ACTIVIDADES PARA ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO QUE TIENEN PENDIENTE
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS I
SEGUNDA PARTE

1. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-4x+3}$ b) $g(x)=\ln\dfrac{4x-5}{2x+6}$ c) $h(x)=\sqrt{\dfrac{6-2x}{2x+3}}$

2. Represente la función

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-8x-14 & \text{si} \quad x\le -3 \\ \dfrac{x+1}{2} & \text{si} \quad -3<x\le 3 \\ \dfrac{2x-7}{x-3} & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$$

3. Dadas las funciones

$f(x)=\dfrac{2x+7}{x-3}$ $g(x)=\sqrt{2x+5}$ $h(x)=3-4x$

se pide:

a) $h-f$ c) $f\circ h$ e) f^{-1}

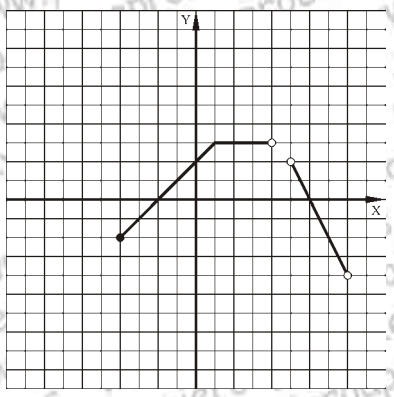
b) $\text{Dom}(f+g)$ d) $g(f(a))$ f) $\text{Rec}(f)$

4. Determine el dominio y el recorrido de la función f dada por la gráfica adjunta, sus puntos de intersección con los ejes, el signo de la función y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
Dibuje la gráfica de la función g en los siguientes casos:

a) $g(x)=f(x+3)$ d) $g(x)=-f(x)$

b) $g(x)=f(-x)$ e) $g(x)=f(x)-2$

c) $g(x)=|f(x)|$



5. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\ln\dfrac{2x+3}{6-2x}$ b) $g(x)=\ln\left(25-x^2\right)$ c) $h(x)=\dfrac{x-3}{4x^2-28x}$ d) $v(x)=\sqrt{x^2-16}$

6. Represente la función

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+3}+1 & \text{si} \quad x\le -2 \\ \dfrac{8-x}{2} & \text{si} \quad -2<x<4 \\ -x^2+12x-28 & \text{si} \quad x\ge 4 \end{cases}$$

7. Dadas las funciones

$f(x)=\dfrac{5-2x}{x^2-1}$ $g(x)=\dfrac{x-3}{x-1}$ $h(x)=\dfrac{3x+4}{2}$ $u(x)=2^{x+3}+1$

se pide:

a) $f-g$ b) $g\circ h$ c) u^{-1} d) $(h\circ f)\left(\dfrac{1}{2}\right)$

8. Estudie las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x^2+2}{x-3}$.

9. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{3x^2-7x+2}$ b) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{1-\sqrt{2x+5}}{x+2}$ c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{4x^2+x}-\sqrt{4x^2-5x}\right)$

10. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-2x-5}{x-3} & \text{si} \quad x<-3\\ -\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2} & \text{si} \quad -3\le x<1\\ -x^2+6x-7 & \text{si} \quad x\ge 1\end{cases}$$

se pide:

a) Estudio analítico de la continuidad.
b) Gráfica de *f*.

11. Determine el valor de *a* para que la función $f(x)=\begin{cases}2^{x-1} & \text{si} \quad x\le -2\\ ax-2 & \text{si} \quad x>-2\end{cases}$ sea continua.

12. Dada la función $f(x)=x^3-3x^2+4$, se pide:

a) Ecuación de la recta tangente a *f* en el punto de abscisa $x=-2$.
b) Determine las coordenadas del punto en el que la recta tangente a *f* es paralela a la recta $3x+y-2=0$ y halla su ecuación.

13. Estudie la monotonía y los extremos de la función $f(x)=-x^3+3x^2+9x$.

14. Obtenga la función derivada de la función *f* en los siguientes casos:

a) $f(x)=\left(4x^2-3\right)^3$
b) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$
c) $f(x)=3x^2\cdot e^{x^2}$
d) $f(x)=\dfrac{x-1}{2^x}$
e) $f(x)=\operatorname{sen} x\cdot\cos x$
f) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}$

15. Estudie la derivabilidad de la función $f(x)=\begin{cases}x^3-2x^2+3 & \text{si} \quad x\le 2\\ -x^2+7x-7 & \text{si} \quad x>2\end{cases}$.

16. Calcule el valor de *a* para que la función $f(x)=ax^3-2x^2+3x$ tenga un extremo local en el punto de abscisa $x=3$. Analice el tipo de extremo.

17. Estudie el dominio, asíntotas, monotonía y extremos de la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-4}$.

18. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x-4}{x^3-x^2-6x}$
b) $g(x)=\sqrt{\dfrac{3x+12}{2x-3}}$
c) $h(x)=\sqrt{18+9x-2x^2}$

19. Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{3x+12}{2x-3}$ y $g(x)=\dfrac{4}{x}$, se pide:

a) $g-f$
b) $f\circ g$ (*g* compuesta con *f*)
c) f^{-1} (inversa de *f* respecto de la composición)
d) $(g\circ f)(5)$

20. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+3x+2}{x^3+1}$
b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x+4}}{x}$
c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{x+2}$
d) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x-\sqrt{x^2+4x-1}\right)$

21. Estudia las asíntotas de la función *f* en los siguientes casos:

a) $f(x)=\dfrac{2x+5}{3-x}$
b) $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x-1}$
c) $f(x)=\dfrac{x^2+5x-3}{x^2+x-2}$
d) $f(x)=\dfrac{x^2}{4-x^2}$

22. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)=x^3-2x^2$ en el punto de abscisa $x=-1$.

23. Calcula la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\mathrm{L}\sqrt{x^2-1}$
b) $f(x)=\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^2$
c) $f(x)=\dfrac{x}{2^x}$
d) $f(x)=3x^2\cdot\sqrt{x^2-1}$

24. Estudia el dominio, asíntotas, monotonía y extremos de la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}$.

25. Calcula en qué punto la recta tangente a la curva de la función $f(x)=(2x-1)^2+5$ es paralela a la recta de ecuación $y=2x+5$. Después escribe las ecuaciones de la recta tangente y normal a la gráfica en dicho punto.

26. Determina los valores de los parámetros a y b para que la función $f(x)=-x^3+ax^2+bx$ tenga un extremo local en el punto $(-1,-5)$.

27. Estudia la monotonía y los extremos de la función $f(x)=\dfrac{x^4-8x^3+16x^2}{8}$.

28. Dada la función $f(x)=\begin{cases} -x^2-8x-13 & \text{si} \quad x\le -2 \\ \dfrac{1}{2}x-2 & \text{si} \quad -2<x<2 \\ x^2-6x+7 & \text{si} \quad x\ge 2 \end{cases}$, se pide:

a) Estudio analítico de la continuidad.
b) Gráfica de *f*.

29. Dada la función $f(x)=\begin{cases} x+3 & \text{si} \quad x<-1 \\ 3-x^2 & \text{si} \quad -1<x\le 2 \\ -x+3 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$, se pide:

a) Estudio analítico de la continuidad.
b) Representación gráfica.

30. Estudia los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-3}$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{3}}$ c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{5-x}$

31. Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{5-2x}{x^2-1}$ y $g(x)=\dfrac{4x-3}{2x-1}$, se pide:

a) $g-f$ b) $g\circ h$ c) g^{-1} d) $(g\circ f)\left(\dfrac{1}{2}\right)$

32. Halla la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^3-2x^2+5$ c) $h(x)=\sqrt{x}+e^x\cdot x^4$ e) $j(x)=7x\cdot(x+\cos x)$ g) $l(x)=(x^4-2x+6)^3$

b) $g(x)=(x^2+1)^3\cdot 2^x$ d) $i(x)=\dfrac{x+2}{x^2-1}$ f) $k(x)=\dfrac{x^2\cdot \ln x}{e^x}$ h) $m(x)=\sqrt{4x}\cdot \operatorname{sen} x$

33. Estudia si la función $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & \text{si} \quad x<0 \\ -x^2+2 & \text{si} \quad x\ge 0 \end{cases}$ es derivable.

34. Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)=2x^3-9x^2+12x-15$. Halla sus extremos.

35. Esboza la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}$, estudiando su dominio, asíntotas, puntos de intersección con los ejes, monotonía y extremos relativos:

36. La gráfica de la función $f(x)=x^2+bx+c$ pasa por el punto $P(-2,1)$ y alcanza un extremo relativo en el punto de abscisa $x=-3$. Determina los valores de *b* y *c*.

37. Calcula la función inversa correspondiente a cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{2x-1}{1-x}$ b) $g(x)=\sqrt{x+3}$ c) $h(x)=\log_3(x+5)-2$

38. ¿Cuál es la ecuación de una parábola que pasa por el punto $(0,9)$ y en el punto $(2,9)$ tiene como recta tangente $y-6x+3=0$?

39. Cierto tipo de bengala permanece encendida un tiempo de 4 minutos. Se ha comprobado que el porcentaje de luminosidad que produce viene dado por la siguiente función, considerando el tiempo en minutos.

$$f(t) = 100t - 25t^2 \quad \text{con} \quad t \in [0, 4]$$

a) ¿Para qué valor de t se obtiene el porcentaje de luminosidad máximo?
b) ¿En qué intervalo de tiempo decrece el porcentaje de luminosidad?
c) ¿Para qué valores de t el porcentaje de luminosidad es del 75%?

40. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2 - x - 2}$ b) $g(x) = 2x + \sqrt{x-1}$ c) $h(x) = \log\left(x^2 - 4\right)$

41. Realiza las siguientes operaciones de funciones, indicando sus respectivos dominios:

a) Siendo $f(x) = x + 2$ y $g(x) = \dfrac{1}{x}$, calcula $(f+g)(x)$.

b) Siendo $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$ y $g(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$, calcula $(f \cdot g)(x)$.

c) Siendo $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x-2}$, calcula $(f \circ g)(x)$.

d) Siendo $f(x) = \dfrac{3}{x-1}$ y $g(x) = x^2$, calcula $(g \circ f)(x)$.

42. Dada la función $f(x) = 2^x$, indica que transformación sufre en cada una de las siguientes funciones (realiza un esbozo de las gráficas):

a) $f(x-3)$ b) $f(x) + 4$ c) $f(-x)$ d) $-f(x)$

43. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$ b) $g(x) = \dfrac{2}{x-2}$ c) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 2x + 3 & \text{si} \quad 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

44. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{3x^2 + 2} - \sqrt{3x^2 - 5x}\right)$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^3 + 3x^2 - x}{x^2 - x}$ c) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{2x+6}}{x+2}$

45. Estudia la continuidad de las siguientes funciones, clasificando las discontinuidades:

a) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 2x + 3 & \text{si} \quad 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$ b) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2 - 4x + 3}$ c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - x - 2} & \text{si} \quad x \le 3 \\ 4 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

46. Dadas las funciones: $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = \sqrt{1-x}$ y $h(x) = \dfrac{2}{x}$, realiza las siguientes operaciones:

a) $(f+g)(x)$ b) $(f \circ g)(x)$ c) $(h \circ f)(x)$ d) $g^{-1}(x)$

47. Contesta sólo lo que se te pide en cada apartado:

a) Estudia la simetría de $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$.

b) Halla los puntos de corte con los ejes de $g(x) = \dfrac{3x+4}{x^2 - 1}$.

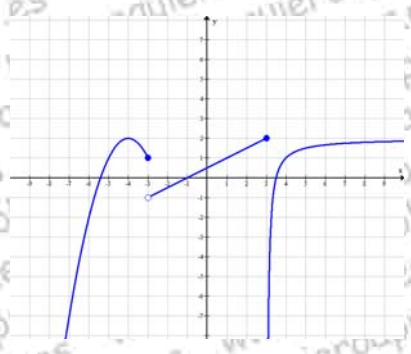
c) Halla la inversa de $h(x) = 2^{x+3} - 5$.

48. Sea la función $f(x) = \dfrac{x^3}{1 - x^2}$. Se pide:

a) Encuentra los máximos y mínimos relativos de la función.
b) Determina las ecuaciones de sus asíntotas y la posición de la curva respecto de ellas.
c) Construye un esbozo de la gráfica de la función.

SOLUCIONES

1. a) $Dom\ f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$ b) $Dom\ g = (-\infty, -3) \cup \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$ c) $\left(-\frac{3}{2}, 3\right]$

2. 

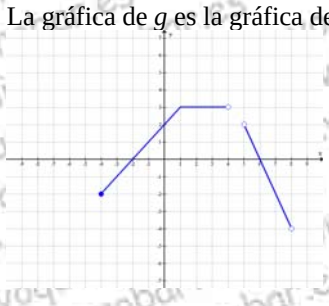
3. a) $(h - f)(x) = \dfrac{-4x^2 + 13x - 16}{x - 3}$ c) $(f \circ h)(x) = \dfrac{8x - 13}{4x}$ e) $f^{-1}(x) = \dfrac{3x + 7}{x - 2}$

b) $\mathrm{Dom}(f + g) = \left[-\frac{5}{2}, 3\right) \cup (3, +\infty)$ d) $g(f(a)) = \sqrt{\dfrac{9a - 1}{a - 3}}$ f) $\mathrm{Rec}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

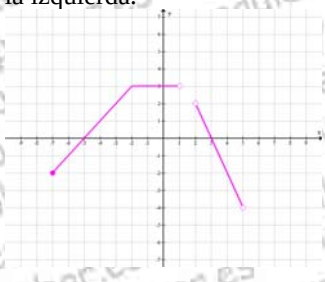
4. Gráfica de *f*:

a) $g(x) = f(x + 3)$

La gráfica de *g* es la gráfica de *f* trasladada 3 unidades a la izquierda.



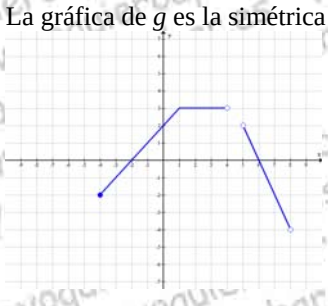
f



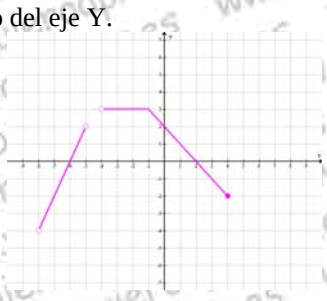
g

b) $g(x) = f(-x)$

La gráfica de *g* es la simétrica de la gráfica de *f* respecto del eje Y.



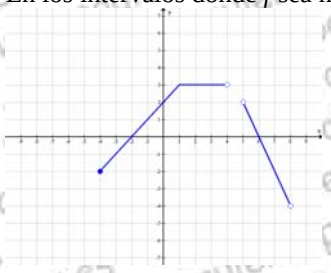
f

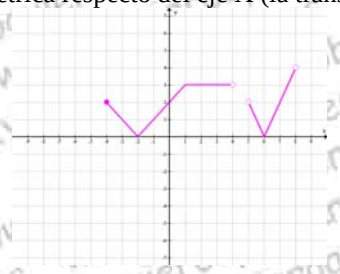


g

c) $g(x) = |f(x)|$

En los intervalos donde *f* sea negativa, trazamos su simétrica respecto del eje X (la transformamos en positiva).

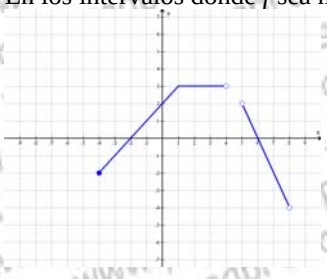




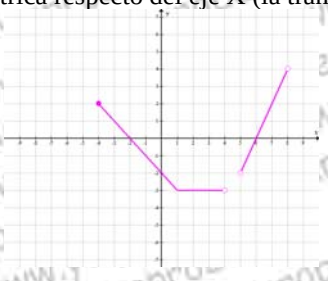
d) $g(x) = -f(x)$

La gráfica de *g* es la simétrica de la gráfica de *f* respecto del eje X.

En los intervalos donde *f* sea negativa, trazamos su simétrica respecto del eje X (la transformamos en positiva).



f

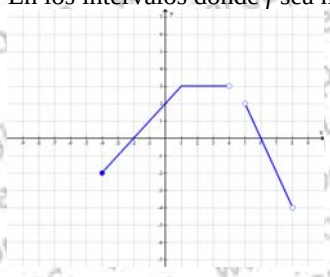


g

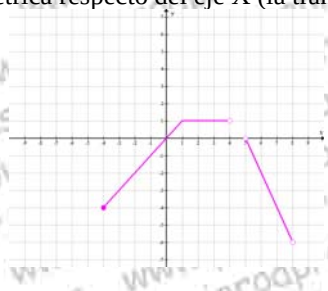
e) $g(x) = -f(x)$

La gráfica de *g* es la simétrica de la gráfica de *f* respecto del eje X.

En los intervalos donde *f* sea negativa, trazamos su simétrica respecto del eje X (la transformamos en positiva).



f



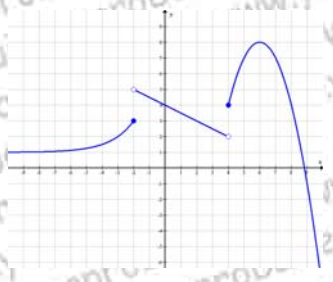
g

5. a) $\text{Dom}(f) = \left(-\frac{3}{2}, 3\right)$

b) $\text{Dom}(g) = (-5, 5)$

c) $\text{Dom}(h) = \mathbb{R} - \{0, 7\}$

d) $\text{Dom}(v) = (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$

6. 

7. a) $(f-g)(x) = \dfrac{8-x^2}{(x+1)(x-1)}$

b) $(g \circ h)(x) = \dfrac{3x-2}{3x+2}$

c) $u^{-1}(x) = \log_2(x-1) - 3$

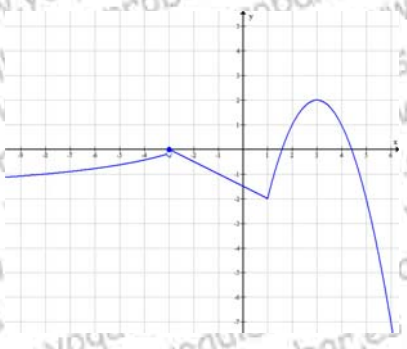
d) $(h \circ f)\left(\frac{1}{2}\right) = -6$

8. A. V. $x = 3$; A.H. No tiene; A.O. $y = 2x + 6$.

9. a) $-\frac{1}{5}$ b) -1 c) $\frac{3}{2}$

10. a) *f* es continua en $\mathbb{R} - \{-3\}$

f tiene una discontinuidad de salto finito en $x = -3$.

b) 

11. $-\dfrac{17}{16}$

12. a) $y = 24x + 32$ b) $P(1, 2)$; $y = -3x + 5$

13. Monotonía
f es estrictamente decreciente en $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
f es estrictamente creciente en $(-1, 3)$

Extremos locales
f tiene un mínimo local en $x = -1$
$MIN(-1, -5)$
f tiene un máximo local en $x = 3$
$MAX(3, 27)$

14. a) $f'(x) = 24x(4x^2 - 3)^2$
b) $f'(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$
c) $f'(x) = 6xe^{x^2}(1 + x^2)$
d) $f'(x) = \dfrac{1 - \ln 2 - x \cdot \ln 2}{2^x}$
e) $f'(x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$
f) $f'(x) = \dfrac{1 - 2x}{2e^x\sqrt{x}}$

15. f es derivable en $\mathbb{R} - \{2\}$.

16. $a = \dfrac{1}{3}$; f tiene un mínimo en $x = 3$.

17. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$
A.V. $x = -2$ y $x = 2$
A.H. $y = 1$
A.O. No tiene por tener A.H. por ambos lados.

Monotonía
f es estrictamente creciente en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$
f es estrictamente creciente en $(0, 2) \cup (2, -\infty)$

Extremos locales
f tiene un máximo local en $x = 0$
$MAX(0, 0)$

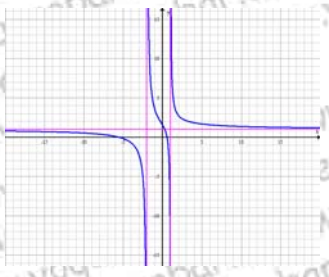
18. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 0, 3\}$ b) $\text{Dom}(g) = (-\infty, -4] \cup \left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$ c) $\text{Dom}(h) = \left[-\dfrac{3}{2}, 6\right]$

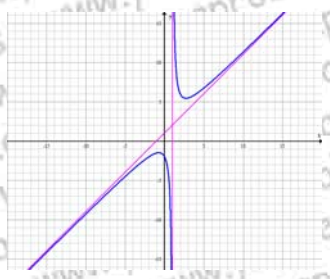
19. a) $(g - f)(x) = \dfrac{-3x^2 - 4x - 12}{x(2x - 3)}$
b) $(f \circ g)(x) = \dfrac{12(1 + x)}{8 - 3x}$
c) $f^{-1}(x) = \dfrac{3x + 12}{2x - 3}$
d) $(g \circ f)(5) = \dfrac{28}{27}$

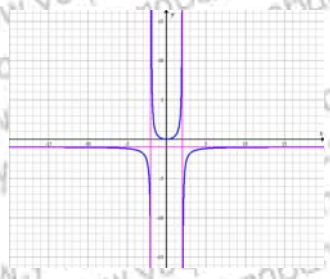
20. a) $\dfrac{1}{3}$ b) $-\dfrac{1}{4}$ c) e^2 d) -2

21. a) A.V. $x = 3$; A.H. $y = -2$; A.O. No tiene
b) A.V. $x = 1$; A.H. No tiene; A.O. $y = x + 1$
c) A.V. $x = -2$ y $x = 1$; A.H. $y = 1$; A.O. No tiene
d) A.V. $x = -2$ y $x = 2$; A.H. $y = -1$; A.O. No tiene

a)

c) 

b) 

d) 

22. a) $f'(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ b) $f'(x)=\dfrac{-2x}{(x-1)^3}$ c) $f'(x)=\dfrac{1-x\ln 2}{2^x}$ d) $f'(x)=\dfrac{3x(3x^2-2)}{\sqrt{x^2-1}}$
23. a
24. a
25. a
26. a
27. a
28. a
29. a
30. a
31. a
32. a
33. a
34. a
35. a
36. a
37. a
38. a
39. a
40. a
41. a
42. a
43. a
44. a
45. a
46. a
47. a
48. a

PARA CAMBIAR EL EJERCICIO 10

1. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{-3x-2}{x-3} & \text{si} \quad x<-3 \\ -\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2} & \text{si} \quad -3\le x<1 \\ -x^2+6x-7 & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$$

se pide:

a) Estudio analítico de la continuidad.
b) Asíntotas.
c) Gráfica de *f*.