1. **a)** Resolver y expresar la solución en forma de intervalos y en la recta real: $x^2-7x+6\leq 0$

b) Resolver: $\frac{3x^4-1}{4}+\frac{1}{2}\left(x^4-2-\frac{1}{2}x^2\right)=\frac{x^2-5}{4}$ *(2 puntos)*

2. Desarrollar y simplificar, dando el resultado racionalizado:

$$\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)^5=$$ *(1,75 puntos)*

3. **a)** Hallar, reduciendo previamente al 1er cuadrante: sen (-2760º)

b) Sabiendo que $\operatorname{tg} a=\frac{3}{2}$, hallar $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+a\right)$

c) Hallar, mediante fórmula trigonométrica (sin calculadora), cos105º

d) Transformar en producto y calcular: cos 75º+cos15º

e) Simplificar: $\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}^2\alpha}$

f) Resolver y comprobar: $\operatorname{sen}^2x-\cos^2x=1$ *(2 puntos)*

4. Dado $\alpha \in 3^{er}$ cuadrante tal que $\operatorname{cosec}\alpha=-\sqrt{5}$, se pide, **por este orden**:

a) Utilizando la fórmula correspondiente, hallar cos 2α (resultado simplificado y racionalizado; no vale utilizar decimales).

b) sen $\alpha/2$

c) tg (α - 60º)

d) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica, y con calculadora, de qué α se trata. *(2 puntos)*

5. Resolver el triángulo de datos a=4m, B=45º y C=60º. Hallar su área. *(2 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① a) $x^2-7x+6 \le 0$ ↳ raíces 1 y 6 0.1

signo x^2-7x+6	$(-\infty,1)$	$(1,6)$	$(6,\infty)$
	+	−	+

0.2

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{x \in [1,6]}$ 0.5

0.2 (1 —— 6)

---

b) $\dfrac{3x^4-1}{4}+\dfrac{1}{2}\left(x^4-2-\dfrac{1}{2}x^2\right)=\dfrac{x^2-5}{4} \xrightarrow{\otimes\, mcm=4} \cancel{4}\cdot\dfrac{3x^4-1}{\cancel{4}}+4\cdot\dfrac{1}{2}\left(x^4-2-\dfrac{1}{2}x^2\right)=\cancel{4}\cdot\dfrac{x^2-5}{\cancel{4}}$ (así quitamos denominadores...)

$3x^4-1+2\left(x^4-2-\frac{1}{2}x^2\right)=x^2-5;\ 3x^4-1+2x^4-4-x^2=x^2-5;\ \boxed{5x^4-2x^2=0}$ (ec. incompleta) 0.4

$x^2(5x^2-2)=0$ $\begin{cases} x^2=0 \ ;\ \boxed{x=0} & 0.2 \\ 5x^2-2=0\ ;\ x^2=2/5 \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{2}{5}}=\pm\frac{\sqrt2}{\sqrt5}=\boxed{\pm\frac{\sqrt{10}}{5}} & 0.4 \end{cases}$

TOTAL: 2

---

② $\left(\sqrt2-\frac12\right)^5=(\sqrt2)^5-5\cdot(\sqrt2)^4\cdot\frac12+10(\sqrt2)^3\left(\frac12\right)^2-10(\sqrt2)^2\cdot\left(\frac12\right)^3+5\cdot\sqrt2\left(\frac12\right)^4-\left(\frac12\right)^5=$ 0,25

$=\sqrt{2^5}-5\cdot\sqrt{2^4}\cdot\frac12+10\sqrt{2^3}\cdot\frac14-10\cdot2\cdot\frac18+5\cdot\sqrt2\cdot\frac1{16}-\frac1{32}=$ 0.25

TOTAL: 1,75

$=4\sqrt2-5\cdot4\cdot\frac12+10\cdot2\sqrt2\cdot\frac14-\frac{20}{8}+\frac{5}{16}\sqrt2-\frac1{32}=$ 0.25

0.25 $=4\sqrt2-10+5\sqrt2-\frac52+\frac5{16}\sqrt2-\frac1{32}=\left(-10-\frac52-\frac1{32}\right)+\left(4+5+\frac5{16}\right)\sqrt2=\boxed{\frac{-401}{32}+\frac{149}{16}\sqrt2}$ 0,75

---

③ a) $\operatorname{sen}(-2760^\circ)=-\operatorname{sen}2760^\circ=-(\operatorname{sen}240^\circ+7\cdot360^\circ)=-\operatorname{sen}240^\circ=-\operatorname{sen}(180^\circ+60^\circ)=-(-\operatorname{sen}60^\circ)=\operatorname{sen}60^\circ=\boxed{\sqrt3/2}$ 0.3

[0,3] $\operatorname{sen}(-\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha$ $\qquad \operatorname{sen}(180+\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha$

---

b) DATO: $\operatorname{tg}a=3/2$, $a\in 1^{er}$ cuad. $\qquad$ [0,5]

$\operatorname{sen}\left(\frac\pi2+a\right)=\cos a\ (*)$ 0.1 $;\ 1+\operatorname{tg}^2a=\frac{1}{\cos^2a}\Rightarrow 1+\frac94=\frac1{\cos^2a};\ \frac{13}{4}=\frac1{\cos^2a};\ \frac4{13}=\cos^2a\Rightarrow$

$\Rightarrow\cos a=\pm\sqrt{\frac4{13}}=\pm\frac{2}{\sqrt{13}}$ 0.2 $\begin{cases}\cos a=\frac{2\sqrt{13}}{13} \\ \cos a=-\frac{2\sqrt{13}}{13} \text{ desechado pq. } a\in 1^{er} \text{cuad.}\end{cases}$; sustituimos en (*): $\boxed{\operatorname{sen}\left(\frac\pi2+a\right)=\frac{2\sqrt{13}}{13}}$ 0.2

---

c) $\cos105^\circ=\cos(60^\circ+45^\circ)=\cos60^\circ\cos45^\circ-\operatorname{sen}60^\circ\operatorname{sen}45^\circ=\frac12\cdot\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{\sqrt2}{2}=\frac{\sqrt2}{4}-\frac{\sqrt6}{4}=\boxed{\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}}$ 0.3

[0,3]

[0,3] d) $\cos75^\circ+\cos15^\circ=2\cos\frac{75+15}{2}\cdot\cos\frac{75-15}{2}=2\cos45^\circ\cos30=\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt2}{\cancel2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\boxed{\frac{\sqrt6}{2}}$ 0.3

[0,1] e) $\dfrac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}^2\alpha}=\dfrac{\cancel{2}\,\cancel{\operatorname{sen}\alpha}\cos\alpha}{\cancel{2}\operatorname{sen}^{\cancel{2}}\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$ 0.1

---

f) $\operatorname{sen}^2x-\cos^2x=1;\ \operatorname{sen}^2x-(1-\operatorname{sen}^2x)=1;\ \operatorname{sen}^2x-1+\operatorname{sen}^2x=1;\ 2\operatorname{sen}^2x=2;$

[0,5]

$\operatorname{sen}^2x=1$ $\begin{cases}\operatorname{sen}x=-1\Rightarrow x=270^\circ+K\cdot360^\circ \\ \operatorname{sen}x=1\Rightarrow x=90^\circ+K\cdot360^\circ\end{cases}$ 0.1 $\quad$ 0,2

soluc: $\boxed{x=90^\circ+K\cdot180^\circ}$ 0.1

comprob: $\operatorname{sen}^2 90^\circ-\cos^2 90^\circ=1$ 0.1

TOTAL: 2

---

④ DATOS: $\operatorname{cosec}\alpha=-\sqrt5$, $\alpha\in 3^{er}$ cuad. $\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha=\frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}=-\frac1{\sqrt5}=-\frac{\sqrt5}{5}$ 0,1

a) $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha\ (*)$; ¿$\cos\alpha$? $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1;\ \frac15+\cos^2\alpha=1;\ \cos^2\alpha=\frac45;\ \cos\alpha=\pm\sqrt{\frac45}=\pm\frac{2}{\sqrt5}$ $\begin{cases}\cos\alpha=\frac{2\sqrt5}{5} \text{ desechado pq. } \alpha\in3^{er}\text{cuad.} \\ \boxed{\cos\alpha=\frac{-2\sqrt5}{5}}\end{cases}$ 0,2

sustituimos en (*): $\boxed{\cos2\alpha=\frac45-\frac15=\frac35}$ 0,2

---

b) $\boxed{\operatorname{sen}\frac\alpha2=\oplus\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}}=+\sqrt{\frac{1-\frac{-2\sqrt5}{5}}{2}}=\sqrt{\frac{\frac{5+2\sqrt5}{5}}{2}}=\boxed{\sqrt{\frac{5+2\sqrt5}{10}}}$ 0.3

$\alpha\in3^{er}$ cuad $\Rightarrow 180<\alpha<270^\circ$

0,2 $\quad 90<\frac\alpha2<135^\circ\Rightarrow\frac\alpha2\in2^{o}$ cuad

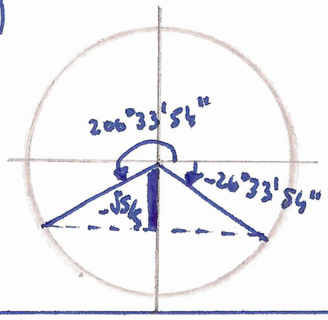
c) $tg(\alpha-60^\circ)=\dfrac{tg\alpha-tg60^\circ}{1+tg\alpha\cdot tg60^\circ}$ (✱) ; ¿$tg\alpha$? $tg\alpha=\dfrac{sen\alpha}{cos\alpha}=\dfrac{-\frac{\sqrt5}{\cancel{5}}}{-\frac{2\sqrt5}{\cancel{5}}}=\dfrac{1}{2}$ 0.1

sustituimos en (✱): $\boxed{tg(\alpha-60^\circ)}=\dfrac{\frac12-\sqrt3}{1+\frac12\cdot\sqrt3}=\dfrac{\frac{1-2\sqrt3}{\cancel{2}}}{\frac{2+\sqrt3}{\cancel{2}}}=\dfrac{1-2\sqrt3}{2+\sqrt3}=\dfrac{(1-2\sqrt3)(2-\sqrt3)}{(2+\sqrt3)(2-\sqrt3)}=$

$=\dfrac{2-\sqrt3-4\sqrt3+6}{4-3}=\boxed{8-5\sqrt3}$ 0.4

---

d)

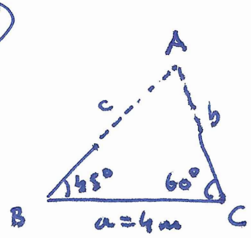


$sen\alpha=-\dfrac{\sqrt5}{5}\Rightarrow\alpha=arc\,sen\left(-\dfrac{\sqrt5}{5}\right)$ ⟨ $\simeq-26^\circ33'54''$ desechado pq. $\alpha\in 3^{er}$ cuad. ; $\boxed{\simeq206^\circ33'54''}$ 0,5

TOTAL: $\boxed{2}$ (0,5 cada apartado)

---

⑤



$\boxed{\hat A=180-(\hat B+\hat C)=180^\circ-105^\circ=75^\circ}$ 0,2

$\dfrac{a}{sen A}=\dfrac{b}{sen B}\Rightarrow\dfrac{4}{sen75^\circ}=\dfrac{b}{sen45^\circ}\Rightarrow\boxed{b=\dfrac{4\,sen45^\circ}{sen75^\circ}\simeq2{,}93\,m}$ 0.7

$\dfrac{a}{sen A}=\dfrac{c}{sen C}\Rightarrow\dfrac{4}{sen75^\circ}=\dfrac{c}{sen60^\circ}\Rightarrow\boxed{c=\dfrac{4\,sen60^\circ}{sen75^\circ}\simeq3{,}59\,m}$ 0.7

$\boxed{A=\dfrac12 ac\,sen B=\dfrac12 4\cdot3{,}59\cdot sen45^\circ\simeq5{,}07\,m^2}$ 0.4

TOTAL: $\boxed{2}$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05
ORDEN EN EL PLANTEAMIENTO, PRESENTACIÓN, LIMPIEZA... 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0,10

TOTAL: $\boxed{0{,}25}$