

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ -x+1 & \text{si } -1 < x < 2 \\ x^2 - 2x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Estudia la continuidad de la función en los puntos $x = -1$ y $x = 2$. En el punto donde no sea continua explica el tipo de discontinuidad. **(1 punto)**
- b) Estudia razonadamente, utilizando la definición, si la función tiene derivada o no tiene derivada en el punto $x = 2$. **(1,5 puntos)**
- c) Representa gráficamente la función. **(1,5 puntos)**

www.yoquieroaprobar.es

2. Calcular las derivadas de las siguientes funciones utilizando las reglas de derivación: **(3 puntos, 1 por apartado)**

a) $y = \sqrt{x}(2x^2 + 1)$

b) $y = \frac{x^3 - x^2 + 2}{x^3 - 1}$

c) $y = \frac{1 - 2x^2}{2\sqrt{x}}$

3. Dada la función $f(x) = -2x^3 - 2x^2 + x - 1$, hallar:

- a) $f'(-1)$, es decir, la derivada de la función en el punto $x = -1$. **(1 punto)**
- b) Ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto anterior, $x = -1$. **(1 punto)**
- c) Ángulo que forma la recta anterior con el eje X. **(1 punto)**

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

Examen de Matemáticas CCSS I

17 de mayo de 2006
Curso: 1º de Bachillerato B+C

| | |
|------------|---------------|
| Apellidos: | Calificación: |
| Nombre: | |

1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ -x+1 & \text{si } -1 < x < 2 \\ x^2 - 2x - 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- Estudia la continuidad de la función en los puntos $x = -1$ y $x = 2$. En el punto donde no sea continua explica el tipo de discontinuidad. (1 punto)
- Estudia razonadamente, utilizando la definición, si la función tiene derivada o no tiene derivada en el punto $x = 2$. (1,5 puntos)
- Representa gráficamente la función. (1,5 puntos)

a) $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x} = \frac{-1+1}{-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (-x+1) = -(-1)+1 = 2$$

} $\Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

pues los límites laterales son finitos y distintos. Hay una discontinuidad de salto de longitud $L=2$.

$x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (-x+1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x - 1) = -1$$

} $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 4 - 1 = -1$$

Por tanto $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1 = f(2) \Rightarrow f$ es continua

en $x = 2$.

b) Hemos de estudiar $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$. Como f está definida de distinta manera a la izquierda y a la derecha de 2, estudiaremos los límites laterales:

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x + 1 - (-1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x + 2}{x - 2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} = \underline{\underline{-1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x - 1 - (-1)}{x - 2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} x = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

Como los límites laterales son distintos, no existe $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ y por tanto f no tiene derivada en $x = 2$ ($\neq f'(2)$).

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

2. Calcular las derivadas de las siguientes funciones utilizando las reglas de derivación: (3 puntos, 1 por apartado)

a) $y = \sqrt{x}(2x^2+1)$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x^2+1) + \sqrt{x} \cdot 4x = \frac{2x^2+1}{2\sqrt{x}} + 4x\sqrt{x} =$$

$$\frac{2x^2+1}{2\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} \cdot 4x\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{2x^2+1}{2\sqrt{x}} + \frac{8x^2}{2\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{10x^2+1}{2\sqrt{x}}$$

b) $y = \frac{x^3-x^2+2}{x^3-1}$

$$y' = \frac{(3x^2-2x)(x^3-1) - (x^3-x^2+2)3x^2}{(x^3-1)^2} =$$

$$= \frac{(3x^5-3x^2-2x^4+2x) - (3x^5-3x^4+6x^2)}{(x^3-1)^2} =$$

$$= \frac{x^4-9x^2+2x}{(x^3-1)^2}$$

c) $y = \frac{1-2x^2}{2\sqrt{x}}$

$$y' = \frac{-4x \cdot 2\sqrt{x} - (1-2x^2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(2\sqrt{x})^2} = \frac{-8x\sqrt{x} - \frac{1-2x^2}{\sqrt{x}}}{4x} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{x}(-8x\sqrt{x})}{\sqrt{x}} - \frac{1-2x^2}{\sqrt{x}}}{4x} = \frac{\frac{-8x^2}{\sqrt{x}} - \frac{1-2x^2}{\sqrt{x}}}{4x} =$$

$$= \frac{-6x^2-1}{4x\sqrt{x}}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

3. Dada la función $f(x) = -2x^3 - 2x^2 + x - 1$, hallar:

- $f'(-1)$, es decir, la derivada de la función en el punto $x = -1$. (1 punto)
- Ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto anterior, $x = -1$. (1 punto)
- Ángulo que forma la recta anterior con el eje X. (1 punto)

a) $f'(x) = -6x^2 - 4x + 1$. Por tanto

$$f'(-1) = -6(-1)^2 - 4(-1) + 1 = -6 + 4 + 1 = -1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f'(-1) = -1}}$$

b) $y - f(-1) = f'(-1)(x - (-1)) \Rightarrow$

$$y - (-2) = (-1)(x + 1) \Rightarrow y + 2 = -x - 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y = -x - 3}}$$

c) $\underline{\underline{f'(-1) = \operatorname{tg} \alpha = -1}}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\alpha = -45^\circ = 135^\circ}}$$

