Polinomios. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones

1. Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta $y = 2x - 3$, que pasa por el punto $(-2, -5)$. **(1 punto)**

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos)**

a) $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$; **b)** $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5}$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{l} x^2 - xy = 68 \\ x - y = 4 \end{array}\right\}$ **(1 punto)**

4. Hallar los valores de *m* para una de las soluciones de la ecuación de segundo grado $x^2 - 2mx + 8 = 0$ sea el doble que la otra . **(1,5 puntos)**

5. El área de un triángulo rectángulo es 60 metros cuadrados y la suma de sus catetos es 23 metros. Hallar lo que miden los tres lados. **(1,5 puntos)**

6. Descomponer en producto de factores (factorizar) los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$; **b)** $x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12$

Dar las soluciones de las correspondientes ecuaciones: $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$, $x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = 0$. **(2 puntos)**

7. ¿Qué valor debe tomar *k* para que al dividir el polinomio $2(k+1)x^2 + 3x + (k-2)$ entre $x - 2$ su resto sea 3? **(1 punto)**

(1) $y = 2x + n$. Como $(-2, -5)$ pertenece a esta recta, entonces

$-5 = 2 \cdot (-2) + n \Rightarrow -5 = -4 + n \Rightarrow \underline{n = -1}$

La recta pedida es pues $\underline{\underline{y = 2x - 1}}$

(2) a) $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow 3x^2 + 3 = 10x \Rightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$

$\Rightarrow \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64 \Rightarrow x = \frac{10 \pm 8}{6} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$

b) $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (3 - \sqrt{2x-5})^2$

$\Rightarrow x + 1 = 3^2 + (\sqrt{2x-5})^2 - 2 \cdot 3 \sqrt{2x-5} \Rightarrow$

$x + 1 = 9 + 2x - 5 - 6\sqrt{2x-5} \Rightarrow 6\sqrt{2x-5} = x + 3$

$\Rightarrow (6\sqrt{2x-5})^2 = (x+3)^2 \Rightarrow 36(2x-5) = x^2 + 9 + 6x$

$\Rightarrow 72x - 180 = x^2 + 9 + 6x \Rightarrow \underline{x^2 - 66x + 189 = 0}$

$\Delta = (-66)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 189 = 4356 - 756 = 3600$

$x = \frac{66 \pm 60}{2} = \begin{cases} x_1 = 63 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

(3) $\left.\begin{array}{l} x^2 - xy = 68 \\ x - y = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{x = y + 4}$. Sustituyendo en la 1ª

$(y+4)^2 - (y+4)y = 68 \Rightarrow y^2 + 16 + 8y - y^2 - 4y = 68$

$\Rightarrow 4y = 52 \Rightarrow \underline{y = 13} \Rightarrow \underline{x = 17}$

(4) Si una solución es x la otra es el doble: $2x$

La suma es $S = x + 2x = 3x$.

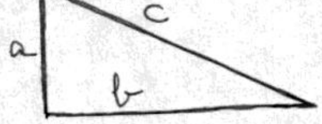
El producto es $P = x \cdot 2x = 2x^2$.

Como la ecuación es $x^2 - 2mx + 8 = 0$ ha de ser

$\left.\begin{array}{l} S = 2m \\ P = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x = 2m \\ 2x^2 = 8 \end{array}\right\} \rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -2 \end{cases}$

Si $x = 2 \Rightarrow 6 = 2m \Rightarrow \underline{m = 3}$

Si $x = -2 \Rightarrow -6 = 2m \Rightarrow \underline{m = -3}$

(5) 

$\left.\begin{array}{l} \frac{ab}{2} = 60 \\ a + b = 23 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ab = 120 \\ a + b = 23 \end{array}\right\}$

$\underline{a = 23 - b}$. Sustituyendo en la 1ª $(23 - b)b = 120 \Rightarrow$

$\Rightarrow 23b - b^2 = 120 \Rightarrow b^2 - 23b + 120 = 0$

$\Delta = (-23)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 120 = 49 \Rightarrow b = \frac{23 \pm 7}{2} = \begin{cases} 15 \\ 8 \end{cases}$

52146

Si $b = 15 \Rightarrow a = 8$
Si $b = 8 \Rightarrow a = 15$
$\Rightarrow$ Los catetos miden 8 y 15 m.

En cualquier caso $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 8^2 + 15^2 = 289$
$\Rightarrow c = 17 \Rightarrow$ la hipotenusa mide 17 m.

⑥ a)

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 6 & 12 & 8 \\
-2 & & -2 & -8 & -8 \\
\hline
 & 1 & 4 & 4 & \boxed{0} \\
-2 & & -2 & -4 & \\
\hline
 & 1 & 2 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x+2)(x+2)(x+2)$
Las soluciones de $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$ son $\underline{\underline{x = -2}}$ (triple)

b)

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 1 & -4 & 2 & -12 \\
2 & & 2 & 6 & 4 & 12 \\
\hline
 & 1 & 3 & 2 & 6 & \boxed{0} \\
-3 & & -3 & 0 & -6 & \\
\hline
 & 1 & 0 & 2 & \boxed{0} &
\end{array}$$

NO HAY MÁS RAÍCES ENTERAS

$x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = (x-2)(x+3)(x^2+2)$
Las soluciones de $x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = 0$ son $\underline{\underline{x = 2}}$, $\underline{\underline{x = -3}}$ (no hay más pues $x^2 + 2 = 0$ no tiene solución).

⑦ $p(2) = 3 \Rightarrow 2(k+1)2^2 + 3 \cdot 2 + k - 2 = 3$
$\Rightarrow 8(k+1) + 6 + k - 2 = 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow 8k + 8 + 6 + k - 2 = 3 \Rightarrow 9k = -9$
$\Rightarrow \underline{\underline{k = -1}}$