

PROBLEMAS DE DERIVADAS

1. Calcula la tasa de variación media de la función $y = x^2 + x - 3$ en los intervalos: a) $[-1, 0]$, b) $[0, 2]$, c) $[2, 3]$. Sol: a) 0; b) 3; c) 6

2. Calcula la tasa de variación media en el intervalo $[0, 2]$ para las funciones:

a) $y = x^3 - x^2 + 3$ b) $y = x^4 + 2x^2 - x$ c) $y = x^2 + 2$
 d) $y = 4x^2 + \sqrt{2x}$ e) $y = x^2 + x + 1$ f) $y = 1/(x-1)$

Sol: a) 2; b) 11; c) 2; d) 9; e) 3; f) 1

3. Calcula aplicando la definición, la derivada de las funciones siguientes en el punto de abscisa $x = 1$.

a) $f(x) = x^2 - 1$ b) $f(x) = x^2 + x + 3$ c) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 2$ d) $f(x) = 3x - 1$

Sol: a) 2; b) 3; c) -2; d) 3

4. Calcula, aplicando la definición de derivada, la derivada de las siguientes funciones en el punto de abscisa $x = 2$:

a) $f(x) = x^3 + x^2$ b) $f(x) = 2x - 1$ c) $f(x) = x^2 - 4x + 2$ d) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 1$

Sol: a) 16; b) 2; c) 0; d) 5

5. Encuentra la función derivada de las siguientes funciones polinómicas:

a) $y = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ b) $y = 0,2x^2 + 0,35x - 0,16$
 c) $y = 4x^2 - x + 2$ d) $y = x^{10} + 3x^9 - 2x^5 + 3x^3 - 2$

Sol: a) $12x^3 - 6x^2 + 2x - 3$; b) $0,4x + 0,35$; c) $8x - 1$; d) $10x^9 + 27x^8 - 10x^4 + 9x^2$

6. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = x^4$ b) $y = (x-1)^4$ c) $y = x^3$ d) $y = (x-1)^3$

Sol: a) $4x^3$; b) $4(x-1)^3$; c) $3x^2$; d) $3(x-1)^2$

7. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = 4x^5 - 3x^4 - 3x$ b) $y = 2x - 3$ c) $y = (2/3)x^3 - \sqrt{x} + 3/x$
 d) $y = (5/2)x^2 + 2x - 3\sqrt{x}$ e) $y = (x+3)^2$ f) $y = (x+2)\ln(x+1)$

Sol: Sol: a) $20x^4 - 12x^3 - 3$; b) 2; c) $2x^2 - 1/(2\sqrt{x}) - 3/x^2$; d) $5x + 2 - 3/(2\sqrt{x})$; e) $2(x+3)$; f) $2x + 3$

8. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \ln(3x^4 - 3x^3)$ b) $y = \cos(x^3 - 2)$ c) $y = \sqrt{3x+2}$

d) $y = \frac{x^2+3}{x^3+3}$ e) $y = (2x^3+3x^2) \cdot (3x^2-2x)$ f) $y = \sqrt{x^2+2}$

g) $y = \frac{3}{x}$ h) $y = \text{sen}(\ln(3x^2+1))$ i) $y = \frac{4x^3+2}{x^2+x}$

Sol: a) $y = \frac{12x^3 - 9x^2}{3x^4 - 3x^3}$; b) $y = -\text{sen}(x^3 - 2) \cdot 3x^2$; c) $y = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}$;

$$d) y = \frac{2x(x^3+3) - 3x^2(x^2+3)}{(x^3+3)^2}; \quad e) y = (6x^2+6x) \cdot (3x^2-2x) + (2x^3+3x^2) \cdot (6x-2);$$

$$f) y = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}; \quad g) y = -\frac{3}{x^2}; \quad h) y = \cos(\ln(3x^2+1)) \cdot \frac{6x}{3x^2+1};$$

$$i) y = \frac{12x^2 \cdot (x^2+x) - (4x^3+2) \cdot (2x+1)}{(x^2+x)^2}$$

9. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$a) y = \operatorname{sen}^2 x \quad b) y = \cos(x^3) \quad c) y = \ln \sqrt{x+1}$$

$$d) y = \frac{x^3-2}{\operatorname{sen} x} \quad e) y = \frac{x^2-3}{2x+5} \quad f) y = \frac{3x-2}{5}$$

$$g) y = \frac{2x-1}{x^2-x}$$

$$\text{Sol: } a) y = 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x; \quad b) y = -\operatorname{sen}(x^3) \cdot 3x^2; \quad c) y = \frac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}};$$

$$d) y = \frac{3x \operatorname{sen} x - (x^3-2)\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}; \quad e) y = \frac{2x(2x+5) - (x^2-3) \cdot 2}{(2x+5)^2}; \quad f) y = \frac{3}{5};$$

$$g) y = \frac{2(x^2-x) - (2x-1)^2}{(x^2-x)^2}$$

10. Halla la función derivada de estas funciones y calcula su valor en los puntos que se indican:

$$a) y = 3x^2 + 2x - 1 \text{ en } x = 1 \quad b) y = \frac{1}{2x+1} \text{ en } x = 0$$

$$c) y = (x^2-1)^3 \text{ en } x = \frac{1}{2} \quad d) y = x^2 - \cos x \text{ en } x = \frac{\pi}{2}$$

$$e) y = \frac{x^2}{3} - \sqrt{x-1} \text{ en } x = 2 \quad f) y = 2 \cos(3x-\pi) \text{ en } x = \pi$$

$$g) y = \frac{2}{(x-1)^2} \text{ en } x = -1 \quad h) y = \ln(x+1) + \operatorname{sen} x \text{ en } x = 0$$

$$i) y = \frac{3}{\sqrt{x+2}} \text{ en } x = 2$$

$$\text{Sol: } a) 8; \quad b) -2; \quad c) 27/16; \quad d) \frac{1}{2} + 1; \quad e) 5/6; \quad f) 0; \quad g) 1/2; \quad h) 2; \quad i) 3/16$$

11. Calcula la derivada de las siguientes funciones en $x=3$:

$$a) f(x) = \sqrt{x+1} \quad b) f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$\text{Sol: } a) 1/4; \quad b) -1$$

12. Comprueba, utilizando la definición, que la función derivada de las siguientes funciones es la que se indica en cada caso:

$$a) f(x) = 5 \quad f'(x) = 0$$

$$b) f(x) = 3x \quad f'(x) = 3$$

- c) $f(x) = x^2$ y $f'(x) = 2x$
 d) $f(x) = 5x^2$ y $f'(x) = 10x$
 e) $f(x) = x^2 + 3x$ y $f'(x) = 2x + 3$

13. Halla la función derivada de las siguientes funciones:

- a) $y = e^{x^2-2}$ b) $y = \sqrt{\sin(2x)}$ c) $y = \frac{x^2}{\cos x}$
 d) $y = \sin^2 e^{\sqrt{x}}$ e) $y = \ln(x^2 - 1)$ f) $y = \log(\sin(2x))$
 g) $y = \sqrt{\frac{x^2}{x-2}}$ h) $y = \sin\left(\frac{\sqrt{x}}{\cos x}\right)$

Sol: a) $y = e^{x^2-2} \cdot 2x$; b) $y = \frac{1}{2\sqrt{\sin(2x)}} \cdot \cos(2x) \cdot 2$; c) $y = \frac{2x \cdot \cos x + \sin x \cdot x^2}{\cos^2 x}$;

d) $y = 2 \sin(e^{\sqrt{x}}) \cos(e^{\sqrt{x}})$; e) $y = \frac{2x}{x^2-1}$; f) $y = \frac{1}{\sin(2x)} \cdot \frac{\cos(2x) \cdot 2}{\ln 10}$;

g) $y = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2}{x-2}}} \cdot \frac{2x(x-2) - x^2}{(x-2)^2}$; h) $y = \cos\left(\frac{\sqrt{x}}{\cos x}\right) \cdot \frac{\frac{\cos x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \sin x}{\cos^2 x}$

14. Encuentra la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en $x = a$, sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que $f'(a) = 3$. Sol: $y = 3x$

15. Dada la función definida mediante $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$. Halla la ecuación de las rectas tangentes en: a) $x = 0$, b) $x = 1$ y c) $x = -1$.

Sol: a) $y = 2x - 1$; b) $y = 7x - 4$; c) $y = 3x$

16. Un móvil lleva un movimiento rectilíneo cuya relación entre la distancia recorrida x (en metros) y el tiempo empleado t (en segundos) es $x = 3t^2 + 2$. a) Calcula su velocidad media entre $t = 2$ y $t = 4$ seg. b) Calcula la velocidad instantánea para $t = 5$ seg.

Sol: a) 18 m/s; b) 30 m/s

17. La recta tangente a una cierta función $f(x)$ en $x = 1$ es $y = 3x + 2$. ¿Cuánto vale $f'(1)$? Si en $x = 2$ la recta tangente es $y = -x + 5$, ¿Cuánto vale $f'(2)$?

Sol: $f'(1) = 3$; $f'(2) = -1$

18. Encuentra la ecuación de la recta tangente a $y = x^2$ en el punto $(0,0)$ y dibuja su gráfica. Sol: $y = 0$

19. El espacio x (en metros) recorrido por un coche en un tiempo t (en segundos) viene dado por $x = t^2 + 3t$ a) Calcula lo que indica el velocímetro cuando $t = 3$ segundos. c) Calcula la velocidad cuando ha recorrido 10 metros.

Sol: a) 9 m/s; b) 7 m/s

20. Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a $y = x^2/3$ en los puntos de abscisas

$x=0$, $x=1$ y $x=2$. Sol: $y=0$, $y=2x/3 - 1/3$, $y=4x/3 - 4/3$

21. Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a $y = \sqrt{x}$ en los puntos de abscisa $x = 0$ y $x = 9$. Sol: $x=0$, $y=-x/6 - 9/6$

22. a) Calcula el ángulo que forma la tangente a $y = 2x^2 - 3x + 1$ en el punto de abscisa $x=1$ con el semieje positivo de abscisas. b) En ese punto, ¿la función crecerá o decrecerá?
Sol: a) 45° ; b) Crece

23. Halla un punto de la función $y = x^3 + x^2 + x$ en el que la tangente sea paralela a la recta $y = 2x + 5$. Sol: $x = -1$; $x = 1/3$

24. ¿Para qué valores de x la tangente a las de las siguientes funciones, formará un ángulo de 45° con la horizontal?: a) $f(x) = x^2 + x$; b) $f(x) = 2x^2 - 5x$; c) $f(x) = 3x^2 + 7x - 1$
Sol: a) $x=0$; b) $x=3/2$; c) $x=-1$

25. ¿Para que valores de x la tangente a las curvas de las siguientes funciones, será paralela al eje OX?:

a) $f(x) = x^2 - 8x$ b) $f(x) = x^3 - 12$ c) $f(x) = 3x + 1$

Sol: a) $x=4$; b) $x=0$; c) \emptyset

26. Por el punto de abscisa $x=0$ se traza la tangente a cada curva de las funciones siguientes. ¿Qué ángulo forma cada una con el eje X?. a) $f(x) = x^2 + x$; b) $f(x) = x^2 - 5$; c) $f(x) = x^3 - 3x$

Sol: a) 45° ; b) 0° ; c) $\arctg(-3)$

27. Calcula el valor de a para que la derivada de la función $f(x)$ sea 2 cuando $x=2$, siendo $f(x) = \frac{x^2 + a}{x}$. Sol: $a = -4$

28. Determina los puntos de la curva $y = \frac{x}{x+1}$ en los que la tangente tiene una inclinación de 45° . Sol: $x=0$; $x=-2$

29. Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $y = \ln x$ en el punto de abscisa $x=1$. Sol: $y=x$

30. Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $y = (\sin x) \cdot \cos(x)$ en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{4}$. Sol: $y=x$

31. ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ la tangente es paralela al eje de abscisas. Sol: $x=2$

32. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = x^3 + x$ en el punto $P = (1, 0)$.
Sol: $y = 4x - 4$

33. Halla la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = x^2 - x + 2$ en el punto $x = 1$. Escribe la ecuación de la recta tangente. Sol: $m = 1$; $y = x + 2$

34. Escribe las ecuaciones de las tangentes a $y = x^2 - 4x + 3$ en los puntos en que esta parábola corta al eje de abscisas. Sol: $y = -2x + 2$; $y = 2x - 6$

35. Calcula la pendiente de la tangente a la curva $y = x^2 - 3x + 2$ en el punto de abscisa $x = 2$. Sol: $m = 1$

36. Calcula la ecuación de la tangente a la curva $y = 5x^2 - 8x + 1$ en el punto de abscisas $x = 2$. Sol: $y = 12x - 19$

37. Halla la tangente a la curva $y = 1/x$ en el punto de abscisas $x = 2$. Sol: $y = -x/4 + 1$

38. Halla la ecuación de la tangente a la curva $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ en el punto de abscisa $x = -1$. Sol: $y = 11x + 6$

39. Halla las ecuaciones de las tangentes a la curva $y = x^2 + 2x - 2$ en los puntos donde su ordenada es igual a su abscisa. Sol: $y = 4x - 3$; $y = -2x - 6$

40. Halla la tangente a la curva $y = x/(1+x)$ en el origen de coordenadas con el eje OX?. Sol: $y = x$

41. Halla los puntos de la gráfica de la función $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ en los cuales la tangente es paralela al eje OX. Sol: $x = -1$, $x = 3$

42. Calcular los puntos en que las tangentes a la curva $y = x^2 + 7x + 7$ son paralelas a la recta $y = 3x$. Sol: $x = -2$

43. Determina a para que valga 2 la pendiente de la tangente a la curva $y = \frac{x-a}{x+a}$ en el punto de abscisa $x = 0$. Sol: $a = 1$

44. Dada la curva de ecuación $f(x) = x^2 + 3x$, halla las coordenadas de los puntos de dicha curva en los que la tangente forma con el eje OX un ángulo de 45°. Sol: $(-1, -2)$

45. Halla la ecuación de la tangente y de la normal a la curva: $y = x^3 + 2x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$. Sol: a) $y = 5x - 3$; $y = x/5 + 9/5$

46. Halla k para que la tangente a la curva $y = \frac{x+1}{x^2}$ en el punto de abscisa $x = 1$ sea perpendicular a la recta $y = kx$. Sol: $k = 1/3$

47. Determina las ecuaciones de la tangente y de la normal en su punto de inflexión de las curvas de ecuaciones: a) $y = 2x^3 + 3x^2 - x + 1$; b) $y = -x^3 + 3x^2 - 2x$.
Sol: a) $y = -5x/2 + 3/4$; $y = 2x/5 + 11/5$; b) $y = x - 1$, $y = -x + 1$

48. Averigua si las siguientes funciones tienen tangente en el punto indicado, en caso afirmativo escribir la ecuación de dichas tangentes: a) $y = x^2$ en $x = 1$; b) $y = \sqrt{x}$ en $x = 0$; c) $y = \ln(x+1)$ en $x = 0$. Sol: a) Sí, $y = 2x - 1$; b) Sí $x = 0$; c) No

49. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función: $y = \ln(x+1)$ en $x = 0$. Sol: $y = x$

50. Halla la ecuación de la tangente a la función $y = \arctg x$ en $x = 1$. Sol: $y - \delta/4 = 1/2(x - 1)$

51. Halla la tangente a la gráfica de la función: $y = \sin 2x$ en $x = \delta/4$. Sol: $y = 1$

52. Dada la función $y = (x-1)/(x+1)$, hallar la ecuación de la tangente que es paralela a la recta $x - 2y + 1 = 0$. Sol: $x - 2y - 1 = 0$, $x - 3y + 7 = 0$

53. Halla la ecuación de la tangente a la curva de ecuación: $y = e^x$ paralela a $y = x + 3$. Sol: $y = x + 1$

54. Halla las ecuaciones de las rectas que forman un ángulo de 45° con la horizontal y son tangentes a la curva: $y = \frac{x}{x+1}$. Sol: $y = x$; $y = x + 4$

55. Halla los puntos de la curva: $y = \ln x$ donde la tangente es paralela a la recta $4x - 2y + 1 = 0$. Sol: $x = 1/2$

56. Las curvas de ecuaciones $y = \sqrt{3x-2}$ e $y = 3x-4$ se cortan en dos puntos P y P'. Halla sus coordenadas y la pendiente de las tangentes en P y P'. Sol: P(1, -1) $m_1 = 3$, $m_2 = 3$; P'(2, 2), $m_1 = 3/2$, $m_2 = 3$

57. Calcula la tasa de variación media de la función $y = x^3 - 3x$ en los intervalos:

- a) [-2, 0] b) [0, 2] c) [2, 4]

Sol: a) 1; b) 1; c) 26

58. Halla la tasa de variación media de estas funciones en el intervalo [2, 4] e indica si dichas funciones crecen o decrecen en ese intervalo:

- a) $f(x) = (x-1)^2$ b) $f(x) = e^x$ c) $f(x) = x^2 - x + 1$ d) $f(x) = 1/x$

Sol: a) 4, crece; b) $(e^4 - e^2)/2$, crece; c) 5, crece; d) $-1/8$, decrece

59. Dada la función $f(x) = x^2 - 2$, halla la tasa de variación media en el intervalo [2, 3] Sol: 5

60. Compara la tasa de variación media de las funciones $f(x) = x^2 + 2x$ y $g(x) = x^3$ en los intervalos a) [0, 1] y b) [1, 2] y di cuál de las dos crece más en cada intervalo.

Sol: a) 3, 1; b) 5, 7

61. Aplicando la definición de derivada, calcula $f'(0)$, $f'(1)$ y $f'(-1)$, siendo $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$

Sol: $f'(0) = 5/4$; $f'(1) = 5/9$; $f'(-1) = 5$

62. Halla la derivada de las siguientes funciones en $x=1$, utilizando la definición de derivada:

a) $f(x) = x^2 + 1$ b) $f(x) = (3x-2)^2$ c) $f(x) = 2/x$ d) $f(x) = 1/(x+1)$

Sol: a) 2; b) 6; c) -2; d) -1/4

63. Halla el valor del crecimiento de $f(x) = x^2 - 3x$ en los puntos $x=0$ y $x=2$.

Sol: -3, 1

64. Halla la pendiente de la tangente a la curva $y = x^2 + 3x - 1$ en el punto de abscisa $x = -1$.

Sol: 1

65. Halla la pendiente de la tangente a la curva $y = x^2 - 3x + 1$ en el punto de abscisa $x = 3$.

Sol: 3

66. Comprueba que la función $y = x^2 - 3x + 1$ tiene un punto de tangente horizontal en $x = 3/2$.

67. La derivada de la función $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5$ es $f'(x) = 3x^2 + 4x$. Utilizando la derivada, responde:

a) ¿Cuál es la ecuación de la tangente a f en el punto de abscisa $x = 1$?

b) ¿En qué puntos tiene f tangente horizontal?

c) ¿Es creciente o decreciente en $x = -2$?

Sol: a) $y = 7x + 1$; b) $x = 0$; $x = -4/3$; c) Creciente

68. Sabiendo que la derivada de la función $f(x) = 1/x$ es $f'(x) = -1/x^2$ halla el punto de f en el que su derivada vale $-1/4$. ¿Cuál es la ecuación de la tangente en ese punto?

Sol: $x = 2$; $y = -x/4 - 1$, $y = -x/4 + 1$

69. Halla los puntos singulares de la función $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Sol: $x = 0$; $x = 2$

70. Halla los puntos en los que la derivada es igual a 0 en las siguientes funciones:

a) $y = x^2 + x + 1$ b) $y = x^3 - 3x^2$

Sol: a) $x = -1/2$; b) $x = 0$, $x = 2$

71. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^2 - x + 4$ en el punto de abscisa $x = 2$

Sol: $y - 6 = 3(x - 2)$

72. Escribe la ecuación de la tangente a la curva $y = -x^2 + 3x + 2$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Sol: $y = 3x + 2$

73. Escribe la ecuación de la tangente a la curva $y = x^3 - 2x + 3$, cuya pendiente sea igual a 1.

Sol: $y = x + 1$

74. Halla la ecuación de la tangente a la curva $y = \ln(x + 1)$ en $x = 0$

Sol: $y = x$

75. Escribe las ecuaciones de las tangentes a la curva $y = x^3 - 3x^2$ que sean paralelas a la recta $9x - y + 3 = 0$.

Sol: $y = 9x$; $y = 9x + 5$

76. Escribe las ecuaciones de las tangentes a la función $y = x^2 + x - 2$ en los puntos de corte con el eje de abscisas. Sol: $y = 3x - 3$; $y = -3x - 6$

77. Halla los puntos de tangente horizontal de la función $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

Sol: $x = 2$, $x = 0$

78.)En qué puntos de $y = \ln x$ la tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante?
)Existe algún punto de tangente horizontal en esa función?

Sol: $x = 1$; No

79. a))Cuál es la derivada de $y = 3x + 2$ en cualquier punto?

b))Cuánto ha de valer x para que la derivada de $y = x^2 - x + 2$ sea igual a 3?

c))En qué punto la recta tangente a la gráfica de la función $y = x^2 - 2x + 1$ es paralela a la recta $y = 2x + 3$?

Sol: a) 3; b) $x = 2$; c) $x = 2$

80.)En qué puntos la recta tangente a $y = x^4 - 3x^2$ tiene la pendiente igual a 2?

Sol: $x = -1$; $x = \sqrt{3}$

81. Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \frac{x}{x+1}$ que son paralelas a la recta $y = 4x - 2$.

Sol: $y = 4x + 1$; $y = 4x + 9$

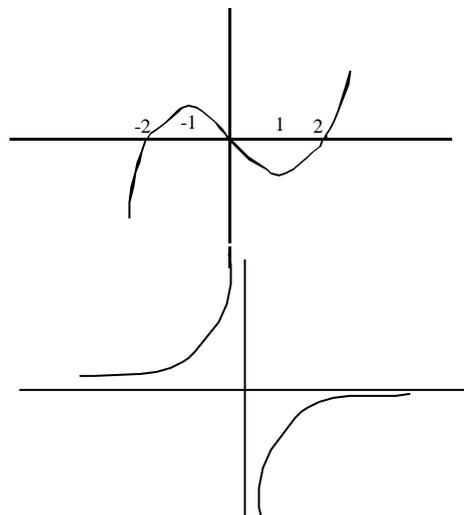
82. a) Indica, en la gráfica de la función, los puntos en los que la derivada es cero. b) En $x = 2$,)la derivada es positiva o negativa?. c))Y en $x = 0$?

Sol: a) -1, 1; b) + ; c) -

83.)Existe algún punto en esta función en el que la derivada sea negativa?

Sol: No

84. La ecuación de la recta tangente a una función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ es $3x - 2y + 2 = 0$.)Cuál es



el valor de $f'(1)$?)Y el de $f(1)$?

Sol: $f'(1) = 3/2$; $f(1) = 5/2$

85. Indica en cada una de estas funciones los valores de x en los que f es positiva y en los que f es negativa.

Sol: a) positiva $(0, +4)$, negativa $(-4, 0)$; b) positiva $(-4, 0)$ c $(0, +4)$; c) positiva $(-4, -1)$ c $(-1, 1)$ c $(1, +4)$

86. Halla una función de segundo grado sabiendo que pasa por $(1, -1)$ y que la pendiente de la recta tangente en el punto $(0, -3)$ vale 0. Sol: $y = 2x^2 - 3$

87. Halla el vértice de la parábola $y = x^2 + 4x + 3$ teniendo en cuenta que en ese punto la tangente es horizontal. Sol: $x = -2$

88. Determina la parábola: $y = ax^2 + bx + c$ que es tangente a la recta $y = 4x + 1$ en el punto $A(1, 2)$ y que pasa por el punto $B(0, 1)$. Sol: $y = 3x^2 - 2x + 1$

89. Halla el valor de x para el que las tangentes a las curvas $y = x^2 - x + 3$ e $y = x^3 - x^2$ son paralelas y escribe las ecuaciones de esas tangentes. Sol: $x = 1$; $y = x + 2$, $y = x$; $x = 1/3$, $y = -x/3 + 26/9$, $y = -x/3 + 1/27$

90. Halla a , b y c en $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ de modo que la gráfica de f tenga tangente horizontal en $x = -2$ y en $x = 2$ y que pase por $(0, 3)$. Sol: $y = x^3 - 12x + 3$

91. Dada la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, obtén su función derivada y estudia su signo.)Cuáles son los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f ?)Tiene f máximo o mínimo?

Sol: $y' = 3x^2 - 12x + 9$; Crece $(-4, 1)$ c $(3, +4)$, decrece $(1, 3)$; máximo $(1, 4)$, mínimo $(3, 0)$

92. Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = (x + 1)^3$. Sol: Crece en \mathbb{R}

93. Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2$. Sol: Crece $(-4, 0)$ c $(1, +4)$, decrece $(0, 1)$

94. Estudia el crecimiento y el decrecimiento de estas funciones analizando el signo de su derivada:

a) $y = (x-1)/2$

b) $y = x^2 - 2$

c) $3x^2 + 5x - 2$

d) $x^3 - 3x^2 + 3$

e) $y = x^3$

f) $(x-1)^2$

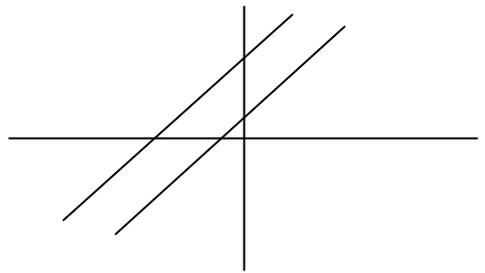
Sol: a) Crece en \mathbb{R} ; b) Decrece $(-4, 0)$, crece $(0, +4)$; c) Decrece $(-4, -5/6)$, crece $(-5/6, +4)$; d) Crece $(-4, 0)$ c $(2, +4)$, decrece $(0, 2)$; e) Crece en \mathbb{R} ; f) Decrece $(-4, 1)$, crece $(1, +4)$

95. Calcula la tasa de variación media de $f(x) = 3x^2 - 1$ en los intervalos a) $[0, 2]$, b) $[1, 3]$ y c) $[-2, 4]$. Sol: a) 6; b) 12; c) 6

96. Dibuja una función que tenga derivada nula en $x = 0$ y en $x = 2$, derivada positiva en el intervalo $[0, 2]$ y negativa para cualquier otro valor de x .

97. Pon ejemplos de funciones f cuya derivada sea $f'(x) = 3x^2$. ¿Cuántas existen?. Sol: $f(x) = x^3 + k$; 4

98. ¿Qué relación existe entre f y g ? ¿Y entre f' y g' ? Sol: f y g son paralelas, f' y g' son iguales.



99. ¿Existe algún punto de la función $y = x^3 - x^2$ en que la tangente sea paralela a la recta que pasa por los puntos $(0,0)$ y $(1,1)$? En caso afirmativo, hállalo. Sol: $x = 1$, $x = -1/3$

100. Demuestra, utilizando la derivada, que la abscisa del vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ es $x = -b/2a$.

101. Si $f(0) = 0$, ¿cuál de estas afirmaciones es correcta?

- a) La función f tiene máximo o mínimo en $x = 0$
- b) La tangente en $x = 0$ es horizontal
- c) La función pasa por el punto $(0,0)$

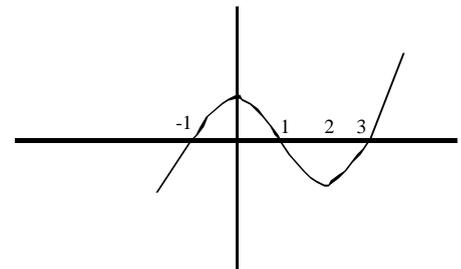
Sol: b)

102. Esta es la gráfica de la función derivada de $f(x)$.

- a) ¿Tiene f algún punto de tangente horizontal?
- b) ¿Es creciente o decreciente?

Justifica tus respuestas.

Sol: a) sí en $x = -1$, $x = 1$ y $x = 3$; b) crece $(-1,1)$ $(3, +4)$, decrece $(0,2)$ $(-4,-1)$



103. Halla los puntos singulares de las siguientes funciones y estudia el crecimiento y decrecimiento para decidir si son máximos o mínimos.

- a) $y = x \cdot e^x$
- b) $y = x^2 \cdot e^x$
- c) $y = x^2/e^x$

Sol: a) Mínimo $x = -1$; b) Mínimo $x = 0$, máximo $x = -2$; c) Mínimo $x = 0$, máximo $x = 2$

104. Halla la ecuación de la tangente a la curva $y = \ln x$ que es paralela a la recta $y = 2x - 1$. Sol: $y = 2x - 1 - \ln 2$

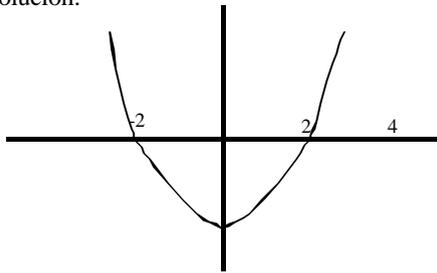
105. Averigua qué función $y = f(x)$ cumple las siguientes condiciones:

- a) Su derivada es $f'(x) = 3x^2 - 2x + 3$
- b) Pasa por el punto $(-1,0)$

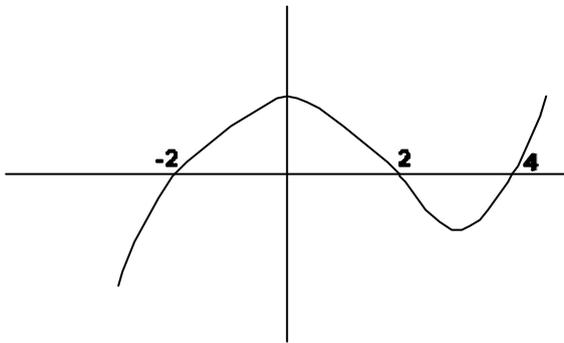
Sol: $y = x^3 - x^2 + 3x + 5$

106. Una función $f(x)$ tiene un máximo en $x = -2$, un punto de inflexión en $x = 0$ y un mínimo en $x = 2$. Representa aproximadamente $f'(x)$.

Solución:



107. Si la siguiente gráfica representa a $f'(x)$. Dibuja la gráfica de $f(x)$ aproximadamente, sabiendo que pasa por el origen.



Solución:

