ECUACIONES EXPONENCIALES

Se llaman ecuaciones exponenciales, aquellas ecuaciones en las que la incógnita se encuentra en el exponente. Así, son ecuaciones exponenciales:

$$2^x = 8\,,\quad 3^{1-x} = \frac{1}{27}\,,\quad 2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$$

Resolver estas ecuaciones es hallar el valor de x para el cual las ecuaciones se transforman en identidades numéricas, es decir dos potencias iguales que tienen la misma base, tienen iguales sus exponentes, y recíprocamente.

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

Ejemplos:

1. $2^{x+1} = 8$ Expresando 8 como potencia de 2, obtenemos

$2^{x+1} = 2^3$ De donde $x+1=3$ y de aquí $x = 2$

2. $3^{1-x} = \dfrac{1}{27}$; $3^{1-x} = \dfrac{1}{3^3}$: $3^{1-x} = 3^{-3}$; $1-x=-3$; $x=4$

3. $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$ Aplicando las propiedades de las potencias, obtenemos:

$2^3.2^x + 2^{2x+1} - 320 = 0$; $8.2^x + 4.2^{2x} - 320 = 0$; $2.2^x + 2^{2x} - 80 = 0$

Hemos llegado así, a una ecuación de segundo grado cuya incógnita es 2^x, es decir, si ponemos $y = 2^x$, se tiene:

$y^2 + 2y - 80 = 0$ Resolviendo esta ecuación, obtenemos:

$y = 8$, $y = -10$

Por tanto: $2^x = 8 = 2^3 \Leftrightarrow x = 3$

$2^x = -10$ No tiene solución ya que 2^x es siempre positivo

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

1) $2^{2x+2} = 0{,}5^{2x-1}$

2) $3^{x-1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2x-1}$

3) $9^x - 2\cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

4) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

5) $3^{5(x^2-4x+4)} = 3$

6) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

7) $2^x - 5\cdot 2^{-x} + 4\cdot 2^{-3x} = 0$

8) $5^{x+1} = 3^{1-2x}$

No 9) $7^{2x+3} - 8.7^{x-1} + 1 = 0$

10) $3^x + \dfrac{1}{3^{x-1}} = 4$

11) $16^x + 16^{1-x} - 10 = 0$

12) $3^{2(x+1)} - 28\cdot 3^x + 3 = 0$

13) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 363$

14) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$

15) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} + 2^{2x-4} = 1984$

16) $4^x = 6^{1-x}$

1) $x = -\frac{1}{4}$

2) $x = -2$

3) $x = 2$

4) $x = 3$

5) $x = 2 - \frac{\sqrt{5}}{5}$, $x = 2 + \frac{\sqrt{5}}{5}$

6) $x = 5$

7) $x = 1$, $x = 0$

8) $-\frac{\log \frac{3}{5}}{\log 45} \approx -0'13$

9) No

10) $x = 1$, $x = 0$

11) $x = \frac{3}{4}$, $x = \frac{1}{4}$

12) $x = -2$, $x = 1$

13) $x = 5$

14) $x = 3$

15) $x = 5$

16) $\frac{\log 6}{\log 24}$

ECUACIONES EXPONENCIALES.

Ecuaciones exponenciales.

⊖ $2^{x+1} = 8$

$2^{x+1} = 2^3$

Como las bases de los dos miembros son iguales, necesariamente los exponentes también lo serán.

$x+1 = 3$

$x = 2$

⊖ $3^{1-x} = \frac{1}{27}$

$3^{1-x} = \frac{1}{3^3}$

$3^{1-x} = 3^{-3}$

$1-x = -3$

$x = 4$

⊖ $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$

$2^x \cdot 2^3 + 2^{2(x+1)} - 320 = 0$

$8 \cdot 2^x + 2^{2x} \cdot 2^2 - 320 = 0$

$8 \cdot 2^x + 4 \cdot (2^x)^2 - 320 = 0$

Hacemos: $2^x = a$

$8a + 4a^2 - 320 = 0$

$a^2 + 2a - 80 = 0$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-80)}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2} = \begin{cases} a_1 = 8 \\ a_2 = -10 \end{cases}$$

Pero queremos el valor de la "x".
Como $2^x = a$

1) $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$

2) $2^x = -10$ es imposible ⊗ porque $2^x > 0$