

1.- Escribe la ecuación de la circunferencia con centro en el punto (2,-3) y que es tangente a la recta  $3x-4y+5=0$ .

Sol:  $25x^2+25y^2-100x+150y-204=0$

2.- a) Halla el centro y el radio de la circunferencia de ecuación:  $2x^2+2y^2-8x-12y+8=0$ . b) Escribe la ecuación de la circunferencia de radio 5, que es concéntrica a la del apartado anterior.

Sol: a) C(2,3) r=3; b)  $x^2+y^2-4x-6y-12=0$

3.- Halla la ecuación de la circunferencia tangente a la recta  $4x+3y-25=0$  y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas  $r: 3x-y-7=0$  y  $s: 2x+3y-1=0$ .

Sol:  $x^2+y^2-4x+2y-11=0$

4.- Estudia la posición relativa de la recta  $r: 2x+y=1$  y la circunferencia  $x^2+y^2-4x-2y-4=0$ .

Sol: la circunferencia y la recta son secantes.

5.- Halla la posición relativa de la recta  $3x+4y-25=0$  con respecto a la circunferencia  $x^2+y^2-25=0$ . Si se cortan en algún punto, halla sus coordenadas.

Sol: Se cortan en el punto (3,4), por tanto, son tangentes.

6.- Obtén el valor de k para que la recta  $s: x+y+k=0$ , sea tangente a la circunferencia  $x^2+y^2+6x+2y+6=0$ .

Sol:  $k_1 = 4 + 2\sqrt{2}$ ;  $k_2 = 4 - 2\sqrt{2}$

7.- Halla la posición relativa de la recta  $r: x+y=2$  con respecto a la circunferencia  $x^2+y^2+2x+4y+1=0$

Sol: la recta es exterior a la circunferencia

8.- Halla el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de cuadrados de distancias a los puntos A(-4, 0) y B(4, 0) es 40. Identifica la figura resultante.

Sol: circunferencia de centro (0, 0) y radio 2.

9.- Halla la ecuación de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas  $r_1: x+3y-1=0$  y  $r_2: 3x-y+4=0$ .

Sol: a)  $2x-4y+5=0$ ; b)  $4x+2y+3=0$

10.- Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia a Q(2, 4) sea igual a 3. ¿De qué figura se trata?

Sol: Circunferencia de centro (2, 4) y radio 3:  $x^2+y^2-4x-8y+11=0$

11.- Identifica y halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia a la recta  $r_1: x+y+1=0$  sea igual que su distancia a la recta  $r_2: 2x+2y+4=0$ .

Sol: Recta paralela a las otras dos de ecuación:  $2x+2y+3=0$

12.- Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano cuya distancia al punto A(2,0) sea el doble de la distancia al punto B(-1, 0). Identifica la figura resultante.

Sol: Es una circunferencia de centro (-2,0) y radio 2.

13.- Estudia la posición relativa de las circunferencias.  $x^2+y^2-9=0$  y  $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

Sol: Son interiores

14.- Consideramos la recta  $r: 3x-2y+15=0$  y el punto A(-1, 2). Encuentra el lugar geométrico de los puntos B tales que, para cada punto M de la recta, se verifica que:  $\overline{AM} = \overline{MB}$  y, además, los ángulos que forman dichos segmentos con la recta son suplementarios.

Sol: Recta de ecuación:  $3x-2y+23=0$

15.- Encuentra tres rectas no paralelas, que sean secante, tangente y exterior a la circunferencia de ecuación  $x^2+(y-3)^2=36$ .

Sol: Respuesta abierta. Una recta secante es:  $x-y=0$ ; Una recta tangente es:  $y+3=0$  y una recta exterior es:  $x-7=0$

16.- Halla las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia  $x^2+y^2-4x+6y+8=0$  paralelas a la recta  $s: x+2y+6=0$ .

Sol:  $s_1: x+2y+9=0$ ;  $s_2: x+2y-1=0$

17.- Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia  $x^2+y^2+2x-4y-3=0$  perpendiculares a la recta  $s: x+y+3=0$

Sol:  $s_1: x+y+3=0$ ;  $s_2: x+y+3=0$

18.- Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(0,0), B(0,5) y C(3,2).

Sol:  $x^2+y^2-x-5y=0$

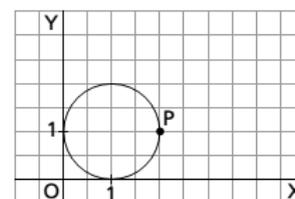
19.- Halla la ecuación de la circunferencia, cuyo diámetro es el segmento de extremos A(2,3) y B(4,9).

Sol:  $(x-3)^2+(y-6)^2=10$

20.- Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene su centro situado en el punto C(-2, 3) y que pasa por el punto de coordenadas A(-2, 5). Calcula previamente la medida del radio.

Sol:  $x^2+y^2+4x-6y+9=0$

21.- La circunferencia que aparece en la figura es tangente a los ejes de coordenadas y pasa por el punto P(2,1).



a) Calcula la ecuación de dicha circunferencia. b) ¿Existe más de una solución?

Sol: Existen dos soluciones.  $x^2+y^2-10x-10y+25=0$ ;  $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

22.- Dadas las rectas  $r: 3x+4y-10=0$ ,  $s: 5x-12y+2=0$  y la circunferencia  $x^2+y^2-20x+84=0$ . a) Comprueba que las dos rectas son tangentes a la circunferencia. b) Halla el punto P de intersección de ambas rectas, el punto C, que es centro de la circunferencia, y los puntos A y A', en los que las rectas son tangentes a la circunferencia. c) Si llamamos d, a la distancia que separa P de C, la distancia de P a Q es  $d-r$ , y la distancia de P a Q' es  $d+r$ . Demuestra que  $\overline{PQ} \cdot \overline{PQ'} = (\overline{PA})^2$

Sol: P(2,1); C(10,0); A(38/5,-16/5) A'(110/13,48/13) r=4,  $d = \sqrt{65}$

23.- Escribe la ecuación de las siguientes circunferencias:

a) De centro en C(1,-5) y radio 5. b) De centro C(2,-2) y que pasa por el punto (3,1). c) De centro C(2,-1) y tangente el eje OX. d) De centro C(-2,-1) y tangente a la recta  $x+5y-2=0$ . e) De diámetro el segmento de extremos A(-4,1) y B(2,3).

Sol: a)  $(x-1)^2+(y+5)^2=25$ ; b)  $(x-2)^2+(y+2)^2=10$ ; c)  $(x-2)^2+(y+1)^2=1$ ; d)  $(x+2)^2+(y+1)^2=81/26$ ; e)  $(x+1)^2+(y-2)^2=10$

24.- Los puntos (3,0) y (0,4) son puntos diametralmente opuestos de una circunferencia. Halla la ecuación de esta.

Sol:  $x^2+y^2-3x-4y=0$

25.- Dados los puntos A(-5,-1), B(2,4) y C(0,2), sea M el punto medio del segmento BC. Calcula la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento AM.

Sol:  $x^2+y^2+4x-2y-8=0$

26.- Sean Q(-1,0) y R(3,0), a) Determina la ecuación del lugar geométrico de los puntos P del plano para los que el producto escalar de los vectores  $\overline{PQ}$  y  $\overline{PR}$  es 5. b) Identifica la cónica resultante y sus elementos característicos.

Sol: a)  $x^2+y^2-2x-8=0$ ; b) Circunferencia de centro C(1,0) y radio r=3.

27.- Calcula la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(2,1) y B(-2,3) y que tiene su centro en la recta  $x+y+4=0$ .

Sol:  $(x+2)^2+(y+2)^2=25$

28.- Sea s la recta  $3x+4y-1=0$ . Determina las tangentes a la circunferencia  $x^2+y^2-4x+4y-17=0$ , a) Paralelas a la recta s; b) Perpendiculares a la recta s.

Sol: a)  $3x+4y+27=0$  y  $3x+4y-23=0$ ; b)  $4x-3y+11=0$  y  $4x-3y-39=0$

**29.-** La circunferencia C pasa por el punto A(4,0) y es tangente a la bisectriz del primer cuadrante en el punto B(4,4). A) Determina la recta que pasa por B y por el centro de la circunferencia C. b) Encuentra el centro C y calcula su radio.

Sol: a)  $x+y-8=0$ ; b) C(6,2) y radio  $r = 2\sqrt{2}$

**30.-** Calcula la ecuación de la tangente y normal a la circunferencia  $x^2+y^2-4x+6y+8=0$  en el punto P(3,-1).

Sol: tangente:  $x+2y-1=0$ ; normal:  $2x-y-7=0$

**31.-** Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto P(5,8) y es tangente a las rectas r:  $2x-y+3=0$  y s:  $x-2y+3=0$ .

Sol:  $(x-4)^2+(y-6)^2=5$        $\left(x-\frac{76}{9}\right)^2+\left(y-\frac{94}{9}\right)^2=\frac{1445}{81}$

**32.-** Halla la ecuación de la circunferencia inscrita al triángulo de vértices A(1,6), B(-4,-4) y C(4,0)

Sol:  $(x-1)^2+(y-1)^2=5$

**33.-** Halla la posición relativa de la circunferencia de ecuación: C:  $x^2+y^2-6x+8y=0$  respecto a las rectas:  $s_1: x+y=10$ ,  $s_2: 4x+3y+20=0$  y  $s_3: 3x-4y=0$ .

Sol: La recta  $s_1$  es exterior a la circunferencia,  $s_2$  y la Circunferencia son Secantes y  $s_3$  es tangente a la circunferencia.

**34.-** Halla los elementos característicos de las siguientes cónicas, descríbelas y represéntalas gráficamente:

a)  $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}=1$       b)  $25x^2+100y^2=2500$

Sol: a) Hipérbola de semieje 2, focos en  $F(0,\sqrt{13})$  y  $F'(0,-\sqrt{13})$ , excentricidad 1,8 y asíntotas en  $y=\pm\frac{2}{3}x$  b) Elipse de semiejes 10 y 5,

de focos en  $F(5\sqrt{3},0)$  y  $F'(-5\sqrt{3},0)$  y excentricidad 0,87.

**35.-** La cónica de ecuación:  $9x^2+16y^2+24xy+8x-44y+24=0$  es una parábola cuyo eje es la recta: r:  $8x-6y+2=0$ . Determina su foco.

Sol: F(0,1)

**36.-** Halla la ecuación reducida de la elipse sabiendo que sus focos están situados en los puntos F(12, 0) y F(-12, 0) y que su eje mayor mide 26 unidades de longitud. Represéntala y calcula la medida de su eje menor, su distancia focal, su excentricidad y las coordenadas de sus vértices.

Sol:  $x^2/169+y^2/25=1$ ;  $e=0,92$ ; Vértices (13,0),(0,5),(-13,0) y (0,-5)

**37.-** Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia al punto A(1,0), es el triple de su distancia a la recta  $x=2$ . Identifica la figura que obtienes.

Sol: Es una hipérbola de ecuación  $8x^2-y^2-34x+35=0$

**38.-** Describe las siguientes cónicas, obtén sus elementos y represéntalas: a)  $4x^2+25y^2=100$  b)  $4y^2-x^2=4$

Sol: a) Elipse de semieje mayor 5 y semieje menor 2, con focos en  $F(\sqrt{21},0)$  y  $F'(-\sqrt{21},0)$  y excentricidad 0,92 b) Hipérbola de semieje 1 y focos  $F(0,\sqrt{5})$  y  $F'(0,-\sqrt{5})$  y excentricidad 2,24 y asíntotas  $y=\pm\frac{1}{2}x$

**39.-** Halla los elementos característicos y la ecuación reducida de una hipérbola de Focos F(5,0) y F'(-5,0) y constante de proporcionalidad  $k=8$ .

Sol: a)  $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{21}=1$ ;

**40.-** Comprueba si la recta r:  $4x-3y+6=0$  es tangente a la circunferencia  $(x-2)^2+(y-3)^2=1$

Sol: Si son tangentes.

**41.-** El famoso hombre bala Adal L. White hizo una

demostración en una ciudad. Se introdujo en un cañón y fue lanzado al aire, siguiendo una trayectoria de un arco de parábola. Alcanzó una altura máxima de 20 metros y cayó ileso a una distancia de 60 metros del cañón. Determina la ecuación de la parábola que describe su trayectoria. (Puedes suponer que el punto más elevado es el origen).

Sol:  $y=-1/45x^2$

**42.-** Halla la ecuación de una circunferencia que pasa por el (0,0), de radio 4 y cuyo centro está en la bisectriz del primer cuadrante.

Sol:  $(x-2\sqrt{2})^2+(y-2\sqrt{2})^2=16$

**43.-** Halla la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos A(2,1) y B(3,3), sabiendo que su centro se encuentra sobre la recta s:  $x+y+5=0$

Sol:  $(x-33/2)^2+(y-23/2)^2=905/2$

**44.-** Halla la ecuación de una elipse de centro (1,3), semieje mayor 3 y semieje menor 2.

Sol:  $x^2+9y^2-8x-54y+49=0$

**45.-** Determina el valor de k que hace que la recta  $2x+y+k=0$  sea tangente a la parábola  $y^2=6x$ .

Sol:  $k=3/4$

**46.-** Decide qué tipo de cónicas son las siguientes, halla sus elementos y haz una representación aproximada.

a)  $x^2+y^2+2x+6y+1=0$       b)  $x^2-4y^2+16y-32=0$   
c)  $16x^2+9y^2-32x+54y-47=0$       d)  $x^2+6x-4y+17=0$

Sol: a) La cónica es una circunferencia de centro C(-1,-3) y radio 3. b) hipérbola de centro C(0, 2). c) elipse de centro C(1,-3). d) parábola de vértice V(-3, 2)

**47.-** Estudia la posición relativa de los siguientes pares de circunferencias indicando, si los hay, los puntos de corte.

a)  $\begin{cases} x^2+y^2-6x-16=0 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} x^2+y^2-6x-4y+9=0 \\ x^2+y^2-6x+2y+9=0 \end{cases}$

Sol: a) tangentes interiores con intersección en (-2,0); b) tangentes exteriores con intersección en (3,0)

**48.-** Halla la longitud de la cuerda común a las circunferencias de ecuaciones:  $x^2+y^2-4x+2y-4=0$  y  $x^2+y^2-4=0$ .

Sol:  $d=4$

**49.-** Halla las ecuaciones de las elipses determinadas de los modos siguientes: a) Focos (-2, 0), (2, 0). Longitud del eje mayor, 10. b) F(-3, 0) y F'(3, 0) y cuya excentricidad es 0,5. c) Eje mayor sobre el eje X, 10. Pasa por el punto (3, 3). d) Eje mayor sobre el eje Y, 2. Excentricidad, 1/2.

Sol: a)  $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$ ; b)  $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$  c)  $\frac{x^2}{25}+\frac{16y^2}{225}=1$ ; d)  $\frac{4x^2}{3}+y^2=1$

**50.-** Escribe la ecuación de una elipse con centro en el origen de coordenadas y focos en el eje de abscisas, sabiendo que pasa por el punto P (8,-3) y que su eje mayor es igual al doble del menor.

Sol:  $x^2+4y^2=100$

**51.-** Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos P, del plano tales que su distancia al punto A(1,0), es el triple de su distancia a la recta  $x=2$ . Identifica la figura.

Sol:  $8x^2-y^2-34x+35=0$ . Es una hipérbola.

**52.-** Obtén el lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que:  $\frac{d(P,A)}{d(P,r)}=2$  donde A(1,0) y r:  $y=4$ .

Sol:  $x^2-3y^2-2x+32y-63=0$ . Es una Hipérbola

**53.-** Identifica la siguiente cónica, obtén sus elementos y represéntala gráficamente:  $4y^2-9x^2=36$ .

Sol: Es una hipérbola.