

Ecuaciones. Inecuaciones. Sistemas.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones. [4 puntos; 1 punto por ecuación]

a) $\frac{x-2}{6} + x - 3 = 2(x-1) - \frac{5}{3} - \frac{3x-1}{4}$

b) $2x + \frac{1}{x+3} = \frac{9}{4}$; $\frac{8x(x+3)}{4(x+3)} + \frac{4}{4(x+3)} = \frac{9(x+3)}{4(x+3)}$

c) $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5}$

d) $3^{x+2} + 3^x = 90$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones. [1 punto]

$$\begin{cases} 2(x+2y)^2 - (2x+y)^2 = -1 \\ x-y=5 \end{cases}$$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de Gauss. [1 punto]

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+2y-z=2 \\ 2x-y+3z=9 \end{cases}$$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones y expresa la solución en forma de intervalo. [2 puntos; 1 punto por inecuación]

a) $2 - \left[-2(x+1) - \frac{x-3}{2} \right] < \frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{12} + 3x$

b) $\frac{x^2}{5} + \frac{x}{3} > \frac{x^2}{15} + \frac{1}{5}$

5. Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones, indicando claramente la región solución. [1 punto]

$$\begin{cases} 2x+y \leq 3 \\ x-y \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

6. **Problema** [1 punto]

Luis y Penélope tienen 45 canicas entre los dos. Si Penélope presta 5 canicas a Luis, éste tendría el doble que Penélope. ¿Cuántas canicas tiene cada uno?

$$1) a) \frac{x-2}{6} + x - 3 = 2(x-1) - \frac{5}{3} - \frac{3x-1}{4};$$

$$\frac{2(x-2)}{12} + \frac{12x}{12} - \frac{36}{12} = \frac{24(x-1)}{12} - \frac{20}{12} - \frac{3(3x-1)}{12};$$

$$2x - 4 + 12x - 36 = 24x - 24 - 20 - 9x + 3;$$

$$2x + 12x - 24x + 9x = -24 - 20 + 3 + 4 + 36; -x = -1; \boxed{x = 1}$$

$$b) 2x + \frac{1}{x+3} = \frac{9}{4}; \frac{8x(x+3)}{4(x+3)} + \frac{4}{4(x+3)} = \frac{9(x+3)}{4(x+3)}; 8x^2 + 24x + 4 = 9x + 27;$$

$$\underline{8x^2 + 15x - 23 = 0}; x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-23)}}{2 \cdot 8} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 736}}{16} =$$

$$= \frac{-15 \pm \sqrt{961}}{16} = \frac{-15 \pm 31}{16} = \begin{cases} \boxed{x_1 = 1} \\ \boxed{x_2 = -\frac{23}{8}} \end{cases}$$

$$c) \sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5}; (\sqrt{x+1})^2 = (3 - \sqrt{2x-5})^2; x+1 = 9 - 6\sqrt{2x-5} + 2x-5$$

$$6\sqrt{2x-5} = x+3; (6\sqrt{2x-5})^2 = (x+3)^2; 36(2x-5) = x^2 + 6x + 9;$$

$$72x - 180 = x^2 + 6x + 9; x^2 - 66x + 189 = 0$$

$$x = \frac{66 \pm \sqrt{(-66)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 189}}{2 \cdot 1} = \frac{66 \pm \sqrt{4356 - 756}}{2} = \frac{66 \pm \sqrt{3600}}{2} = \frac{66 \pm 60}{2} = \begin{cases} 63 \\ 3 \end{cases}$$

* La solución $x_1 = 63$ se descarta pues $\sqrt{63+1} = 8; 3 - \sqrt{2 \cdot 63 - 5} = 3 - \sqrt{121} = 3 - 11 = -8;$

* La solución es $\boxed{x = 3}$ ($\sqrt{3+1} = 2 = 3 - \sqrt{2 \cdot 3 - 5} = 3 - \sqrt{1} = 3 - 1$)

$$d) 3^{x+2} + 3^x = 90; 3^x \cdot 3^2 + 3^x = 90; 3^x \cdot 9 + 3^x = 90; 3^x(9+1) = 90;$$

$$3^x \cdot 10 = 90; 3^x = 9; 3^x = 3^2; \boxed{x = 2}$$

② Despejando x de la 2ª ecuación: $\boxed{x = 5 + y}$. Sustituyendo en la 1ª

$$2(5+y+2y)^2 - (2(5+y)+y)^2 = -1; 2(5+3y)^2 - (10+3y)^2 = -1;$$

$$2(25+30y+9y^2) - (100+60y+9y^2) = -1 \quad \underline{9y^2 - 50 = -1};$$

$$9y^2 = 49; y^2 = \frac{49}{9}; \boxed{y = \pm \frac{7}{3}}$$

* Si $\boxed{y = \frac{7}{3}} \Rightarrow x = 5 + \frac{7}{3}; \boxed{x = \frac{22}{3}}$

* Si $\boxed{y = -\frac{7}{3}} \Rightarrow x = 5 - \frac{7}{3}; \boxed{x = \frac{8}{3}}$

$$③ \begin{cases} x+y+z=6 \\ x+2y-z=2 \\ 2x-y+3z=9 \end{cases} \begin{bmatrix} f_2-f_1 \\ f_3-2f_1 \end{bmatrix} \begin{cases} x+y+z=6 \\ y-2z=-4 \\ -3y+z=-3 \end{cases} \begin{bmatrix} f_3+3f_2 \end{bmatrix} \begin{cases} x+y+z=6 \\ y-2z=-4 \\ -5z=-15 \end{cases}$$

$$\boxed{z=3}; y-2 \cdot 3 = -4; \boxed{y=2}; x+2+3=6; \boxed{x=1}$$

$$④ \text{ a) } 2 - \left[-2(x+1) - \frac{x-3}{2} \right] \leq \frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{12} + 3x;$$

$$2+2x+2 + \frac{x-3}{2} \leq \frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{12} + 3x; 2x+4 + \frac{x-3}{2} \leq \frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{12} + 3x;$$

$$24x+48+6x-18 \leq 8x-5x+3+36x; 24x+6x-8x+5x-36x \leq 3-48+18;$$

$$-9x \leq -27; x \geq 3. \text{ Solución: } \underline{\underline{[3, +\infty)}}$$

$$\text{ b) } \frac{x^2}{5} + \frac{x}{3} > \frac{x^2}{15} + \frac{1}{5}; 3x^2+5x > x^2+3; 2x^2+5x-3 > 0$$

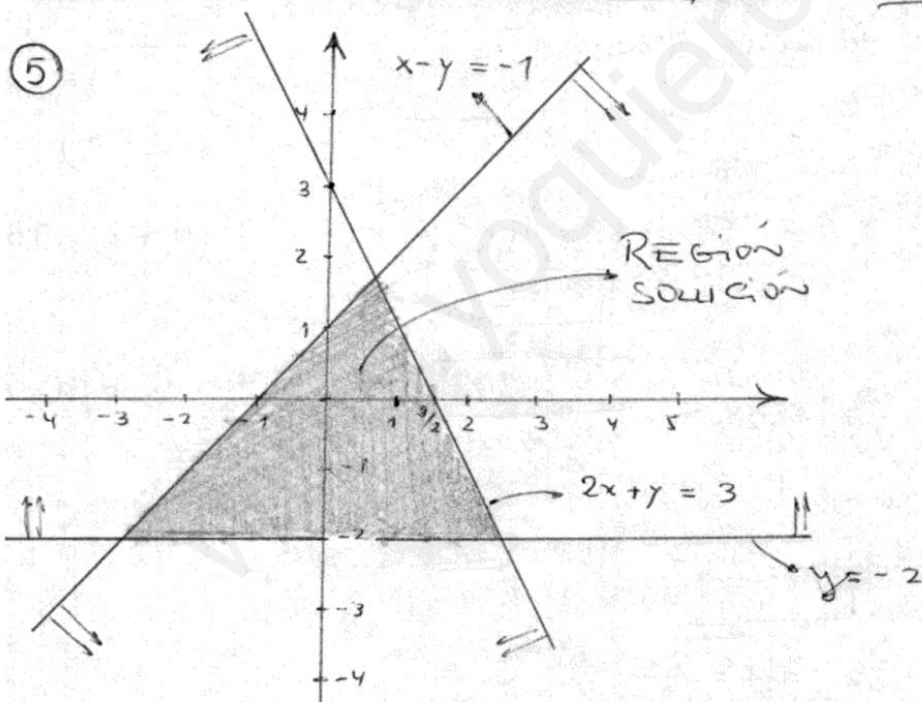
Las soluciones de $2x^2+5x-3=0$ son $x=\frac{1}{2}$ y $x=-3$. Entonces:

$$2x^2+5x-3 > 0 \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+3) > 0$$

		-3		$\frac{1}{2}$	
$x-\frac{1}{2}$		-		-	+
$x+3$		-		+	+
$2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+3)$		+		-	+

Solución:

$$\underline{\underline{(-\infty, -3) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)}}$$



$$\begin{cases} 2x+y \leq 3 \\ x-y \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

$$⑥ \begin{cases} \text{Canicas de Luis: } x \\ \text{Canicas de Penélope: } y \end{cases} \begin{cases} x+y=45 \\ x+5=2(y-5) \end{cases} \quad \underline{\underline{x=45-y}}$$

$$45-y+5=2y-10; -3y=-60; \underline{\underline{y=20}} \Rightarrow \underline{\underline{x=25}}$$

* Por tanto Luis tiene 25 canicas y Penélope 20.