

1. Dada la función parabólica $y = x^2 - 6x + 8$, calcular: puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**, vértice. **(0,5 puntos)** y hacer la representación gráfica. **(1 punto)**

2. Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{3x-2}$, halla la función inversa de f respecto de la composición **(1 punto)** y comprueba que efectivamente lo es **(1 punto)**.

3. Dada la función racional $y = \frac{-2x+6}{x+3}$:

a) Halla los puntos de corte con los ejes. **(1 punto)**

b) Haz las transformaciones oportunas en la función y di cuál es su asíntota vertical y su asíntota horizontal. **(1 punto)**

c) Represéntala gráficamente **(1 punto)**

4. Calcular los siguientes límites, indicando la indeterminación correspondiente:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$ **(1 punto)**

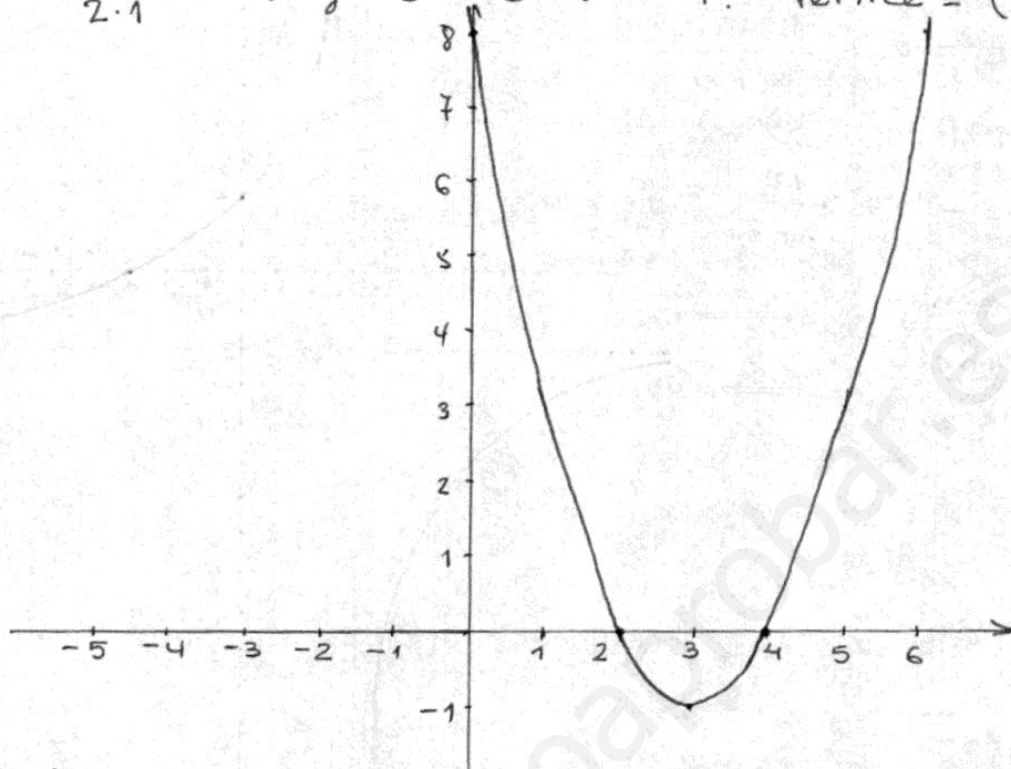
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^2 - 3x + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 2}}$ **(1 punto)**

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x-2} - 1}$ **(1 punto)**

① Puntos de corte con el eje X: $x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} 4 \\ 2 \end{cases}$; $(4, 0)$, $(2, 0)$

Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \Rightarrow y = 8$; $(0, 8)$.

Vértice: $x = \frac{6}{2 \cdot 1} = 3$; $y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = -1$. Vértice = $(3, -1)$



② $y = \frac{x+1}{3x-2}$. Cambiemos x por y , y despejemos el valor de y . El resultado será la función inversa respecto de la composición.

$$x = \frac{y+1}{3y-2} \Rightarrow 3xy - 2x = y + 1 \Rightarrow 3xy - y = 2x + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(3x-1) = 2x+1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{3x-1}$$

Por tanto la función inversa es $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$. Para la comprobación hemos de

ver que $(f \circ f^{-1})(x) = x$ y que $(f^{-1} \circ f)(x) = x$:

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right) = \frac{\frac{2x+1}{3x-1} + 1}{3 \frac{2x+1}{3x-1} - 2} =$$

$$= \frac{\frac{2x+1+3x-1}{3x-1}}{\frac{6x+3-6x+2}{3x-1}} = \frac{5x}{5} = \underline{\underline{x}}$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}\left(\frac{x+1}{3x-2}\right) = \frac{2 \frac{x+1}{3x-2} + 1}{3 \frac{x+1}{3x-2} - 1} = \frac{\frac{2x+2+3x-2}{3x-2}}{\frac{3x+3-3x+2}{3x-2}} =$$

$$= \frac{5x}{5} = \underline{\underline{x}}$$

③ a) Puntos de corte con eje X: $y=0 \Rightarrow \frac{-2x+6}{x+3} = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -2x+6=0 \Rightarrow x=3$; (3, 0)

Punto de corte con el eje Y:

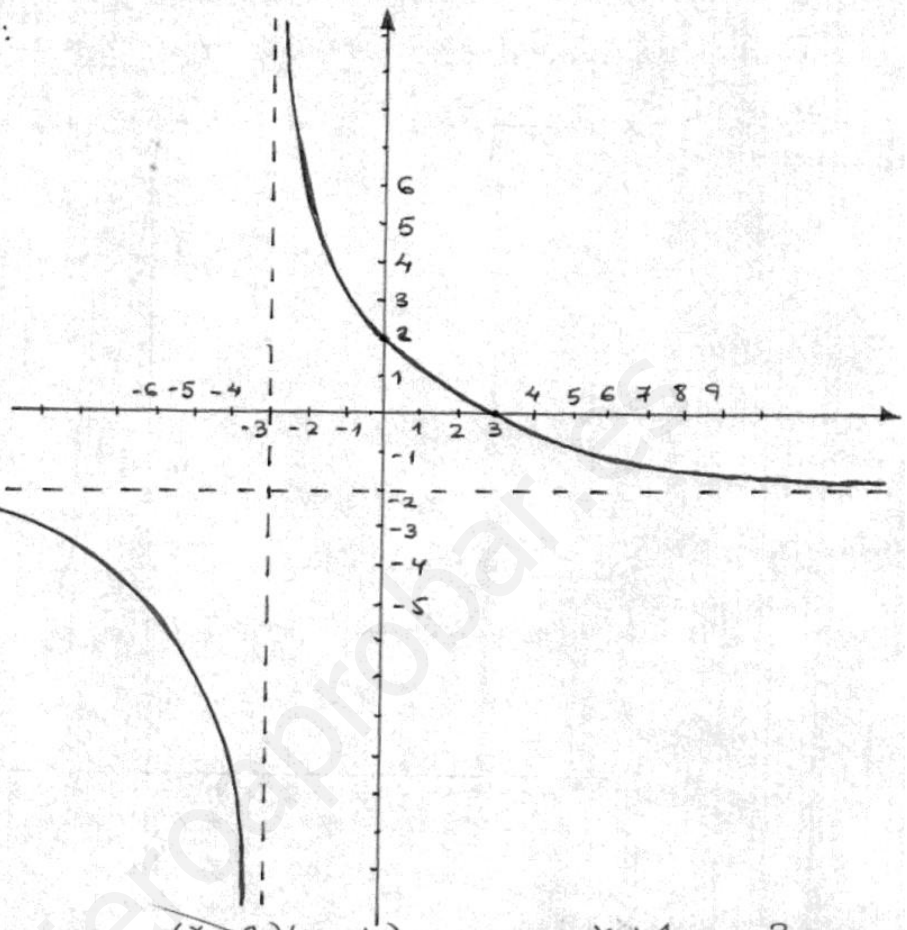
$x=0 \Rightarrow y=2$; (0, 2)

b) $\frac{ax+b}{x+d} = a + \frac{b-ad}{x+d}$
 (transformación)

$\frac{-2x+6}{x+3} = -2 + \frac{12}{x-3}$

Asíntota horizontal: $x=-2$

Asíntota vertical: $y=-3$



④ a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+2} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^2 - 3x + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 2}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}{3 + \sqrt{1 - \frac{2}{x^4}}} = \frac{8 - 0 + 0}{3 + \sqrt{1 - 0}} =$
 $= \frac{8}{3+1} = \underline{\underline{2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2} - 1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x-2} + 1)}{(\sqrt{x-2} - 1)(\sqrt{x-2} + 1)} =$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x-2} + 1)}{x-2-1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x-2} + 1)}{x-3} =$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x-2} + 1) = \sqrt{3-2} + 1 = \underline{\underline{2}}$