

## POLINOMIOS

- 1.- Hallar un polinomio de 2° grado, cuyo primer coeficiente sea 2, que sea divisible por  $(x)$  y por  $(x+1)$ .  
Sol:  $2x^2 + 2x$
- 2.- Determina  $m$  para que el polinomio  $3x^2 + x - m$ , dé resto 14 al dividirlo por  $x - 1$ .  
Sol:  $m = -10$ .
- 3.- Efectúa las siguientes operaciones:  

$$(x - y + z - w) - (-x + y + z + w) - (-x - y - z + w) + (x + y - z - w) =$$
Sol:  $4x - 4w$
- 4.- Completa el cuadrado mágico de polinomios de 2° grado, sabiendo que la suma de filas y columnas ha de ser  $3x^2 + x + 2$ .

$x^2 + 2x + 5$	$x^2 - x - 3$	
	$x^2 - 3x + 1$	
		$3x^2 + 2x + 2$

Sol:

$x^2 + 2x + 5$	$x^2 - x - 3$	$x^2$
$3x^2 + 5x + 1$	$x^2 - 3x + 1$	$-x^2 - x$
$-x^2 - 6x - 4$	$x^2 + 5x + 4$	$3x^2 + 2x + 2$

- 5.- Desarrolla, sin operar, la potencia  $(x + 2y)^2$ .  
Sol:  $x^2 + 4xy + 4y^2$
- 6.- Calcula el resultado de la operación  $x^5 + x^4 - 3x^5 - 2x^4$  y exprésala como un binomio.  
Sol:  $-2x^5 - x^4$
- 7.- Halla el valor numérico de  $x^2 + x - 2$  para  $x = 3$ .  
Sol: 10.
- 8.- Indica cuál es el grado de  $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 5)$ , y efectúa luego el producto.  
Sol: Grado 4;  $x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 15x - 5$
- 9.- Aplica la regla de Ruffini, efectua la división  $(x^3 + x^2 - 3x + 5) \div (x - 1)$ , e indica el cociente y el resto.  
Sol:  $C(x) = x^2 + 2x - 1$ ,  $R(x) = 4$ .
- 10.- Calcula el cociente y el resto de la división:  $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 7}{x - 1}$ .  
Sol: Cociente:  $x^2 + 2x - 1$ ; Resto: 6.
- 11.- Calcula el resultado de la operación:  $(x - 7)(x^2 - 3x - 2)(-2x + 5)$ .  
Sol:  $-2x^4 + 25x^3 - 88x^2 + 67x + 70$
- 12.- Halla el valor numérico de  $\frac{(3x - y)(5x + 7y)}{(x - 3)(2 - y^2 + 3x)}$  para  $x = -1$  e  $y = -2$ :  
Sol:  $\frac{19}{20}$
- 13.- Calcula el cociente y el resto de la división:  $\frac{x^5 + x}{x^2 + 3}$ .  
Sol: Cociente:  $x^3 - 3x$ ; Resto:  $10x$ .

14.- Simplifica la expresión  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$ .

Sol:  $\frac{x-2}{x+3}$

15.- Transforma en producto la expresión  $4x^2 - 12xy + 9y^2$ .

Sol:  $(2x - 3y)^2$

16.- Probar si el polinomio  $x^{99} - 1$  es divisible por  $x - 1$ .

17.- Calcula  $-3x^5 + 2x^5 - 7x^5$ .

Sol:  $-8x^5$

18.- Hallar el valor de  $r$  para que  $(-2)$  sea un cero del polinomio  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2rx - 4$ .

Sol:  $-6$

19.- Sean:  $P(x) = 3x^3 - x^2 + 3$ ;  $Q(x) = 4x^3 + x^2 - 5x - 7$ . Calcula:

a)  $P(x) - Q(x)$

b)  $Q(x) - P(x)$ .

c) ¿Qué relación existe entre los resultados?

Sol:

a)  $P(x) - Q(x) = -x^3 - 2x^2 + 5x + 10$ .

b)  $Q(x) - P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 10$ .

c) Son opuestos.

20.- Transforma en producto la expresión:  $81x^2 - 49$ .

Sol:  $(9x + 7)(9x - 7)$

21.- Aplicando la regla de Ruffini calcula el valor de  $m$  para que al dividir  $x^4 - 3x + 5m$  entre  $x - 1$ , el resto sea igual a 3.

Sol:  $m = 1$

22.- Opera y da el resultado lo más simplificado posible:

$$7 + x^4 + 5x^2 - 3x^3 + 7x^4 - 8x^5 + 6x - 3x^2 + 5x - 3 - x^3.$$

Sol:  $-8x^5 + 8x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 11x + 4$

23.- Calcula el resultado de la operación:  $(z - 5)^2 + (z - 4)(z + 3) - (2z + 5)(-z + 1)$ .

Sol:  $4z^2 - 8z + 8$

24.- Sean:  $P(x) = x^5 - 5x + 1$ ;  $Q(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 - x - 1$ ;  $R(x) = x^6 + x^5 - x^3 + 2x^2 + 7x + 3$ .

Calcula:  $-P(x) - 3Q(x) + R(x)$ .

Sol:  $x^6 - 3x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 15x + 5$

25.- Aplica la regla de Ruffini y calcula el valor de  $m$  para que al dividir  $3x^4 + mx - 5$  entre  $x + 2$ , dicha división sea exacta.

Sol:  $m = \frac{43}{2}$

26.- Aplicando la regla de Ruffini, efectuar la división  $(x^5 + 1) \div (x + 1)$ , e indicar el cociente y el resto.

Sol:  $C(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ ,  $R(x) = 0$ .

27.- Empleando los productos notables, calcula:

a)  $(2x + 1)(4x^2 + 1)(2x - 1)$

b)  $(5x^2 + 2x)^2 - (5x^2 + 2x)(5x^2 - 2x) + (5x^2 - 2x)^2$

Sol: a)  $16x^4 - 1$ ; b)  $25x^4 + 12x^2$

28.- Halla el  $mcd(P(x), Q(x), R(x))$ , siendo:

$$P(x) = x^2 + 2x + 1 \quad Q(x) = 4x^4 + 8x^3 + 4x^2 \quad \text{y} \quad R(x) = x^4 - 3x^2 - 2x.$$

$$\text{Sol: } 4x^2(x+1)^2(x-2)$$

29.- Responder, razonadamente, a las siguientes cuestiones:

a) El polinomio  $P(x) = x^3 + 7x^2 - 1$  tiene tres raíces enteras distintas. ¿Es posible?

b) Un polinomio tiene por raíces 1, 2 y 3. Escríbelo.

c) Hallar el resto de la división de  $P(x) = 2x^{31} + 3$  entre  $x + 1$ .

d) Si un polinomio es divisible por  $x$ , ¿qué número podemos asegurar que es una raíz de dicho polinomio?

$$\text{Sol: a) no; b) } P(x) = (x-1)(x-2)(x-3); \text{ c) } 1; \text{ d) } 0$$

30.- En las siguiente relaciones hay errores muy graves. Corrígelos:

a)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

b)  $1 - (x^2 + x - 2) = -x^2 + x + 3$

c)  $x \cdot x = 2x$

d)  $(3x+2)(x-1) = 3x^2 - 2$

e)  $2x+1(3x-2) = 6x^2 - 4x + 3x - 2$

f)  $(x^2)^4 = x^6$

31.- Si 3, 2 y  $-2$  son tres ceros del polinomio  $P(x) = x^4 - 7x^3 + 8x^2 + 28x - 48$ . Hallar el otro cero y descomponer en factores el polinomio.

$$\text{Sol: } 4$$

32.- Determinar  $a$  de modo que al dividir  $P(x) = 2x^{15} - ax^{10} + 5x^8 + 2ax^4 - 6$  entre  $x+1$ , el resto sea igual a 2.

$$\text{Sol: } a = 5$$

33.- Determinar el polinomio  $P(x) = ax^2 + bx + 4$  sabiendo que es divisible por  $x+2$ , y que los restos obtenidos al dividirlo por  $x+1$  y  $x+3$  son iguales.

$$\text{Sol: } a = 1; b = 4$$

34.- Sin efectuar la división, hallar el resto de las siguientes divisiones y decir si alguna es exacta:

a)  $(x^3 + 2x^2 - 13x + 10) : (x-1)$

b)  $(x^6 - 3x^5 + 4x) : (x+2)$

c)  $(2x^5 - 3x^2 - 4x + 1) : (x-3)$

d)  $(x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x) : (x-2)$

$$\text{Sol: a) } 0; \text{ b) } 152; \text{ c) } 448; \text{ d) } 0$$

35.- Hallar las raíces enteras de los siguientes polinomios:

a)  $5x^3 - 10x^2 - 5x + 10$

b)  $3x^3 + 3x^2 - 12x - 12$

$$\text{Sol: a) } -1, 1, 2; \text{ b) } -1, 2, -2$$

36.- Descomponer los siguientes polinomios:

a)  $3x^3 - 3x$

b)  $x^3 + 4x^2 - x - 4$

c)  $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$

d)  $3x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 6x$

e)  $5x^3 - 10x^2 - 5x + 10$

f)  $3x^3 + 3x^2 - 12x - 12$

$$\text{Sol: a) } 3x(x-1)(x+1); \text{ b) } (x-1)(x+1)(x+4); \text{ c) } x(x-1)(x+1)(x-2)$$

$$\text{d) } 3x(x-1)(x+1)(x+2); \text{ e) } 5(x-1)(x+1)(x-2); \text{ f) } 3(x-1)(x-2)(x+2)$$