text{ Luego, } \lim_{x\to -2} \frac{x-1}{x^2+4x+4} = -\infty$$

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{6x-5}{2x-1}$ ***(0,4 puntos)*** $\lim_{x\to\infty} \frac{6x-5}{2x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{6x}{2x} = \frac{6}{2} = 3$

$\boxed{3}$ Dada la función f(x) = $\frac{x^2+2x-3}{x^2-x}$

a) Calcula $\lim_{x\to 1} f(x)$ y determina qué tipo de discontinuidad tiene la función en x = 1 ***(1 punto)***

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+2x-3}{x^2-x} = \frac{1^2+2.1-3}{1^2-1} = \frac{0}{0}\text{Indetermin. } \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+3)}{x\,\cancel{(x-1)}} = \frac{1+3}{1} = 4.\ \nexists f(1). \text{ Luego, la discontinuidad es evitable}$$

b) Halla f´(x) ***(1 punto)***

$$f'(x) = \frac{(x^2+2x-3)'.(x^2-x) - (x^2+2x-3).(x^2-x)'}{(x^2-x)^2} = \frac{(2x+2).(x^2-x) - (x^2+2x-3).(2x-1)}{(x^2-x)^2} =$$

$$= \frac{2x^3-2x^2+2x^2-2x - (2x^3-x^2+4x^2-2x-6x+3)}{(x^2-x)^2} = \frac{-3x^2+6x-3}{(x^2-x)^2}$$

$\boxed{4}$ La recta tangente a la gráfica de una función f en el punto A(1,3) también pasa por el punto B(2,7). Calcula cuánto vale f´(1) ***(0,4 puntos)***

$$f'(1) = \text{pendiente de la recta tangente} = \frac{7-3}{2-1} = 4$$

$\boxed{5}$ Calcula la función derivada de las funciones: a) $y = \sqrt{x} - \dfrac{1}{x}$ ***(0,5 puntos)*** $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{-1}{x^2} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{x^2}$

b) $y = \sqrt[3]{x^2}$ ***(0,6 puntos)*** $y = x^{2/3} \Rightarrow y' = \dfrac{2}{3} x^{2/3 - 1} = \dfrac{2}{3} x^{-1/3} = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

c) $y = \ln(x) + 2^x$ ***(0,5 puntos)*** $y' = \dfrac{1}{x} + 2^x . \ln(2)$

d) $y = x^2 . e^{5x-1}$ ***(1 punto)*** $y' = (x^2)'.e^{5x-1} + x^2.(e^{5x-1})' = 2x.e^{5x-1} + x^2.e^{5x-1}.5 = x.e^{5x-1}(2+5x)$

$\boxed{6}$ Dada la función $f(x) = -x^3 + 3x$

a) Determina los intervalos de monotonía de f ***(1 punto)***

Calculamos el valor de x donde alcanza los posibles extremos relativos: $f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = -1,\ x = 1$

Intervalo	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
Signo de $f'(x)$	*negativo*	*positivo*	*negativo*
Monotonía de $f(x)$	*decreciente*	*creciente*	*decreciente*

Luego, *la función es creciente en el intervalo* $(-1,1)$ y *decreciente en* $(-\infty,-1) \cup (1,\infty)$

b) Calcula los extremos relativos de f ***(0,6 puntos)***

En $x = 1$ *se alcanza un máximo relativo;* $f(1) = -1^3 + 3.1 = 2$. El *máximo relativo es* $M(1,2)$

En $x = -1$ *se alcanza un mínimo relativo;* $f(-1) = -(-1)^3 + 3.(-1) = -2$. El *mínimo relativo es* $N(-1,-2)$

c) Dibuja la gráfica de f ***(1 punto)***