1. Desarrollar y simplificar, dando el resultado racionalizado:

$$\left(3-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4=$$ *(1,75 puntos)*

2. Dado $\alpha \in 3^{er}$ cuadrante tal que $\operatorname{cosec}\alpha=-\sqrt{2}$ se pide, **por este orden**:

a) Utilizando la fórmula correspondiente, hallar cos $\alpha/2$ (resultado simplificado y racionalizado; no vale utilizar decimales).

b) Ídem con sen 2α

c) Ídem con cos $(\alpha+1935º)$

d) Ídem con tg $(\alpha-60º)$

e) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué α se trata. *(2 puntos)*

3. Resolver: cos 2x + sen x = 1. Comprobar las soluciones obtenidas. *(2 puntos)*

4. Resolver el triángulo de datos a=10 cm, b=7 cm, C=60º *(2 puntos)*

5. **a)** Resolver: $\frac{3x}{x-1}+\frac{6x}{x+1}=9$ **b)** Resolver y comprobar: $\sqrt{2x+13}-x=5$ *(2 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① $\left(3-\frac{1}{\sqrt3}\right)^4=\overset{1}{\binom{4}{0}}3^4-\overset{4}{\binom{4}{1}}3^3\cdot\frac{1}{\sqrt3}+\overset{6}{\binom{4}{2}}3^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^2-\overset{4}{\binom{4}{3}}3\cdot\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^3+\overset{1}{\binom{4}{4}}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt3}\right)^4=$ ← 0,25

$=81-4\cdot27\cdot\frac{1}{\sqrt3}+6\cdot9\cdot\frac{1}{3}-4\cdot3\cdot\frac{1}{\sqrt{3^3}}+\frac{1}{\sqrt{3^4}}=$ ← 0,25 $\boxed{\text{TOTAL: } 1,75}$

$=81-108\cdot\frac{\sqrt3}{3}+18-12\cdot\frac{1}{3\sqrt3}+\frac{1}{9}=$ ← 0,25

0,75

0,25 → $=81-36\sqrt3+18-\frac{4}{3}\sqrt3+\frac{1}{9}=\left(81+18+\frac{1}{9}\right)-\left(36+\frac{4}{3}\right)\sqrt3=\boxed{\frac{892}{9}-\frac{112}{3}\sqrt3}$

---

② $\operatorname{cosec}\alpha=-\sqrt2 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha=\frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}=-\frac{1}{\sqrt2}=-\frac{\sqrt2}{2}$ ← 0,1

a) $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ (∗)

$\alpha\in 3^{er}$ cuad $\Rightarrow 180<\alpha<270$

0.1 $90<\frac{\alpha}{2}<135° \Rightarrow \frac{\alpha}{2}\in 2°$ cuad

$\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\frac{1}{2}+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}$; $\cos\alpha=-\sqrt{\frac{1}{2}}=-\frac{\sqrt2}{2}$ ← 0,2

$\alpha\in 3^{er}$ cuad.

Sustituimos en (∗): $\boxed{\cos\frac{\alpha}{2}=-\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt2}{2}}{2}}=-\sqrt{\frac{2-\sqrt2}{4}}=-\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}}$ ← 0,3

b) $\boxed{\operatorname{sen}2\alpha=2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha=\cancel{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt2}{\cancel{2}}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt2}{2}\right)=1}$ ← 0.2

c) $\boxed{\cos(\alpha+1935°)}=\cos\alpha\cdot\cos1935°-\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}1935°=-\frac{\sqrt2}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt2}{2}\right)-\left(-\frac{\sqrt2}{2}\right)\cdot\frac{\sqrt2}{2}=\frac{2}{4}+\frac{2}{4}=\boxed{1}$

0,3

$\cos1935°=\cos(135°+5\cdot360°)=\cos135°=\cos(180-45°)=-\cos45°=-\frac{\sqrt2}{2}$

0,3 $\boxed{\text{TOTAL: } 2}$

$\operatorname{sen}1935°=\operatorname{sen}(135°+5\cdot360°)=\operatorname{sen}135°=\operatorname{sen}(180-45°)=\operatorname{sen}45°=\frac{\sqrt2}{2}$

d) $\boxed{\operatorname{tg}(\alpha-60°)}=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}60°}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}60°}=\frac{1-\sqrt3}{1+\sqrt3}=\frac{(1-\sqrt3)^2}{(1+\sqrt3)(1-\sqrt3)}=\frac{1-2\sqrt3+3}{1-3}=\frac{4-2\sqrt3}{-2}=\boxed{-2+\sqrt3}$ ← 0,2

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}=\frac{-\sqrt2/2}{-\sqrt2/2}=1$ ← 0,1

e) 

El dato es que $\operatorname{sen}\alpha=-\frac{\sqrt2}{2}$. Sabemos que el ángulo cuyo seno vale $\frac{\sqrt2}{2}$ es 45°; por lo tanto (véase el dibujo) bastará con prolongar dicho ángulo al 3er cuadrante, obteniéndose: $\boxed{\alpha=45°+180°=225°}$ ← 0,2

---

③ $\cos2x+\operatorname{sen}x=1$; $\cos^2x-\operatorname{sen}^2x+\operatorname{sen}x=1$; sustituimos $\cos^2x=1-\operatorname{sen}^2x \Rightarrow 1-\operatorname{sen}^2x-\operatorname{sen}^2x+\operatorname{sen}x=1$

$\Rightarrow \boxed{2\operatorname{sen}^2x-\operatorname{sen}x=0}$; $\operatorname{sen}x(2\operatorname{sen}x-1)=0$

0.5

$\operatorname{sen}x=0 \quad \begin{cases} x=0°+K\cdot360° \\ x=180°+K\cdot360° \end{cases} \quad (K\in\mathbb{Z})$ 0,5

$2\operatorname{sen}x-1=0$

$2\operatorname{sen}x=1$

$\operatorname{sen}x=\frac{1}{2} \quad \begin{cases} x=30°+K\cdot360° \\ x=150°+K\cdot360° \end{cases} \quad (K\in\mathbb{Z})$

comprobación:

$x=0° \to \cos0°+\operatorname{sen}0°\overset{?}{=}1$ 0.25

$1+0=1$ O.K.

$x=180° \to \cos360°+\operatorname{sen}180°\overset{?}{=}1$ 0.25

$1+0=1$ O.K.

$\Rightarrow \boxed{x=K\cdot180° \text{ es soluc.}}$

$\boxed{\text{TOTAL: } 2}$

$x=30° \to \cos60°+\operatorname{sen}30°\overset{?}{=}1$ 0.25

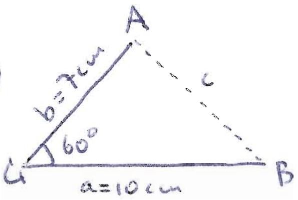
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1 \Rightarrow \boxed{x=30°+K\cdot360° \text{ es soluc.}}$

$x=150° \to \cos300°+\operatorname{sen}150°\overset{?}{=}1$

$\cos(-60°)+\operatorname{sen}(180-30)\overset{?}{=}1$ 0.25

$\cos60°+\operatorname{sen}30°=1$ O.K. $\Rightarrow \boxed{x=150°+K\cdot360° \text{ es soluc.}}$

④



$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos \hat{C} = 100+49-140\cos 60 = 149-70=79$$ 1/2

$$\Rightarrow \boxed{c=\sqrt{79}\simeq 8{,}89\text{ cm}} \leftarrow 0{,}75$$

TOTAL: 2

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A \Rightarrow \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{49+79-100}{2\cdot 7\cdot 8{,}89}\simeq 0{,}2250$$

0,75

$$\Rightarrow \boxed{A=\arccos 0{,}2250 \simeq 76^\circ 59' 46''} \Rightarrow \boxed{\hat{B}=180-(\hat{A}+\hat{C})\simeq 43^\circ 0' 14''} \leftarrow 0{,}5$$

---

⑤ a) 0,25

$$\frac{3x}{x-1}+\frac{6x}{x+1}=9\ ;\ \frac{3x(x+1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}}+\frac{6x(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}}=\frac{9(x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}}\ ;\ \cancel{3x^2}+3x+\cancel{6x^2}-6x=\cancel{9x^2}-9$$

$$-3x=-9\ ;\ \boxed{x=3} \leftarrow 0.5$$

0.25

b) $\sqrt{2x+13}-x=5\ ;\ (\sqrt{2x+13})^2=(x+5)^2\ ;\ 2x+13=x^2+10x+25\ ;\ \boxed{0=x^2+8x+12}$ $\nearrow x=-2$, $\searrow x=-6$ 0,5

comprobación:

TOTAL: 2

$x=-2 \rightarrow \sqrt{9}+2=5$

$5=5 \Rightarrow \boxed{x=-2 \text{ es soluc.}} \leftarrow 0{,}25$

$x=-6 \rightarrow \sqrt{1}+6=5$

$7\neq 5 \Rightarrow x=-6$ desechada $\leftarrow 0{,}25$

CALIGRAFÍA Y LIMPIEZA	0,05
ORDEN	0.05
ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS	0.05
LENGUAJE MATEMÁTICO	0.10
	0,25