

Trigonometría

1.- Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60° . Si la altura de la escalera, estando abierta es de 2 m, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?

Sol: Cada brazo deberá medir (aprox.) 2,3 m

2.- Para calcular la altura de una iglesia, Víctor sube al campanario y lanza el extremo de una cuerda de 51 metros hacia fuera. Ramón se aleja con la cuerda hasta que se tensa y la clava en el suelo, formando un ángulo de 42° . a) ¿Cuál es la altura del campanario? b) ¿A qué distancia está Ramón de la base del campanario?

Sol: a) A 34,13 m. b) A 37,9 m

3.- Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo: Rosa se coloca en el punto B y yo en el punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A, B y C quedan alineados. Si los ángulos α y β miden 40° y 50° respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?

Sol: A 14,28 m de altura

4.- Dado un triángulo rectángulo con dimensiones 41mm, 32,5mm y 25mm. Calcula las razones trigonométricas del ángulo β , ángulo formado por el cateto de mayor longitud y la hipotenusa.

Sol: $\text{Sen } \beta = 0,61$; $\text{cos } \beta = 0,79$; $\text{tan } \beta = 0,77$

5.- En un triángulo rectángulo recto en C, conocemos $\hat{B} = 50^\circ$ y $\overline{BC} = 7$ cm. Calcula \overline{AB} , \overline{AC} y \hat{A} .

Sol: $\overline{AB} = 10,89$ cm; $\overline{AC} = 8,34$ cm; $\hat{A} = 40^\circ$

6.- Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales midan 12 y 8 cm, respectivamente.

Sol: Un ángulo mide $112,6^\circ$ y el otro $67,4^\circ$

7.- Calcula la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con el suelo.

Sol: La torre mide 15,49 m

8.- Dos edificios de igual altura, distan entre sí 150 m. Desde un punto que está entre los edificios, vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35° y 20° . ¿Cuál es su altura?

Sol: Cada edificio mide 35,66 m

9.- De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus catetos mide 5 cm y un ángulo mide 45° . ¿Cuánto mide la hipotenusa, el otro cateto y el otro ángulo agudo?

Sol: El otro cateto 5 cm, la hipotenusa 7,1 cm y el otro ángulo 45°

10.- Los brazos de un compás miden 12 cm y forman un ángulo de 60° . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa apertura?

Sol: De 12 cm

11.- Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿qué ángulo forma este tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km?

Sol: El ángulo es de $6,84^\circ$ y se habrán descendido 834 m

12.- En una ruta de montaña una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1065 m. Halla la pendiente de esa ruta y el ángulo que forma con la horizontal.

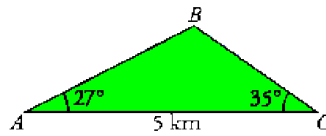
Sol: Ángulo de $5,35^\circ$ y pendiente del 9,37%

13.- El diámetro de una moneda de dos euros es de 2,5 cm. Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro.

Sol: $30,19^\circ$

14.- Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?

Sol: $63,43^\circ$



15.- En dos comisarías de policía, A y C, se escucha la alarma de un banco B. Con los datos de la figura, calcula la distancia del banco a cada una de las comisarías.

Sol: De A a B hay 3,23 km y de C a B hay 2,56 km

16.- Desde el lugar donde me encuentro la visual de la torre forma un ángulo de 32° con la horizontal. Si me acerco 15m, el ángulo es de 50° . ¿Cuánto mide la torre?

Sol: La altura es de 19,4 m

17.- Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1200 m y el ángulo de observación desde la torre es de 30° . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si ésta mide 40 m de altura?

Sol: Distancia de 2340 m

18.- Calcula la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas:

- El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de 25°
- Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de 10° .

Sol: La altura de la luz del faro es de 53,93 m

19.- Una escultura está colocada sobre un pedestal de 1,5 m de altura. Desde un punto del suelo se ve la escultura bajo un ángulo de 42° y el pedestal bajo un ángulo de 18° . Calcula la altura de la escultura.

Sol: La escultura mide 2,66 m

20.- ¿Cuál es la inclinación de una escalera de 4 m de altura que está apoyada sobre una pared si su base dista 2 m de ésta?

Sol: Inclinación de 60°

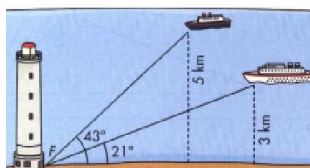
21.- Dos barcos salen de un puerto con rumbos distintos formando un ángulo de 58° , y con velocidades de 18 y 22 nudos (1 nudo = 1 milla/hora). ¿A qué distancia se encontrarán al cabo de una hora?

Sol: A 19,7 millas de distancia

22.- Calcula la altura de una torre sabiendo que la sombra que proyecta es de 108 m cuando el sol está elevado un ángulo de 50° sobre el horizonte.

Sol: La altura de la torre es de 128,71 m

23.- Desde el faro F se observa el barco A bajo un ángulo de 43° con respecto a la línea de la costa; y el barco B, bajo un ángulo de 21° . El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km. Calcula la distancia entre los barcos.



Sol: 3,16 km

24.- Si α es un ángulo obtuso y $\text{sen } \alpha = 0,4$, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

Sol: $\text{Cos } \alpha = -0,9165$; $\text{tg } \alpha = -0,4364$

25.- Observamos el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 72° sobre la horizontal. Si nos alejamos 350 m, se ve bajo uno de 31° . ¿Cuánto mide la torre?

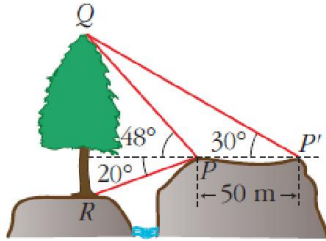
Sol: La altura de la torre es 261,3 m

26.- Un avión que vuela a 3 Km de altura, ve un pueblo A bajo un ángulo de 40° con respecto a la horizontal de vuelo (ángulo de depresión) y otro pueblo B bajo un ángulo de 15° . ¿Qué distancia hay entre A y B?

Sol: 7621 m

27.- Alfonso está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya 47 m de hilo y el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de 52° . ¿A qué altura, h, se encuentra la cometa?

Sol: A 37 m de altura



28.- Halla la altura del árbol QR de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura.

Sol: 79,82 m

29.- Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137m; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211m y el ángulo, 43° , bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. Calcula la distancia entre la iglesia y el depósito.

Sol: 144,93 m

30.- Si el coseno de un ángulo del segundo cuadrante vale $-0,05$, calcula las otras dos razones trigonométricas

Sol: $\text{Sen } a = 0,9987$; $\text{tg } a = -19,9750$

31.- Si a es un ángulo del 3° cuadrante y $\text{sen } a = -0,9$, calcula las otras dos razones trigonométricas.

Sol: $\text{Cos } a = -0,4359$; $\text{tg } a = 2,0647$

32.- Si a es un ángulo del 4° cuadrante y $\text{tg } a = -5/3$, calcula las otras dos razones trigonométricas.

Sol: $\text{Cos } a = 0,514$; $\text{Sen } a = -0,8575$

33.- Determina, sin calculadora, para qué ángulos comprendidos entre 0 y 2π radianes se verifica que $\text{sen } \alpha = 1/2$; $\text{Cos } \beta = 1/2$ y $\text{tan } \phi = -1$.

Sol: $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ó $\frac{5\pi}{6}$ rad. $\beta = \frac{\pi}{3}$ ó $\frac{5\pi}{3}$ rad.

34.- Completa la tabla sin utilizar la calculadora. ¿Hay varias soluciones posibles? Calcula además A, B y C:

	A = 210° ó 300°	B = 30° ó 330°	C = 45° ó 225°
sen	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm \frac{1}{2}$	$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\pm \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
tg	$\mp \sqrt{3}$	$\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$	1

35.- El piloto de un avión observa un punto del terreno con un ángulo de depresión de 30° . 18 segundos más tarde, el ángulo de depresión obtenido sobre el mismo punto es de 55° . Si vuela horizontalmente y a una velocidad de 400 km por hora, halla la altura del vuelo.

Sol: La altitud de vuelo es de 1,94 Km

36.- Dos circunferencias de radios 15 y 9 cm son secantes. Las dos rectas tangentes comunes a ambas circunferencias se cortan formando un ángulo de 45° . Calcula la distancia del punto de corte de las rectas tangentes a los centros de las circunferencias.

Sol: $d_1 = 23,52$ cm; $d_2 = 39,2$ cm.

37.- Comprueba que:

a) $\text{tg } \alpha + \text{cotg } \alpha = \text{sec } \alpha \cdot \text{cosec } \alpha$ b) $\frac{1 + \text{tg } \alpha}{1 - \text{tg } \alpha} = \frac{\text{cos } \alpha + \text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha - \text{sen } \alpha}$

38.- El coseno de un ángulo del primer cuadrante vale $12/13$. Calcula:

a) $\text{sen}(180 + \alpha)$ b) $\text{tg}(90 - \alpha)$ c) $\text{cos}(180 - \alpha)$ d) $\text{sen}(-\alpha)$

Sol: a) $-5/13$; b) $12/5$; c) $-12/13$; d) $-5/13$

39.- Pasa a radianes los siguientes ángulos: 210° y 70°

Sol: $210^\circ = 7\pi/6$; $70^\circ = 7\pi/18$

40.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas, expresando los resultados en radianes.

a) $\text{tg } x = -2$ b) $2 - 5 \text{cos } x = 6$ c) $\text{sen } x = 0,81$

S: a) $x = -0,35 \pi + k \pi$ b) $x_1 = 0,8 \pi + 2k \pi$; $x_2 = 1,2 \pi + 2k \pi$; c) $x_1 = 0,3 \pi + 2k \pi$; $x_2 = 0,7 \pi + 2k \pi$

41.- Comprueba las siguientes identidades:

a) $\text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \alpha \cdot \text{tan } \alpha \cdot \text{cotan } \alpha \cdot \text{sec } \alpha \cdot \text{cosec } \alpha = 1$

b) $\frac{1 + \text{tg}^2 \alpha}{\text{cotg } \alpha} = \frac{\text{tg } \alpha}{\text{cos}^2 \alpha}$ c) $\frac{1 - \text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{\text{cos } \alpha}{1 + \text{sen } \alpha}$

d) $\text{tg}^1 \alpha \cdot (1 - \text{sen}^2 \alpha) = \text{sen}^2 \alpha$ e) $\frac{\text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \alpha}{\text{tg } \alpha} = 1 - \text{sen}^2 \alpha$

f) $(1 + \text{tg}^2 \alpha) \cdot \text{cos}^2 \alpha = 1$ g) $\text{cos } \alpha + \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{1}{\text{cos } \alpha}$

42.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\text{tg}^2 x + 3 = 2 \cdot \text{sec}^2 x$ b) $2 \text{sen}^2 x + \text{cos } x = 1$

c) $2 \text{cos } x = 3 \cdot \text{tan } x$ d) $2 \text{tg } x - 3 \cdot \text{cotg } x - 1 = 0$

e) $\text{cos}^2 x - 3 \cdot \text{sen}^2 x = 0$ f) $3 \cdot \text{sen}^2 x - 5 \cdot \text{sen } x + 2 = 0$

Sol: a) $x_1 = 45^\circ$; $x_2 = 315^\circ$; $x_3 = 135^\circ$; $x_4 = 225^\circ$; b) $x_1 = 0^\circ$; $x_2 = 360^\circ$; $x_3 = 120^\circ$; $x_4 = 240^\circ$

c) $x_1 = 30^\circ$; $x_2 = 330^\circ$; d) $x_1 = 45^\circ$; $x_2 = 225^\circ$; $x_3 = 303,7^\circ$; $x_4 = 123,7^\circ$

e) $x_1 = 30^\circ$; $x_2 = -30^\circ$; f) $x_1 = 90^\circ$; $x_2 = 41,8^\circ$; $x_3 = 318,2^\circ$

43.- Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \text{sen } x + \text{cos } y = 3/2 \\ 3 \cdot \text{sen } x - 2 \cdot \text{cos } y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \text{sen } x + \text{sen } y = 1 \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$

$x = 90^\circ + 360k$; $y_1 = 60^\circ + 360k$; $y_2 = 300^\circ + 360k$

$x_1 = 0 + 360k$; $x_2 = 90 + 360k$; $y_1 = 90 + 360k$; $y_2 = 0 + 360k$

44.- Si $\text{cos } x = 1/\sqrt{5}$ y $\pi < x < 2\pi$. Halla el resto de sus razones trigonométricas.

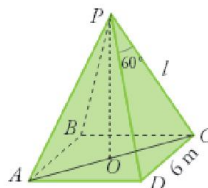
Sol: $\text{Sen } x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\text{tan } x = 2$; $\text{Sec } x = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\text{Cosec } x = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $\text{cotg } x = \frac{1}{2}$

45.- Calcula el valor del seno, coseno y tangente del ángulo de 120° , relacionándolos con un ángulo del primer cuadrante.

Sol: $\text{Sen } 120 = \text{Sen } 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{Cos } 120 = -\text{Cos } 60 = -1/2$; $\text{tg } 120 = -\text{tg } 60 = -\sqrt{3}$

46.- Si $\text{cos}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{2}{3}$ y $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, calcular las razones trigonométricas de α .

Sol: $\text{Cos } \alpha = -\frac{2}{3}$; $\text{sen } \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\text{tan } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$



47.- El lado de la base de una pirámide cuadrangular regular mide 6 m y el ángulo $\text{APD} = 60^\circ$. Halla su volumen.

Sol: $V = 36\sqrt{2} \text{ m}^3$

48.- Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista 6 cm con la diagonal de su base.

Sol: $35^\circ 15' 52''$

49.- La base de un triángulo isósceles mide 64 cm y el ángulo que se forma entre sus lados iguales es de 40° . Calcula su perímetro y su área.

Sol: $P = 252,24$ cm; $A = 2.831,04$ cm