Problema 1 *(2 puntos)Descompón cada polinomio como producto de factores de grado uno:*

1. $P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 2$
   Solución:

$$P(x) = (x-2)(x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$$

2. $Q(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$
   Solución:

$$Q(x) = (x-1)(x+1)(x-\frac{1}{2})$$

Problema 2 *(3 puntos)Calcular las soluciones reales de:*

1.

$$\frac{2x-3}{x-1} = \frac{3x-7}{2x-5}$$

Solución:

$$(2x-3)\cdot(2x-5) = (x-1)\cdot(3x-7)$$
$$4x^2 - 10x - 6x + 15 = 3x^2 - 7x - 3x + 7$$
$$x^2 - 6x + 8 = 0$$
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \Longrightarrow x = 4,\ x = 2$$

2.

$$\frac{2+x}{x^2+x} = \frac{2-x}{x^2-x}$$

Solución:

$$(2+x)\cdot(x^2-x) = (2-x)\cdot(x^2+x)$$
$$2x^2 - 2x + x^3 - x^2 = 2x^2 + 2x - x^3 - x^2$$
$$2x^3 - 4x = 0 \Longrightarrow x\cdot(2x^2-4) = 0 \Longrightarrow$$
$$x = 0 \text{ } \textit{(No sería una solución lógica)}$$

$$2x^2 - 4 = 0 \Longrightarrow x^2 = 2 \Longrightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

Problema 3 *(2 puntos)Halla las soluciones reales de:*

$$\sqrt{x+6}+\sqrt{2-x}=4$$

Solución:

$$(\sqrt{x+6})^2=(4-\sqrt{2-x})^2$$
$$x+6=16+(\sqrt{2-x})^2-8\sqrt{2-x}$$
$$2x-12=-8\sqrt{2-x}$$
$$x-6=-4\sqrt{2-x}$$
$$(x-6)^2=(-4\sqrt{2-x})^2$$
$$x^2+36-12x=16(2-x)$$
$$x^2+4x+4=0\Longrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-16}}{2}=-2 \ \textit{doble}$$

Problema 4 *(3 puntos)Halla las soluciones de:*

1.

$$3^{x^2+5x-4}\cdot 9^{2x+3}=27^{x-1}$$

Solución:

$$3^{x^2+5x-4}\cdot 3^{2(2x+3)}=3^{3(x-1)}$$
$$3^{x^2+5x-4+2(2x+3)}=3^{3(x-1)}$$
$$x^2+5x-4+4x+6=3x-3$$
$$x^2+6x+5=0\Longrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-20}}{4}$$
$$x=\frac{-6\pm 4}{2}\Longrightarrow x=-1,\ x=-5$$

2.

$$log_{10}(3x^2-2)=1+log_{10}(x-1)$$

Solución:

$$log_{10}(3x^2-2)=log_{10}10+log_{10}(x-1)$$
$$log_{10}(3x^2-2)=log_{10}10(x-1)$$
$$3x^2-2=10(x-1)$$
$$3x^2-10x+8=0\Longrightarrow x=\frac{10\pm\sqrt{100-96}}{6}$$
$$x=\frac{10\pm 2}{6}\Longrightarrow x=2,\ \ x=\frac{4}{3}$$