1. Halla las restantes razones trigonométricas utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas (para la resolución del ejercicio es **obligatorio** operar con fracciones y radicales): **(2 puntos; 1 por apartado)**

   a) $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{2}{3}$; teniendo en cuenta que $180^{o} < \alpha < 270^{o}$

   b) $\operatorname{tg}\beta = -2$; teniendo en cuenta que $90^{o} < \beta < 180^{o}$

2. Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: **(1 punto; 0,25 por apartado)**

   a) $\operatorname{sen} 95^{o} =$

   b) $\cos 235^{o} =$

   c) $\operatorname{tg} 335^{o} =$

   d) $\operatorname{sen} 201^{o} =$

3. Halla las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $2\cos\alpha = 3\mathrm{tg}\alpha$ y suponiendo que α es desconocido pero se encuentra en el primer cuadrante. **(1 punto)**

4. Resuelve un triángulo en el que $a = 8$ cm, $b = 12$ cm y $B = 150^{\circ}$ **(1 punto)**

5. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de $50^{\circ}\ 10'$. Halla el perímetro del paralelogramo: **(1,5 puntos)**

6. Dos circunferencias secantes tienen radios 6 cm y 8 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30°. Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias. **(1,5 puntos)**

7. Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48°. Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14°. Calcular la altura del edificio. **(2 puntos)**

1. Halla las restantes razones trigonométricas utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas (para la resolución del ejercicio es **obligatorio** operar con fracciones y radicales): **(2 puntos; 1 por apartado)**

a) $\text{sen}\alpha = -\frac{2}{3}$; teniendo en cuenta que $180 < \alpha < 270$

$$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \cos^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} \Rightarrow \underline{\underline{\cos\alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}}} \quad (180 < \alpha < 270)$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-2/3}{-\sqrt{5}/3} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{5}}{5}}}$$

b) $\text{tg}\beta = -2$; teniendo en cuenta que $90 < \beta < 180$

$$\frac{\text{sen}\beta}{\cos\beta} = -2 \Rightarrow \text{sen}\beta = -2\cos\beta \Rightarrow (-2\cos\beta)^2 + \cos^2\beta = 1$$

$$\Rightarrow 4\cos^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow 5\cos^2\beta = 1 \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{-1}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{-\sqrt{5}}{5}}} \quad (90 < \beta < 180)$$

$$\text{sen}\beta = -2\cos\beta = -2\left(\frac{-\sqrt{5}}{5}\right) \Rightarrow \underline{\underline{\text{sen}\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}}}$$

2. Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: **(1 punto; 0,25 por apartado)**

a) sen 95° = $\text{sen}\,85^\circ = \cos 5^\circ$

b) cos 235° = $-\cos 55^\circ = -\text{sen}\,35^\circ$

c) tg 333° = $-\text{tg}\,27^\circ$

d) sen 201° = $-\text{sen}\,21^\circ = -\cos 69^\circ$

3. Halla las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $2\cos\alpha = 3\text{tg}\alpha$ y suponiendo que α es desconocido pero se encuentra en el primer cuadrante. **(1 punto)**

$$2\cos\alpha = 3\,tg\alpha \Rightarrow 2\cos\alpha = 3\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{2}\,\text{sen}\,\alpha$$

$$\Rightarrow \text{sen}^2\alpha + \frac{3}{2}\,\text{sen}\,\alpha = 1. \text{ Llamando } \text{sen}\,\alpha = x:$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 1 \Rightarrow 2x^2 + 3x = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\cdot 2\cdot(-2)}}{2\cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \end{cases}$$

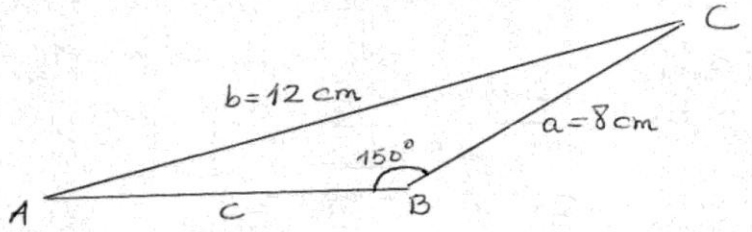
Como α se encuentra en el 1er cuadrante

$$\underline{\underline{x = \text{sen}\,\alpha = \frac{1}{2}}}. \text{ Como } \cos^2\alpha = \frac{3}{2}\,\text{sen}\,\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \underline{\underline{\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}}}$$

$$tg\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \underline{\underline{tg\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}}}$$

4. Resuelve un triángulo en el que a = 8 cm., b = 12 cm. y B = 150º **(1 punto)**



$$\frac{a}{\text{sen}\,A} = \frac{b}{\text{sen}\,B} \Rightarrow \frac{8}{\text{sen}\,A} = \frac{12}{0'5} \Rightarrow$$

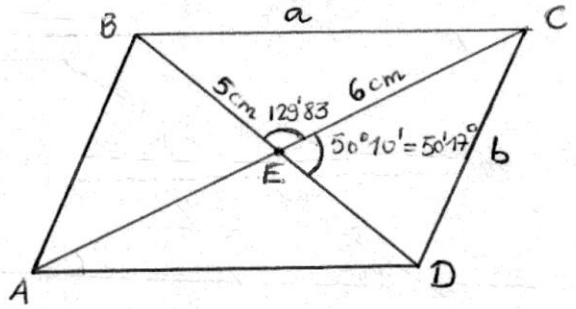
$$\Rightarrow \text{sen}\,A = \frac{8\cdot 0'5}{12} = 0'33 \Rightarrow \underline{\underline{A = 19'47^\circ}}$$

Por tanto $C = 180 - 150 - 19'47 \Rightarrow \underline{\underline{C = 10'53^\circ}}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \Rightarrow c^2 = 8^2 + 12^2 - 2\cdot 8\cdot 12\cos 10'53$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{c = 4'39\text{ cm}}}$$

5. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de 50º 10'. Halla el perímetro del paralelogramo: **(1,5 puntos)**



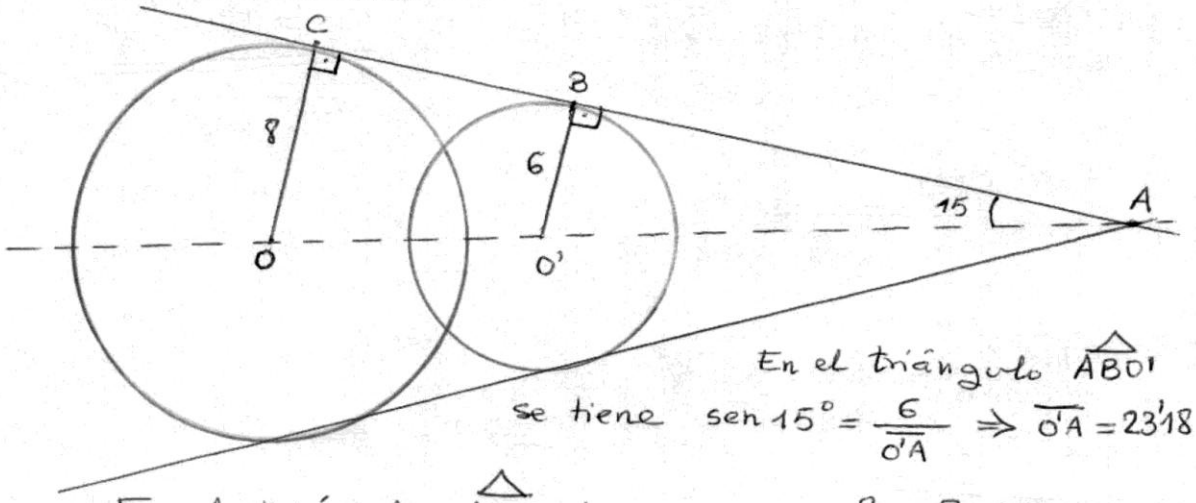
Obsérvese que
$\overline{BE} = \overline{ED} = 2'5$ cm
$\overline{CE} = \overline{EA} = 3$ cm

En el triángulo $\overset{\triangle}{CED}$: $b^2 = 3^2 + 2'5^2 - 2\cdot 3\cdot 2'5 \cos 50'17° \Rightarrow$
$\Rightarrow b^2 = 5'64 \Rightarrow b = 2'38$

En el triángulo $\overset{\triangle}{BEC}$: $a^2 = 3^2 + 2'5^2 - 2\cdot 3\cdot 2'5 \cos 129'83 \Rightarrow$
$\Rightarrow a^2 = 24'86 \Rightarrow a = 4'99$

Por tanto el perímetro p del paralelogramo es:
$p = 2a + 2b = 2\cdot 4'99 + 2\cdot 2'38 = \underline{\underline{14'74 \text{ cm}}}$

6. Dos circunferencias secantes tienen radios 6 cm. y 8 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30º. Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias. **(1,5 puntos)**

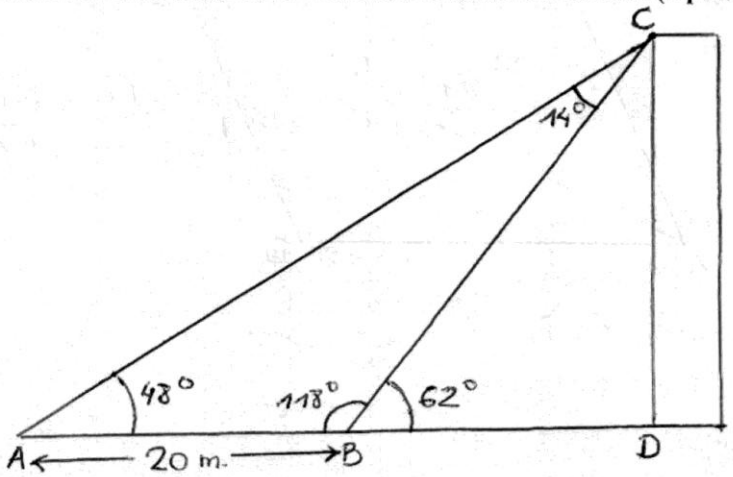


En el triángulo $\overset{\triangle}{ABO'}$
se tiene $\text{sen } 15° = \dfrac{6}{\overline{O'A}} \Rightarrow \overline{O'A} = 23'18$

En el triángulo $\overset{\triangle}{ACO}$ tenemos $\text{sen } 15° = \dfrac{8}{\overline{OA}} \Rightarrow$
$\Rightarrow \overline{OA} = 30'91$.

Por tanto $\overline{OO'} = \overline{OA} - \overline{O'A} = 30'91 - 23'18 \Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{\underline{\overline{OO'} = 7'73 \text{ cm}}}$

7. Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48º. Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14º. Calcular la altura del edificio. **(2 puntos)**



En el triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ $\dfrac{\overline{AC}}{\text{sen}\,118^\circ} = \dfrac{20}{\text{sen}\,14^\circ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{AC} = \dfrac{20 \cdot \text{sen}\,118^\circ}{\text{sen}\,14^\circ} \Rightarrow \overline{AC} = 72'99 \text{ m.}$

En el triángulo $\overset{\triangle}{ACD}$ $\text{sen}\,48^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{CD} = 72'99 \cdot \text{sen}\,48 \Rightarrow \underline{\underline{\overline{CD} = 54'25 \text{ m.}}}$