

**Problema 2** Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+2}{2x-1} \right)^{2x+1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+3} \right)^{x-1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3}$

**Solución:**

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+2}{2x-1} \right)^{2x+1} = e^3$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+3} \right)^{x-1} = e^{-5}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10} = \frac{28}{13}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1} = \frac{6}{5}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = \frac{2}{3}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3} = \frac{3}{2}$

**Problema 3** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $y = (x^3 - 2x + 1)^{11}$

b)  $y = x^2 \ln x$

c)  $y = \ln \left( \frac{x^2+1}{x^2-1} \right)$

d)  $y = e^{2x^2-1}$

e)  $y = 3^{4x-1}$

f)  $y = \log_3(x^2 - 1)$

g)  $y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)}$

h)  $y = \frac{x^2-2x+5}{x-3}$

**Solución:**

a)  $y = (x^3 - 2x + 1)^{11} \implies y' = 11(3x - 2)(x^3 - 2x + 1)^{10}$

b)  $y = x^2 \ln x \implies y' = 2x \ln x + x$

c)  $y = \ln \left( \frac{x^2+1}{x^2-1} \right) \implies y' = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2-1}$

d)  $y = e^{2x^2-1} \implies y' = 4xe^{2x^2-1}$

e)  $y = 3^{4x-1} \implies y' = 4 \cdot 3^{4x-1} \ln 3$

f)  $y = \log_3(x^2 - 1) \implies y' = \frac{2x}{(x^2-1)\ln 3}$

g)  $y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)} \implies y' = (2x^2 + 1)^{\ln(x)} \left( \frac{\ln(2x^2+1)}{x} + \frac{4x \ln(x)}{2x^2+1} \right)$

h)  $y = \frac{x^2-2x+5}{x-3} \implies y' = \frac{x^2-6x+1}{(x-3)^2}$

**Problema 4** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Solución:**

$$a = 0, \quad f(a) = f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2} \implies m = f'(0) = -1$$

Recta Tangente:  $y - 1 = -x \implies x + y - 1 = 0$

Recta Normal:  $y - 1 = x - 0 \implies x - y + 1 = 0$