MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A CC. SOCIALES II	CURSO: 2º BACHTO.
TEMA: APLICACIONES DE LA DERIVADA	SERIE: ACTIVIDAD:
U. DIDÁCTICA: OPTIMIZACIÓN	

1. Halla las dimensiones de un ventanal de forma rectangular y de 16 m. de perímetro para conseguir la máxima luminosidad.

2. El coste de fabricación de x unidades de un determinado producto viene dado por:

$$C(x) = 0'1x^2 + 3x + 100$$

Todas las unidades producidas se venden a un precio dado por:

$$p(x) = 25 - 0'3x \quad \text{y} \quad p(x) \text{ en unidades monetarias [u.m.]}$$

Calcula el nivel de producción que:
a) Minimiza el coste medio por unidad. ¿Cuál es ese precio?
b) Maximiza los beneficios. ¿A cuánto asciende ese beneficio?

3. Una emisora de radio local ha determinado, por medio de encuestas, que el porcentaje de ciudadanos que la sintonizan entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche viene dado por:

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$$

donde t indica las horas transcurridas desde las 12 en punto de la mañana.
a) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia?
b) ¿Cuántos ciudadanos sintonizan la emisora a esas horas?

4. Un cine tiene 500 butacas. Si el precio de la entrada es 6 €, el cine se llena diariamente. El dueño tiene la experiencia de que por cada aumento de 25 cent. en el precio de la entrada acuden 10 espectadores menos.
a) Halla la expresión de la función que da los ingresos del cine dependiendo del número de aumentos del precio.
b) Determina el precio de la entrada para que los ingresos del propietario sean máximos. ¿Cuántos espectadores acudirán al cine en ese momento?

5. Se quiere construir una caja partiendo de una lámina rectangular de 24 cm. por 32 cm. recortando un cuadradito en cada esquina y doblando la lámina.
a) Determina la expresión que da el volumen $V(x)$ de la caja en función del lado x, del cuadradito cortado. ¿Qué expresan el dominio y recorrido de $V(x)$?
b) ¿Cuánto hay que cortar para que el volumen sea máximo? ¿Y mínimo?

6. ¿Qué medidas tiene el triángulo rectángulo de área máxima de entre todos los que tienen 10 cm de hipotenusa?

7. Hallar a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en el punto M (0 , 4) y un mínimo en N (2 , 0).

8. Un comerciante vende 2.000 artículos al mes al precio de 10 € cada uno. Por cada lote de 250 unidades que llegue a vender sobre los 2.000, rebaja el precio de cada artículo en 25 cent. Calcula el número de artículos y el precio unitario que hace máximo el ingreso total al mes.

9. Los costes de fabricación, $C(x)$ en euros, de cierta variedad de salchichas, dependen de la cantidad elaborada (x en kilos) de acuerdo con la siguiente expresión:

$$C(x) = 1 + 17x$$

El fabricante estima que el precio de venta en euros de cada kg. viene dado por:

$$p(x) = 20 - 2{,}5 \cdot x^2 / 10.000$$

a) ¿El precio de venta disminuye con la cantidad?
b) Suponiendo que vende todo lo que fabrica, obtén la función que recoge sus ganancias.
c) ¿Qué cantidad de salchichas le interesa producir para maximizar las ganancias?
d) En la situación óptima, ¿cuál es el precio de venta? ¿Qué ganancia se obtiene?

10. La producción de cierta hortaliza en un invernadero ($Q(x)$ en kilogramos) depende de la temperatura (x en ºC) según la expresión:

$$Q(x) = (x + 1)^2 \cdot (32 - x)$$

a) Calcula razonadamente cuál es la temperatura óptima a mantener en el invernadero.
b) ¿Qué producción de hortaliza se obtendrá?

11. Un estudio sobre la eficiencia de los trabajadores de una factoría ha determinado que el promedio de piezas producidas por trabajador viene dado por la función:

$$P(t) = 25t + 5t^2 - t^3$$

siendo t las horas transcurridas a partir del comienzo de la jornada.
a) Halla el punto de los rendimientos decrecientes (punto de inflexión) de $P(t)$.
b) ¿Cuánto vale la eficiencia en ese punto? (Tasa de variación = eficiencia).

12. La demanda de un determinado producto en función del precio p de venta, viene dada por:

$$D(p) = 10.000 - 100\,p$$

a) ¿A cuánto asciende la demanda si el precio de venta es 10 €? ¿Cuánto es el gasto total de los consumidores (gasto de consumo) a ese precio?
b) Halla la función del gasto de consumo en función de p.
c) ¿A qué precio el gasto de consumo es mayor?

13. Dividir un segmento de 60 cm en dos partes, con la condición de que la suma de las áreas de los triángulos equiláteros construidos sobre ellas sea mínima.

14. Hallar los valores de a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un punto de inflexión en P (-2 , 6) con tangente en él paralela a la recta $8x + y + 10 = 0$ y además tome el valor -2 para $x = 0$.

15. Se quieren fabricar latas de refresco cuyo contenido sea de 1/3 de litro. ¿Qué dimensiones (altura y radio de la base) deben tener para que el coste de la chapa usada sea mínimo?

16. Resuelve el problema anterior suponiendo que el coste de la chapa usada en su parte superior e inferior es doble que el de la chapa usada en la parte lateral.

17. De todos los triángulos isósceles de 12 cm de perímetro, hallar las dimensiones de los lados del que tenga área máxima.

18. Hallar a, b, c y d en la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para que dicha función pase por el punto P (-1 , 1) y tenga un punto de inflexión con tangente horizontal en Q (0 , -2).