EXAMEN FUNCIONES 2 : DERIVADAS Y APLICACIONES

EJERCICIO 1 Halla la derivada de $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ utilizando límites.

EJERCICIO 2 Halla las derivadas de ls siguientes funciones utilizando las reglas de derivación y simplificando si es posible :

a) $y = xe^{-x}$ **b)** $y = \frac{\text{senx}}{1-\text{senx}}$ **c)** $y = \ln\frac{1+2x}{x^2}$ **d)** $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}}$

EJERCICIO 3

a. **3.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva y = xcosx en el punto de abscisa x = π**
b. **Calcula a para que la tangente a la curva $y = ax^3 - 2x^2 + 4$ en el punto de abscisa x = -1 sea paralela a la recta x + 2y = 1 .**

EJERCICIO 4 Representa gráficamente la función $y = \frac{0{,}5x^2}{x-1}$

EJERCICIO 5 Halla dos números que sumen 18 sabiendo que el producto de uno por el cuadrado del otro es máximo.

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

f' (x) = $\lim_{h\to 0}\frac{(2(x+h)^2-4(x+h)+5)-(2x^2-4x+5)}{h}=$

$\lim_{h\to 0}\frac{2x^2+4xh+2h^2-4x-4h+5-2x^2+4x-5}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{4xh+2h^2-4h}{h}=$

$\lim_{h\to 0}(4x+2h-4)=4x-4$

EJERCICIO 2

a) $y'=(x)'e^{-x}+x(e^{-x})'=e^{-x}-xe^{-x}=(1-x)e^{-x}$

b) $y'=\frac{(senx)'(1-senx)-senx(1-senx)'}{(1-senx)^2}=\frac{\cos x(1-senx)-senx(-\cos x)}{(1-senx)^2}=$

$\frac{\cos x-\cos x senx+senx\cos x}{(1-senx)^2}=\frac{\cos x}{(1-senx)^2}$

c) $y'=\frac{\left(\frac{1+2x}{x^2}\right)'}{\left(\frac{1+2x}{x^2}\right)}=\left(\frac{2x^2-2x(1+2x)}{x^4}\right):\left(\frac{1+2x}{x^2}\right)=\left(\frac{-2x-2x^2}{x^4}\right):\left(\frac{1+2x}{x^2}\right)$

$=\frac{(-2x-2x^2)x^2}{(1+2x)x^4}=\frac{(-2x-2x^2)}{(1+2x)x^2}=\frac{-2-2x}{x(1+2x)}$

d) $y'=-\frac{1}{3}(x^2+1)^{-\frac{4}{3}}2x=\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^4}}$

EJERCICIO 3

a) Si $x=\pi, y=\pi\cos\pi=-\pi$

$y'=\cos x-xsenx\quad m=\cos\pi-\pi sen\pi=-1$

La ecuación de la recta tangente será $y+\pi=-1(x-\pi)$ o $y=-x$

b) La pendiente de $x+2y=1$ es m =$-\frac{1}{2}$

$y'=3ax^2-4x$. Si x =$-1,\ y'=3a+4$

Para que las rectas sean paralelas han de tener la misma pendiente luego:

$3a+4=-\frac{1}{2}$, SOLUCIÓN $\left\{a=-\frac{3}{2}\right\}$

EJERCICIO 5

$x+y=18\quad x^2y=P$ Máximo $P=x^2(18-x)=18x^2-x^3$

$P'=36x-3x^2=0$ si $x=0, x=12$

Aplicamos el test de la 2ª derivada : $P''=36-6x$

$P''(0)=36>0$ (mínimo si x = 0) $P''(12)=-72<0$ (máximo si x = 12)

Los números son 12 y 6

EJERCICIO 4 $y = \frac{0.5x^2}{x-1}$ $y' = \frac{0.5x^2 - x}{(x-1)^2}$ $y'' = \frac{1}{(x-1)^3}$

Dominio : $R - \{0\}$

Cortes con los ejes : Eje X $y = 0$ $x = 0$

Eje Y $x = 0$ $y = 0$

Asíntotas Verticales $x = 1$ $\lim_{x \to 1^-} \frac{0.5x^2}{x-1} = -\infty$ $\lim_{x \to 1^+} \frac{0.5x^2}{x-1} = \infty$

Horizontales : No hay $\lim_{x \to \infty} \frac{0.5x^2}{x-1} = \infty$ $\lim_{x \to -\infty} \frac{0.5x^2}{x-1} = -\infty$

Oblicuas : $y = 0.5x + 0.5$

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{0.5x^2}{x^2 - x} = 0.5 \qquad n = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{0.5x^2}{x-1} - 0.5x \right) = 0.5$$

Monotonía $y' = \frac{0.5x^2 - x}{(x-1)^2} = 0$ $0.5x^2 - x = 0$ $\{x = 0\}, \{x = 2\}$

y'	+	0	-	1	-	2	+
y	↗	0	↘	1	↘	2	↗

Extremos relativos : Máximo $(0, 0)$ mínimo $(2, 2)$

Curvatura $y'' = \frac{1}{(x-1)^3} = 0$ No hay solución

y"	-	1	+
y	∩	1	∪

Puntos de inflexión : No hay