EJERCICIOS REPASO 1º BACHILLERATO MATEMÁTICAS I

NÚMEROS COMPLEJOS

1. Resolver las siguientes ecuaciones en el conjunto de los números complejos.
   a. $x^4 + 1 = 0$
   b. $x^2 + x + 4 = 0$
   c. $x^2 - 2x + 4 = 0$
   d. $x^3 - 27 = 0$
   e. $\left(-\sqrt{3} + i\right)z^4 + 18i = 0$
   f. $z^6 - z = 0$
   g. $(1+i)z^3 - 2i = 0$
   h. $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$
2. Calcular
   a. $(1+i)^{20}$
   b. $(-2+2\sqrt{3}i)^6$
   c. $[3(\cos 15 + i\, sen 15)]^3$
   d. $\frac{(2i)^3(\sqrt{2}-\sqrt{6}\, i)^2}{(-8i^{32})(sen15+icos15)^3}$
   e. $\sqrt[4]{-9}$
   f. $\sqrt[6]{16\sqrt{2}+16\sqrt{2}i}$
   g. $\sqrt[3]{\frac{-1+i}{1+\sqrt{3}i}}$
   h. $\left(\frac{i^7+1}{i^{29}+1}\right)^2$
   i. $2 - i\left(i^{273} + \frac{1}{3-i}\right)$
   j. $\frac{i^{-11}+i^{13}}{1-i}$
3. Calcula y representa las raíces cúbicas del nº complejo. $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
4. Una raíz cúbica de un nº complejo z es $2_{30º}$. Calcula z y las otras dos raíces. Expresa las 3 raíces en forma binómica.
5. Calcula x para que el número $\frac{x+2i}{4-3i}$ sea:
   a. Esté representado en la bisectriz del primer cuadrante
   b. Sea real
   c. Sea imaginario puro
6. Determina x para que el producto $(3-6i)(4+xi)$ sea:
   a. Un nº real
   b. Un nº imaginario puro.
7. Determina el valor de c y d para que $\frac{c+2i}{3+di}$ sea igual al complejo $\sqrt{2}(\cos 135º + isen135º)$
8. Calcula las raíces sextas de $(-1+i)^{30}$

VECTORES

1. Dados $\vec{u} = (1,1)$ y $\vec{v} = (\sqrt{2}, x)$.Hallar x para que $\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right) = 45º$
2. ¿Qué vectores tienen módulo $\sqrt{20}$ y forman un ángulo de 45º con el vector $\vec{u} = (3,-1)$?
3. Busca un vector ortogonal a $\vec{u} = (1,7)$ de módulo 10.
4. Sabiendo que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son vectores unitarios, demuestra que $\vec{a} + \vec{b}$ es ortogonal a $\vec{a} - \vec{b}$
5. Dados los vectores $\vec{u} = (1,5)$ y $\vec{v} = (3,-1)$, halla un vector $\vec{a}$ tal que $\vec{a} \cdot \vec{u} = 1$ y $\vec{a}$ y $\vec{v}$ son ortogonales.
6. Sean los vectores $\vec{u} = (3, x)$ y $\vec{v} = (y, 5)$. Calcula x e y para que los vectores sean perpendiculares y además $\vec{v}$ es un vector de módulo 13.