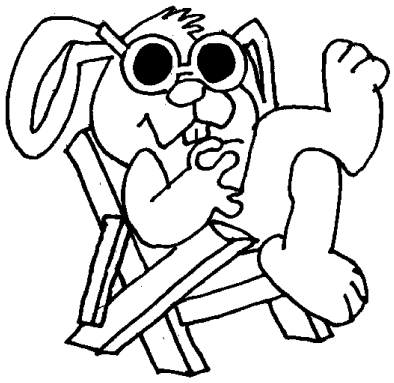


CUADERNILLO DE VERANO.

1º BACHILLERATO DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA.

OBJETIVOS:

1.- Reforzar contenidos de operatoria básica.

2.- Fomentar en el alumno el espíritu de superación frente a contenidos que necesita manejar adecuadamente para un buen desarrollo en la asignatura.

ÍNDICE

TEMA 1: NÚMEROS REALES……4
TEMA 2: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS……8
TEMA 3: TRIGONOMETRÍA I……12
TEMA 4: TRIGONOMETRÍA II……15
TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS……17
TEMA 6: VECTORES Y RECTAS EN EL PLANO……19
TEMA 7: CÓNICAS……22
TEMAS 8 Y 9: FUNCIONES ELEMENTALES……23
TEMA 10: LÍMITES DE FUNCIONES……25
TEMA 7: DERIVADAS……29

TEMA 1: NÚMEROS REALES.

1.- Realiza las siguientes operaciones con fracciones:

1) $\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}$ =

2) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{15}-\frac{3}{5}\cdot\frac{20}{18}$ =

3) $\frac{3}{8}:\frac{18}{24}-\frac{5}{6}$ =

4) $(\frac{3}{5}+\frac{1}{10}):\frac{-14}{15}$ =

5) $\frac{-4}{5}\cdot(\frac{7}{3}-\frac{5}{4})$ =

6) $(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}):\frac{5}{6}$ =

7) $\frac{12}{18}:(\frac{-1}{2}+\frac{3}{8})$ =

8) $(-1\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}):\frac{12}{5}$ =

9) $-3\frac{3}{10}:(7\frac{5}{6}-4\frac{9}{10})$ =

10) $1\frac{3}{8}-(\frac{7}{3}-\frac{1}{12})$ =

11) $(4\frac{1}{2}-5\frac{1}{3})-\frac{7}{8}$ =

12) $(\frac{4}{5}-2)-(\frac{3}{8}+\frac{-5}{6})$ =

13) $\frac{-7}{8}:\frac{1}{2}-[-\frac{3}{8}+(\frac{3}{5}-\frac{2}{3})$ =

14) $(-\frac{3}{8}+1):(\frac{-7}{3}\cdot\frac{3}{4}+1)$ =

15) $\frac{3}{4}\cdot\frac{-2}{9}-1\frac{1}{2}+\frac{7}{8}:\frac{7}{3}$ =

16) $7\frac{1}{2}+8\frac{1}{5}-6\frac{1}{4}+2\frac{1}{10}$ =

2.- Realiza las siguientes operaciones con potencias:

c) $(a^2.a^3.a)^3.(a^2.a^3.a^0)$

d) $2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$

e) $3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$

f) $\frac{2^3\ 2^2\ 2^0\ 2^{-1}}{(-2)^0\ 2^3\ (-2)^3}$

g) $\frac{2^3\ 3^2\ 3^0\ 2^{-1}}{(-2)^1\ 3^3\ (-2)^3} - \frac{2^4\ 3^{-1}}{3^2\ 2^3}$

h) $\frac{3^2\ 2^2\ 2^{-1}}{3^{-1}\ 3^3\ (-2)^3} : \frac{2^2\ 3^{-1}}{3^3\ 2}$

i) $6^6 \cdot 11^{-3} \cdot 6^{-4} \cdot 11^2$

j) $\frac{5^2 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3} \cdot (-3)^4}{5^4 \cdot 3^7 \cdot 2^2}$

k) $\frac{3^5 \cdot 7^4 \cdot 2^4 \cdot 7^{-4}}{3^4 \cdot 2^{-3}}$

l) $\frac{36 \cdot a^8 \cdot b^3}{6 \cdot a^3 \cdot b^5}$

m) $\frac{25x^{-3}y^4z^2}{125x^2y^3z^{-1}}$

n) $\frac{(-5^2)\cdot 5^3}{5^2}$

o) $\frac{(-2)^5 \cdot (-2)^3}{(-2)^6}$

p) $\frac{4^2 \cdot 16^{-3} \cdot 2}{8^3 \cdot 2^{-2}}$

q) $\frac{27^2 \cdot 3^{-4}}{9^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}$

3.- Representa en la recta real:

a) 5/3
b) -1/4
c) 2/9
d) 11/6

e) $\sqrt{5}$
f) $\sqrt{12}$

g) $\sqrt{26}$
h) $\sqrt{10}$

4.- Extrae los factores del radical como en el ejemplo:

a) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3}$ **= +2**

b) $\sqrt[4]{100}$ =

f) $\sqrt[3]{12}$ =

g) $\sqrt[3]{48}$ =

k) $\sqrt[3]{20}$ =

l) $\sqrt[3]{32}$ =

c) $\sqrt[5]{980} =$

d) $\sqrt{100} =$

e) $\sqrt[3]{56} =$

h) $\sqrt[3]{60} =$

i) $\sqrt[3]{81} =$

j) $\sqrt[3]{256} =$

ll) $\sqrt[4]{45} =$

m) $\sqrt[3]{27} =$

n) $\sqrt[3]{162}$

5.- Introduce los factores dentro del radical como en el ejemplo:

a) $5\sqrt{3} = \sqrt{5^2.3} = \sqrt{75}$ $\quad 2^2\sqrt{3} =$

b) $2^3\sqrt{7} =$

c) $14\sqrt{5} =$

d) $5\sqrt[3]{5} =$

e) $\frac{1}{3}\sqrt{6} =$

f) $\frac{2}{7}\sqrt{3a} =$

g) $a^2b^3\sqrt[4]{4} =$

h) $\frac{2}{4}\sqrt{10} =$

i) $a^3\sqrt[3]{a^3} =$

j) $a^4\sqrt{a} =$

k) $\left(\frac{2}{3}\right)^3\sqrt{\frac{2}{7}}$

6.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{6a^2b^4c^3 : \frac{2ab^3c^3}{9a^5b^8c^6}}$

b) $5\sqrt[6]{64a^2} - 5\sqrt[3]{27a} + 6\sqrt[9]{a^3}$

c) $5\sqrt[6]{64a^2} - 5\sqrt[3]{27a} + 6\sqrt[9]{a^3}$

d) $2\sqrt[3]{a^6b} - 3a^2\sqrt[3]{64b} + 5a\sqrt[3]{a^3b} + a^2\sqrt[3]{125b}$

e) $b\sqrt{a^2c} + \sqrt[4]{16a^6b^4c^2} - a\sqrt[6]{b^6c^3}$

k) $\sqrt{98a^2b^4c^2} + \sqrt[3]{250a^6b^9c^3} - \sqrt[4]{32a^8b^{12}c^4} + \sqrt{128a^6b^2c^4}$

f) $5\sqrt[6]{64a^2} - 5\sqrt[3]{27a} + 6\sqrt[9]{a^3}$

g) $\sqrt{8ab} + \sqrt{72ab} + \sqrt{50ab} - \sqrt{288ab}$

h) $\sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{a^2b^2} \cdot \sqrt[4]{ab^3}$

i) $\sqrt[4]{a^2}\sqrt[6]{ab^4}\sqrt{ab}\sqrt[5]{b^2}\sqrt[10]{a^7b^9}$

7.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{a^2b^3}}}\right)^8$

b) $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{2a\sqrt[3]{2a}}}$

c) $\sqrt{abc\sqrt[4]{a^3b^3c^2}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{a^5b^5}}$

d) $\sqrt[3]{a^4b\sqrt[6]{a^3b^2}}$

e) $\sqrt{m\sqrt[3]{m^2\sqrt[6]{m^5}}}$

f) $\left(\sqrt{\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{n}}\right)^2 \cdot \sqrt[5]{\frac{m^4}{\sqrt{n}}}}\right)^3$

g) $\sqrt[3]{a^2b^5\sqrt[4]{a^3b^7\sqrt{a^5b\sqrt[5]{a^7b^3}}}}$

h) $\sqrt[3]{ab\sqrt{ab}\cdot\sqrt[3]{a^2b^2}} \cdot \sqrt{a\sqrt{a}} \cdot \frac{a}{\sqrt{a}}$

i) $\left(\sqrt{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}}}\right)^2$

j) $\frac{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{7}}} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[4]{a^{\frac{2}{5}}}}$

m) $\left(\sqrt[\frac{3}{5}]{\dfrac{a^{-2}b^{3}}{\sqrt{a^{-\frac{4}{5}}b^{\frac{2}{3}}}}}\right)^{-\frac{1}{4}}$

8.- Racionaliza las siguientes expresiones:

$\dfrac{4}{2-\sqrt{2}}$ $\quad$ $\dfrac{8}{\sqrt{2}-1}$ $\quad$ $\dfrac{12}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ $\quad$ $\dfrac{6}{2\sqrt{3}+1}$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$ $\quad$ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$ $\quad$ $\dfrac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ $\quad$ $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ $\quad$ $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ $\quad$ $\dfrac{2\sqrt{18}-2\sqrt{8}}{\sqrt{8}+\sqrt{18}}$ $\quad$ $\dfrac{5\sqrt{6}+4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{6}}$

$\dfrac{3-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$ $\quad$ $\dfrac{6}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ $\quad$ $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1+3\sqrt{2}}$

9.- Calcula los siguientes logaritmos:

$a)\ \log_2 4$ $\quad$ $b)\ \log_5 625$ $\quad$ $c)\ \log 1000000$

$d)\ \log_3 \dfrac{1}{81}$ $\quad$ $e)\ \log_{\frac{1}{2}} 2048$ $\quad$ $f)\ \log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{243}$

$g)\ \log_{\sqrt{3}} 81$ $\quad$ $h)\ \log_{81} \sqrt{3}$ $\quad$ $i)\ \log 0{,}000001$

10.- Aplicando la definición de logaritmo calcula la base en las siguientes expresiones:

$a)\ \log_a 1024 = 10$ $\quad$ $b)\ \log_a 125 = 3$ $\quad$ $c)\ \log_a \dfrac{1}{8} = -1$

$d)\ \log_a 9 = -2$ $\quad$ $e)\ \log_a 0{,}25 = -2$ $\quad$ $f)\ \log_a 4 = 4$

$g)\ \log_a 6 = \dfrac{1}{3}$ $\quad$ $h)\ \log_a \sqrt{2} = \dfrac{1}{4}$ $\quad$ $i)\ \log_a 1 = 0$

11.- Calcula x en las siguientes igualdades:

$a)\ \log_3 x = 5$ $\quad$ $b)\ \log_5 x = -2$ $\quad$ $c)\ \log_9 x = \dfrac{1}{2}$

$d)\ \log_{1/2} x = -3$ $\quad$ $e)\ \log_{\sqrt{2}} x = 5$ $\quad$ $f)\ \log_{2/3} x = -4$

$g)\ \log_{\frac{1}{2}} x = 0{,}25$ $\quad$ $h)\ \log_{\sqrt{3}} x = 3$ $\quad$ $i)\ \log_x(-125) = 3$

12.- Calcula:

a) $\log_3 243 + \log_2 64 - \log_5 125$

b) $\log_7 343 - \log_4 64 + \log_2 32 + \log_4 \frac{1}{64}$

c) $\log_4 1024 - \log_4 256 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_5 \frac{1}{125}$

d) $\log_2 128 - \log_7 2401 + \log_3 \frac{1}{9} + \log_6 \frac{1}{36}$

e) $\log_3 27 + \log_3 \frac{1}{27} + \log_2 \frac{1}{8} + \log_2 0{,}5$

f) $\log_2 256 - \log_3 243 - \log_4 \frac{1}{16} + \log_5 0{,}04$

13.- Desarrolla utilizando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log a^5 b^4$

b) $\log \frac{2}{ab}$

c) $\log \sqrt{ab}$

d) $\log \frac{\sqrt{x}}{2y}$

e) $\log 2a\sqrt{b}$

f) $\log \frac{3a\sqrt[3]{b}}{c}$

g) $\log \frac{5a^2 b\sqrt[4]{c}}{2xy}$

h) $\log(abc)^3$

i) $\log(\frac{a\sqrt{c}}{2})^4$

j) $\log 7ab\sqrt[3]{5c^2}$

k) $\log \sqrt{\frac{2ab}{x^2 y}}$

l) $\log(a^2 - b^2)$

m) $\log \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[5]{b^3}}$

n) $\log \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{cd}}$

o) $\log(x^4 - y^4)$

p) $\log \frac{m-n}{2}$

q) $\log \sqrt{\frac{a(b-c)}{d^2 m}}$

r) $\log \sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{5c}}$

14.- Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

a) 2, –2, 2, –2, 2, ...
b) 16, –8, 4, –2, 1, ...
c) 8, 3, -2, -7, -12, -17, ...
d) 1, 8, 27, 64, 125, ...

e) $\frac{2}{4}, \frac{5}{9}, \frac{8}{16}, \frac{11}{25}, \ldots$

f) $\frac{1}{3}, \frac{3}{6}, \frac{9}{11}, \frac{27}{18}, \frac{81}{27}, \ldots$

15.- Dado el término general de una sucesión calcula los cinco primeros términos de dicha sucesión:

a) $a_n = \frac{2n^2}{n^2+1}$ **b)** $b_n = \frac{5n-2}{n+1}$ **c)** $c_n = \frac{n^2-1}{n^2+5}$

16.- Calcular las siguientes sumas:

a) $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \ldots + \frac{3}{256}$

b) $\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \cdots + 16\sqrt{2}$

c) $\frac{15}{8} - \frac{3}{4} + \frac{3}{10} - \cdots$ (seis términos)

d) $-\frac{3}{2} + 1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \ldots + \frac{256}{6561}$

e) $8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{8}$

f) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \cdots - \frac{1}{2^7}$

g) $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}}$ (seis términos)

h) $1 + \sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + \cdots + 27$

TEMA 2: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.

1.- Factoriza los siguientes polinomios:

a) $p(x) = 4x^2 – 25$
b) $q(x) = 10x^2 + 2x – 12$
c) $r(x) = 2x^3 + 3x^2 – 5x – 3$
d) $s(x) = x^4 + 6x^3 + 7x^2 – 6x – 8$
e) $t(x) = x^3 + 2x^2 – 13x + 10$
f) $u(x) = 6x^4 – 11x^3 – x^2 – 4$
g) $v(x) = 81x^5 – 54x^4 + 3x^2 – 2x$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
c) $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$
d) 4) $4x^4 +15x^2 – 4 = 0$
e) $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$
f) $16x^4 + 7x^2 – 9 = 0$
g) 7) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$
h) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$
i) $(x^2 + x)^2 – 8(x^2 + x) + 12 = 0$
j) $(x^2 – 2x)^2 – 11(x^2 – 2x) + 24 = 0$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior:

a) $x^4 -5x^2 +4=0$
b) $x^6 -26x^3 -27=0$
c) $4x^4 -17x^2 +4=0$
d) $x^6 +7x^3 -8=0$
e) $x^4 +2x^2 -3=0$
f) $6x^4 +2x^2 -8=0$
g) $9x^4 -3x^2 +4=0$
h) $x^4 -2x^2 -8=0$
i) $x^6 -9x^3 +8=0$
j) $x^4 -4x^2 =0$
k) $x^4 -6x^2 -27=0$
l) $x^6 +28x^3 +27=0$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

a) $\frac{2x-1}{(3x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$

b) $\frac{12}{x+3} - \frac{9}{x-3} = 7$

c) $\frac{2x-1}{x-1} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x+1}{x+2}$

d) $\frac{2}{x+1} + \frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{2}{x-1} + \frac{7}{x+1}$

e) $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{x-1} - 1$

f) $\frac{5}{x-1} - \frac{3}{x+4} - \frac{3}{x^2+3x-4} = \frac{5}{x-1}$

g) $\frac{15}{x-2} - \frac{12x+6}{x^2-4} = \frac{18}{x+2}$

h) $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x^2-1}$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a) $x + \sqrt{x} = 30$

b) $\sqrt{x} + 1 = \sqrt{x+9}$

c) $\sqrt{7-3x} - x = 7$

d) $5\sqrt{x} + 3 = 2x$

e) $\sqrt{4x+5} - \sqrt{3x+1} = 1$

f) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

g) $\sqrt{x^3} - 2\sqrt{x} = \sqrt{x}$

h) $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+4} = \sqrt{4x+1}$

i) $2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$

j) $\sqrt{x^2+3x+7} = 5$

k) $2\sqrt{2x-1} = \sqrt{6x-5} + \sqrt{2x-9}$

l) $\sqrt{2x+5} + 6 = 3x + 3$

ll) $\sqrt{3x+10} = 1 + \sqrt{3x+3}$

m) $\frac{21}{\sqrt{6x+1}} - \sqrt{6x+1} = 2\sqrt{3x}$

n) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

ñ) $\frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{6}{\sqrt{3x+4}}$

o) $\sqrt{x+6} + \sqrt{x+11} = \sqrt{5-10x}$

p) $\sqrt{9\sqrt{15-x}} = 6\sqrt{2x+3}$

q) $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{2^3}{x}} = \sqrt{2x}$

6.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x+y=6 \\ -x+3y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-y=19 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+2y=23 \\ x+y=8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x-5y=6 \\ x+2y=24 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+y=0 \\ 6x-7y=39 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x+y=17 \\ 2x-3y=-7 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x+5=2y-8 \\ 2y-3=4x+1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 8(x-2)-3(y-4)=5(x-1) \\ 5(x+8)=2(3y-1) \end{cases}$

j) $\begin{cases} \dfrac{11x}{7}+2y=22 \\ \dfrac{3x}{8}-4y=\dfrac{21}{4} \end{cases}$

k) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{4}-\dfrac{3(y-1)}{2}=-4 \\ 3(x-3)=5y-4 \end{cases}$

l) $\begin{cases} \dfrac{8x-4}{3}-\dfrac{4y-2}{2}=-7 \\ 2-\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{2y-1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x+3(y-2)=5 \\ (x-2)(y+3)=(x+4)(y-1) \end{cases}$

7.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

1. $\left.\begin{array}{l} 2x-5y+3z=4 \\ x-2y+z=3 \\ 5x+y+7z=11 \end{array}\right\}$

2. $\left.\begin{array}{l} x-2y+z=0 \\ 2x+y+z=1 \\ 3x+2y+z=10 \end{array}\right\}$

3. $\left.\begin{array}{l} 3x+4y-z=3 \\ 6x-6y-2z=-16 \\ x-y+2z=-6 \end{array}\right\}$

4. $\left.\begin{array}{l} x-y+2z=7 \\ 2x+y+5z=10 \\ x+y-4z=-9 \end{array}\right\}$

5. $\left.\begin{array}{l} x+3y-2z=-1 \\ x+z=2 \\ 2x+5y=8 \end{array}\right\}$

6. $\left.\begin{array}{l} 3x+2y-5z=-8 \\ 4x+y-3z=-3 \\ x-2y+3z=6 \end{array}\right\}$

7. $\left.\begin{array}{l} x+2y+3z=29 \\ 2x+y=7 \\ 3x+4y+z=25 \end{array}\right\}$

8. $\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ 2x-y-3z=0 \\ -x+2y-2z=-5 \end{array}\right\}$

9. $\left.\begin{array}{l} 3x+y-z=3 \\ 8x-2z=6 \\ -x-y+z=-1 \end{array}\right\}$

10. $\left.\begin{array}{l} x+y+z=6 \\ y+z=5 \\ x=4-z \end{array}\right\}$

11. $\left.\begin{array}{l} 3x-y+2z=4 \\ 4x-2y-z=1 \\ -x+3y-3z=-1 \end{array}\right\}$

12. $\left.\begin{array}{l} x+y+z=2 \\ y+z=0 \\ x+1=4-z \end{array}\right\}$

13. $\left.\begin{array}{l} x-y+z=2 \\ x+2y-z=2 \\ 2x+y+2z=10 \end{array}\right\}$

14. $\left.\begin{array}{l} x-y-2z=-3 \\ 2x+y+z=3 \\ x+2y+z=0 \end{array}\right\}$

15. $\left.\begin{array}{l} 2x-y+3z=-1 \\ x+2y+z=4 \\ -3x+5y-z=12 \end{array}\right\}$

8.- Resuelve los siguientes sistemas no lineales:

a) $y = x^2 + 4.x + 4$
$3.x - 2.y = -16$

b) $x^2 - x - y = 0$
$5.x + y = 17$

c) $x^2 - 4.x + 4 = y$
$5.x + 4.y = 10$

d) $x^2 = y$
$x = y$

e) $y = - x^2 + x + 6$
$4.x + y = 14$

f) $2.x^2 - 16.x + 20 = -6$
$2.x - 3.y + 1 = -4$

g) $4.x^2 + 4.x + 1 - y = 0$
$4.x - y = 12$

h) $y = -x^2$
$y = -x$

i) $-x^2 - y = 0$
$2.x + 3.y + 8 = 0$

j) $x^2 + 6.y = 0$
$x + y - 6 = 0$

k) $-2.x^2 + 4.x - 5 -y = 0$
$x - 2.y - 1 = 0$

l) $x^2 - 25 - y = 0$
$y = 2$

m) $x^2 - y - 4 = 0$
$4.x + y = -8$

n) $6.x - 9 = - x^2 - y$
$2.x - 5.y = -11$

o) $x^2 - 1 = y$
$5.x - 4.y = 2$

p) $x^2 - y + 8.x - 20 = 0$
$4.x - 3.y - 1 = 0$

q) $x^2 + 8.y = 0$
$y = 2.x$

r) $y = -x^2 + x - 6$
$x + y = 1$

9.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x \leq 4$
b) $12x < 6$
c) $2x + 1 \leq 5$
d) $4 - 2x < 15$
e) $4x - 2(x - 3) \geq 0$
f) $5x - 2(x + 3) \leq x$
g) $\frac{1}{2}x - 3 > \frac{1}{3}x + 1$
h) $\frac{3}{4}x - 1 \leq \frac{1}{2}x + 2$
i) $\frac{3}{2}(x - 1) - 2 \leq \frac{1}{3}x - 1$
j) $(x - 1)^2 - 7 > (x - 2)^2$
k) $(x+2)(x-1)+26<(x+4)(x+5)$
l) $6(x^2+1)-(2x-4)(3x+2)<3(5x+21)$
ll) $(x - 2)^2 + (x - 3)^2 \leq 2(x - 1)^2$
m) $-3 \leq x + 4 \leq 0$
n) $-8 \leq -1 + 3x \leq 11$
ñ) $6 < 2x - 4 \leq 8$

o) $-6 \le \frac{x+6}{2} \le 0$

p) $-2 < \frac{5-x}{4} \le 2$

q) $-6 \le \frac{3-2x}{2} \le 1$

10.- Resuelve las siguientes inecuaciones no lineales:

a) $x^2 - 1 \ge 0$

b) $8x^2 + 5x \ge 0$

c) $x^2 - 13x + 40 < 0$

d) $4x^2 - 1 < 0$

e) $3x^2 - 5x < 0$

f) $-5x - 2x(x + 3) + 6 \le -11x$

g) $x(x - 3) - 2x(x - 2) + 3x < 0$

h) $2x^2 + 3 \le 7x$

i) $2x^2 - 3x - 36 > x^2 + 2x$

j) $3x^2 + 16x - 12 < 0$

k) $4x(x + 3) \ge -5$

l) $3(2x^2 + 1) > 11x$

m) $x(3x - 4) > 7$

n) $5x^2 + 4x - 1 \le 0$

o) $(x - 2)^2 \le 2(x^2 + 2)$

p) $x^2 - 10x + 25 < 0$

q) $4x(x - 4) + 7 \ge 0$

r) $\frac{x+2}{2x-1} - \frac{x}{x-2} + 2 \le 0$

s) $\frac{2x}{x+12} - \frac{x}{x+3} + \frac{5}{(x+12)(x+3)} \ge 0$

t) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{2x+1} < \frac{x+3}{x-1}$

11.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ y - 5x > 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y > 5 \\ 5y + x < 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y + 3x > -1 \\ 2x < 3 + 5y \end{cases}$

g) $\begin{cases} y < 2x - 3 \\ y > x + 1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x < y - 3 \\ y > 3x - 1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} -y > -x + 1 \\ -2x - 3 < -y + 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 3y > 4 \\ 3y - 2x < -3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y > 3x - 1 \\ -2x < 3y + 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} y - 2x > 4 \\ 6 < 5x + 1 \end{cases}$

j) $\begin{cases} y < x + 4 \\ y < x - 1 \end{cases}$

k) $\begin{cases} y < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

TEMA 3: TRIGONOMETRÍA I.

1.- Halla el resto de las razones trigonométricas sabiendo que:

a) $sen\alpha = \frac{2}{3}$ b) $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ c) $tg\alpha = \frac{5}{4}$

2.- Sabiendo que sen A = 4/5, calcula las demás razones trigonométricas de A sabiendo que es un ángulo del segundo cuadrante.

3.- Sabiendo que $\cos A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, sin utilizar la calculadora, obtener las demás razones trigonométricas de A, y el ángulo A, sabiendo que está en el segundo cuadrante.

4.- Sabiendo que cos A = -1/2, sin utilizar la calculadora, obtener las demás razones trigonométricas de A, y A, sabiendo que es un ángulo del segundo cuadrante. 4º Sin utilizar la calculadora, obtener las razones trigonométricas de 315º.

5.- Sin utilizar la calculadora, obtener las razones trigonométricas de:
a) 240º.
b) 300º.

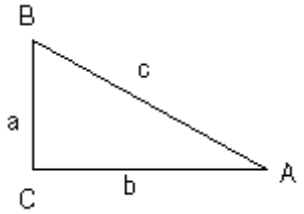
6.- Reduce al primer cuadrante los siguientes ángulos:

a) 2345º
b) 546º
c) 456º
d) -234º
e) 1000º
f) -345º

7.- Sin utilizar la calculadora, expresa en radianes 150º, 315º, 120º, 210º, 75º y 330º

8.- Sin utilizar la calculadora, expresa en grados: 3π/2, π /6, π /3, π /5, 2π/5, 5π/2

9.- Resolver el siguiente triángulo rectángulo, sabiendo que:

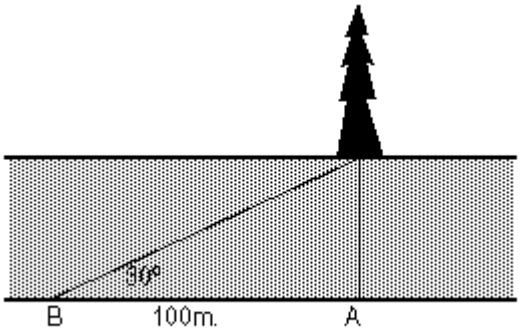


a) a=12 y A=30º

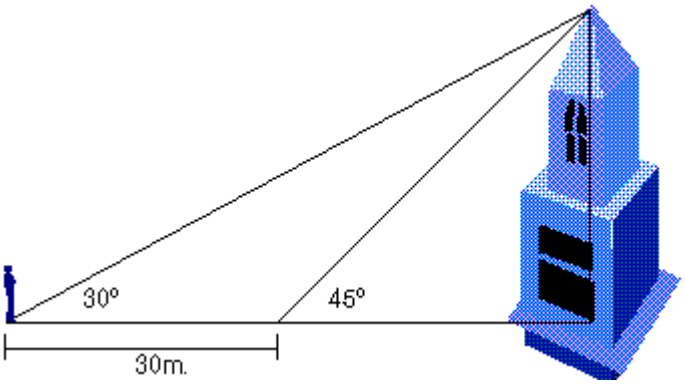
b) Â=30º y c=20

NO USES LA CALCULADORA

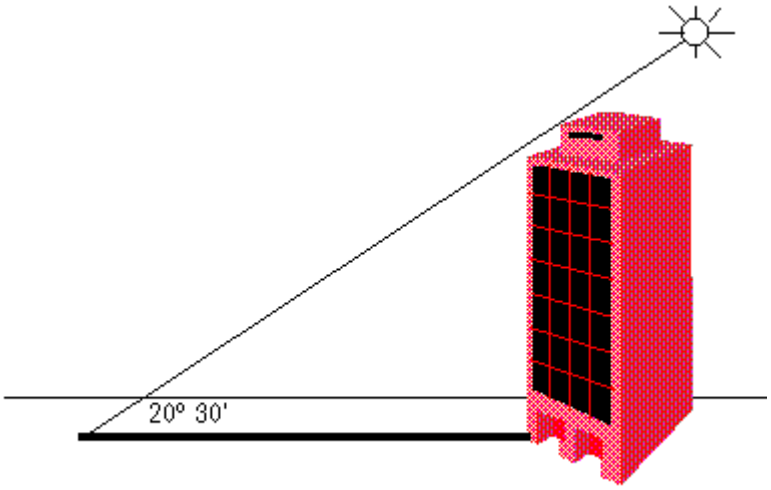
10.- Desde un punto A en la orilla de un río se ve un árbol justo enfrente. Si caminamos 100 metros río abajo, por la orilla recta del río, llegamos a un punto B desde el que se ve el pino formando un ángulo de 30º con nuestra orilla. Calcular la anchura del río.



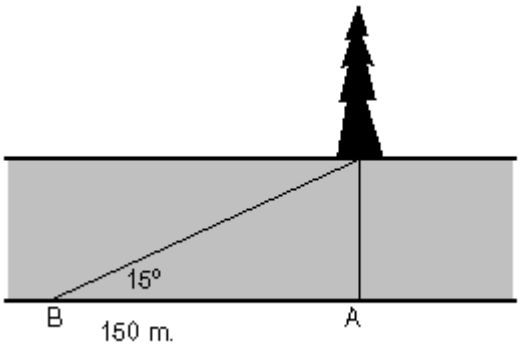
11.- Desde un punto se observa un edificio cuya parte más alta forma con el suelo un ángulo de 30º, si avanzamos 30 metros, el ángulo pasa a ser de 45º. Calcular la altura del edificio.



12.- Un edificio proyecta una sombra de 150m cuando el sol forma un ángulo de 20º 30' sobre el horizonte, calcular la altura del edificio.

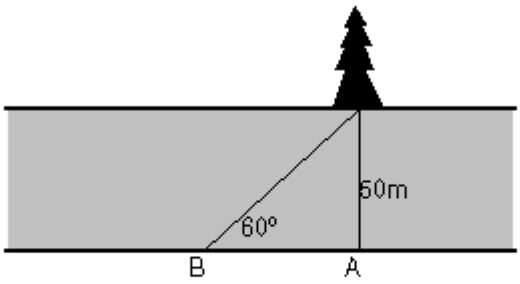


13.- Desde un punto A en la orilla de un río se ve un árbol justo enfrente. Si caminamos 150 metros río abajo, por la orilla recta del río, llegamos a un punto B desde el que se ve el pino formando un ángulo de 15º con nuestra orilla. Calcular la anchura del río.



14.- Sin utilizar la calculadora, obtener las razones trigonométricas de 135º.

15.- Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50m, se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto tendremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el pino formando un ángulo de 60º con nuestra orilla?



16.- En el triángulo ABC, la línea AB está a lo largo de una ribera estrecha. Medimos la distancia c = AB = 118 m, y los ángulos A y B tiene 63° y 55°. ¿Cuál es la distancia b = AC?

17.- Conociendo A=30º, B=45º, a=1. Hallar los lados b y c y el ángulo C del triángulo ABC.

18.- En un triángulo isósceles ABC conocemos el lado BC=80m y el ángulo que forman los lados iguales es 30º. Calcular el área del triángulo y los lados y ángulos iguales.

19.- Los lados de un triángulo miden respectivamente 13,14 y 15 cm. Hallar el seno de sus ángulos y el área del triángulo.

20.- Hallar el área de un rectángulo sabiendo que una diagonal mide 60m y el ángulo obtuso que determinan sus diagonales es 120º.

21.- Dos coches, con velocidades respectivas de 60km/h y 90km/h, toman dos carreteras que se bifurcan con un ángulo de 70º ¿Qué distancia habrá entre ellos a los 10 minutos de viaje?

22.- Un viajero parte con una velocidad de 75km/h; a los 10 minutos se da cuenta de que se ha equivocado de carretera y toma otra que forma un ángulo de 130º con la anterior (a la misma velocidad) ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra a los 20 minutos de haber tomado esta segunda carretera?

23.- Tres personas están en tres puntos distintos de la orilla de un lago, la primera dista de la segunda 1 km, la segunda de la tercera 1'5km y ésta de la primera 2km ¿Qué ángulos forman entre sí dichas personas? ¿Qué superficie tiene el lago, si ésta es los 5/3 de la superficie del triángulo que forman las 3 personas?

TEMA 4: TRIGONOMETRÍA II.

1.- Representa las siguientes funciones trigonométricas:

a) sen (2x)
b) cos (3x)
c) tg (x-60º)
d) sen (x + π/2)
e) cos (x/2)
f) tg (2x)

2.- Calcula la función inversa de las funciones del ejercicio anterior.

3.- Sabiendo sen(A)=0'5735, cos(A)=0'8191, sen(B)=0'9271, cos(B)=0'34462, calcula:

a) sen(2A)
b) cos(2A)
c) cos(A+B)
d) cos(A-B)
e) sen(A+B)
f) cos(A+B)
g) cos(3B)
h) cos(2A+3B)
i) sen(A/2)

4.- Calcula:

a) sen75º - sen15º
b) cos75º + cos15º
c) cos75º - cos15º
d) cos60º + cos30º

5.- Simplifica las siguientes expresiones trigonométricas:

a) $\frac{1}{\cos x} - \cos x - tg^2 x \cdot \cos x$

b) $\frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{sen x}$

c) $\frac{\cos\alpha - \cos^3\alpha}{sen\alpha - sen^3\alpha}$

d) $\frac{sen 4a + sen 2a}{\cos 4a + \cos 2a}$

e) $\cos(a+b)\cdot\cos(a-b)$

f) $sen\alpha \cdot \cos 2\alpha - \cos\alpha \cdot sen 2\alpha$

g) $\frac{sen 2\alpha}{1-\cos^2\alpha}$

6.- Demuestra que

$$\frac{\cos(a-b)-\cos(a+b)}{sen(a-b)+sen(a+b)} = tg b$$

7.- Demuestra que:

a) $\cos\alpha \; tg\alpha = sen\alpha$
b) $sen\alpha \sec\alpha = tg\alpha$
c) $sen\alpha \, cotg\alpha = \cos\alpha$
d) $sen\alpha \, tg\alpha + \cos\alpha = \sec\alpha$
e) $cosec\alpha - sen\alpha = cotg\alpha \cos\alpha$
f) $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = cosec\alpha - cotg\alpha$
g) $(sen\alpha + \cos\alpha)2 + (sen\alpha - \cos\alpha)2 = 2$
h) $(sen\alpha + cosec\alpha)2 = sen2\alpha + cotg2\alpha + 3$
i) $\frac{sen\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{1+\cos\alpha}{sen\alpha} = 2\cos ec\alpha$
j) $\frac{\cos ec\alpha}{\cot g\alpha + tg\alpha} = \cos\alpha$
k) $\cos 4\alpha - sen 4\alpha + 1 = 2\cos 2\alpha$
l) $\sec 4\alpha - \sec 2\alpha = tg 4\alpha - tg 2\alpha$
m) $\sqrt{\frac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}} = sen\alpha$
n) $(\sec\alpha + \cos\alpha)(\sec\alpha - \cos\alpha) = tg2\alpha + sen2\alpha$
o) $cotg4\alpha + cotg2\alpha = cosec4\alpha + cosec2\alpha$
p) $(1 + tg2\alpha)\cos 2\alpha = 1$
q) $sen2\alpha + sen2\alpha \, tg2\alpha = tg2\alpha$
r) $\sec 2\alpha + cosec2\alpha = \sec 2\alpha \; cosec2\alpha$
s) $tg\alpha + cotg\alpha = \sec\alpha \, cosec\alpha$
t) $(1 + cotg2\alpha) \, sen2\alpha = 1$
u) $\cos 4\alpha - sen 4\alpha - 2\cos 2\alpha = -1$
v) $sen3\alpha \cos\alpha + \cos 3\alpha \, sen\alpha = sen\alpha \cos\alpha$
w) $\frac{sen\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{1+\cos\alpha}{sen\alpha} = 2\cos ec\alpha$
x) $\cot g\alpha + \frac{sen\alpha}{1+\cos\alpha} = \cos ec\alpha$
y) $\sqrt{(1-sen\alpha)(1+sen\alpha)} = \frac{1}{\sec\alpha}$
z) $sen2\alpha \; \cos 2\alpha + \cos 4\alpha = \cos 2\alpha$
aa) $\frac{\cos\alpha}{1-tg\alpha} + \frac{sen\alpha}{1-c\,tg\alpha} = sen\alpha + \cos\alpha$

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $4 - \text{sen}\,\alpha = 4\cos^2\alpha$
b) $\text{sen}^2\alpha + \cos\alpha + 1 = 0$
c) $5 - 5\cos\alpha = 3\,\text{sen}^2\alpha$
d) $8\,\text{tg}\,\alpha = 3\cos\alpha$
e) $\text{sen}^2\alpha + 5\cos^2\alpha = 3$
f) $1 - \cos^2\alpha = -2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha$
g) $3\,\text{cotg}\alpha = \text{tg}\alpha$
h) $2\,\text{tg}\alpha = 3 + 5\,\text{cotg}\alpha$
i) $\text{cosec}^2\alpha = 3\,\text{cotg}\alpha - 1$
j) $4\,\text{cotg}\alpha + 15\sec\alpha = 0$
k) $\text{sen}\alpha = \cos\alpha$
l) $\text{sen}\alpha + \cos\alpha = 1$
ll) $\dfrac{1}{\sec^2\alpha} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{\text{cosec}\alpha}$
m) $2\,\text{sen}\alpha = \text{cosec}\alpha$
n) $\cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha = \dfrac{1}{2}$
ñ) $\text{tg}\alpha - \text{cotg}\alpha = 2$
o) $\text{sen}^2\alpha - \text{sen}\alpha = \cos^2\alpha - \cos\alpha$
p) $2\,\text{sen}^2\alpha + 3\cos\alpha = 0$
q) $2\sqrt{3}\cos^2\alpha = \text{sen}\alpha$
r) $2\,\text{tg}^2\alpha + 3\sec\alpha = 0$

9.- Justifica que para cualquier ángulo se verifica $\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = sen\alpha + \cos\alpha$

10.- Expresa $sen4\alpha$ y $\cos 4\alpha$ en función de $sen\alpha$ y $cos\alpha$.

11.- Resuelve las siguientes ecuaciones racionales trigonométricas:

a) $\dfrac{sen5x + sen3x}{\cos x + \cos 3x} = 1$

b) $\dfrac{sen3x + senx}{\cos 3x + \cos x} = \sqrt{3}$

c) $\dfrac{\cos x}{tgx} = \dfrac{3}{2}$

12.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones trigonométricas:

a. $\begin{cases} sen\,x + sen\,y = 1 \\ x + y = 90º \end{cases}$

b. $\begin{cases} sen\,x + sen\,y = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ sen\,x - sen\,y = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$

c. $\begin{cases} tg\,x + tg\,y = 1 \\ cotg(x+y) = \frac{3}{4} \end{cases}$

d. $\begin{cases} sen\,x \cdot \cos y + \cos x \cdot sen\,y = 1 \\ sen\,x \cdot \cos y - \cos x \cdot sen\,y = \frac{1}{2} \end{cases}$

e. $\begin{cases} sen\,x + sen\,y = \sqrt{3} \\ \cos x + \cos y = 1 \end{cases}$

f. $\begin{cases} sen^2x + cos^2y = 3/4 \\ cos^2x - sen^2y = 1/4 \end{cases}$

g. $\begin{cases} \cos(x+y) = 1/2 \\ sen(x-y) = 1/2 \end{cases}$

h. $\begin{cases} x + y = 120º \\ sen\,x - sen\,y = 1/2 \end{cases}$

i. $\begin{cases} \cos(x-y) = 1/4 \\ sen\,x = 1/5 \end{cases}$

TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS.

1.- Realiza las siguientes sumas y restas con números complejos:

a) $(3 + 4i) + (2 - 7i)$
b) $(3 + 4i) - (2 - 7i)$
c) $(3 + 4i)(2 - 7i)$
d) $(3 + 2i) + (5 + 3i)$
e) $(4 + 3i) + (2 + 5i)$
f) $(2 + 3i) + (1 + 2i)$
g) $(5 - 6i) + (4 + 2i)$
h) $(4 + i) - (1 + 3i)$
i) $(6 + 3i) - (2 - 4i)$
j) $(3 + 5i) - (5 - 3i)$
k) $(7 - 4i) - (-6 + 4i)$
l) $(3 + 7i) + (5 + 3i) - (-2 + 9i)$
m) $(5 - i) - (8 - 2i) + (3 - i)$
n) $(-4 - 5i) + (11 - 7i) - (8 + 6i)$
o) $(9 + 7i) - (-9 + 7i) + (-18 + i)$

2.- Realiza las siguientes multiplicaciones de complejos:

a) $(3 - 4i)(5 + 2i)$
b) $(2 + 5i)(3 + 7i)$
c) $(2 - 3i)(3 + 5i)$
d) $(-7 + 4i)(3 - 4i)$
e) $(4 + 3i)(5 + 7i)$
f) $-3i(2 + 5i)$
g) $2i(-3 + 8i)$
h) $(1 + i)(1 - \sqrt{3i})$
i) $(1 - i)(-1 - \sqrt{3i})$
j) $(-\sqrt{3} + i)(-1 + i)$
k) $(-1 + \sqrt{3i})(1 + i)$
l) $(\sqrt{3} + i)(-1 + i)(-1 - \sqrt{3i})$
m) $(\sqrt{3} - i)(1 + i)(-1 + \sqrt{3i})$
n) $(-\sqrt{3} - i)(1 - i)(1 + \sqrt{3i})$
o) $(-\sqrt{3} + i)(-1 - i)(1 - \sqrt{3i})$

3.- Realiza las siguientes divisiones de números complejos:

a) $\dfrac{3+4i}{2-7i}$
b) $\dfrac{3-i}{3+2i}$
c) $\dfrac{2+5i}{3+2i}$
d) $\dfrac{1+4i}{3+i}$
e) $\dfrac{2+3i}{1+2i}$
f) $\dfrac{(3+4i)(1-2i)}{1+i}$
g) $\dfrac{(2+i)(1-i)}{4-3i}$
h) $\dfrac{(2+3i)(3+2i)}{4-3i}$
i) $\dfrac{(5-i)(1-5i)}{3+2i}$
j) $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}$
k) $\dfrac{1-i\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+i}$
l) $\dfrac{-1-i}{-1+i}$
m) $\dfrac{-\sqrt{3}+i}{1-\sqrt{3}i}$
n) $\dfrac{(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)}{1+i}$
o) $\dfrac{-1+\sqrt{3}i)i}{1+\sqrt{3}i}$
p) $\dfrac{-\sqrt{3}+i}{(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)}$
q) $\dfrac{-1-i}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}$

4.- Calcula el opuesto y el conjugado de cada uno de los siguientes números complejos:

a) $3 - 2i$
b) $4 + i$
c) $5 + 3i$
d) 7
e) $2 + 5i$
f) $-2 + 3i$
g) $2i$
h) $-2 - i$
i) $-4 - 3i$
j) $5 - 2i$
k) -5
l) $3 - 3i$
m) $-5i$
n) $5 - 12i$
o) $15 + 8i$
p) $-7 - 24i$

5.- Pasa a forma polar los números complejos del ejercicio anterior.

6.- Calcula utilizando la fórmula de Moivre:

a) $(1+i)^3$
b) $(1-i)^4$
c) $(-1+i)^5$
d) $(-1-i)^2$
e) $(1-\sqrt{3}i)^3$
f) $(-1+\sqrt{3}i)^2$
g) $(1+\sqrt{3}i)^4$
h) $(-1-\sqrt{3}i)^7$
i) $(3-4i)^5$
j) $(5-12i)^2$
k) $(-2+3i)^4$
l) $(-1-2i)^6$
m) i^9
n) 3^5
o) $(-2i)^6$

7.- Calcula:

a) Raíces cúbicas de 1 + *i*
b) Raíces cúbicas de *i*
c) Raíces cúbicas de 1 - $\sqrt{3}i$
d) Raíces cúbicas de - $\sqrt{3}$ + *i*
e) Raíces cuartas de 1 – *i*
f) Raíces cuartas de 1 + $\sqrt{3}i$
g) Raíces cuartas de 16
h) Raíces cuartas de 1+ $\sqrt{3}i$
i) Raíces quintas de - $\sqrt{3}$ - *i*
j) Raíces quintas de 1 – *i*
k) Raíces quintas de 1 + *i*
l) Raíces quintas de – 32
m) Raíces sextos de -1 - $\sqrt{3}i$
n) Raíces novenas 1 + *i*
o) Raíces octavas de - $\sqrt{3}i$
p) Raíces novenas – 1 + *i*

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones en el plano complejo mediante el cálculo de las raíces complejas:

a) $x^2 = -16i$
b) $x^2 = 25i$
c) $x^3 = -27i$
d) $x^3 = -64$
e) $x^4 = 16$
f) $x^4 = -81$
g) $x^5 = i$

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 6x + 25 = 0$
b) $2x^2 - 24x + 200 = 0$
c) $2z + 3i = z + \ 2 - i$
dd) $3z + 4i = 3 - 2i$
e) $zi + 2 = i$
f) $z \ 1 - i \ = z + i$
g) $\frac{2z}{i} + 4i = 6$
h) $\frac{z}{1-i} + \frac{2}{i} = 3$

10.- ¿Cuánto ha de valer x, real, para que $2 + xi \ ^2$ sea imaginario puro?

TEMA 6: VECTORES Y RECTAS EN EL PLANO.

1.- Hallas las componentes del vector $\overrightarrow{AB}$ siendo A = (-1, 4) y B = (3, -5).

2.- Dados el vector $\vec{v}$ = (1, -2) y el punto A = (1, 1), calcula el punto B que cumple $\overrightarrow{AB}$ = $\vec{v}$.

3.- Dados los vectores $\vec{u} = (3,5)$ y $\vec{v} = (2,-5)$ calcula:

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $2\vec{u} - 3\vec{v}$

c) un vector $\vec{w}$ tal que $\vec{u} + \vec{w} = \vec{v}$

4.- Comprueba que los vectores $\vec{u} = (4,6)$ y $\vec{v} = (6,9)$ son colineales. Calcula un vector $\vec{w}$ que no sea colineal con $\vec{u}$. ¿Se puede elegir $\vec{w}$ que sea, además, colineal con $\vec{v}$? (NOTA: colineal significa que los vectores son linealmente dependientes).

5.- Dados los vectores $\vec{u} = (3,-4)$ y $\vec{v} = (1,-1)$, calcula los productos escalares $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\vec{u}\cdot(3\vec{v})$ y $\vec{u}\cdot(\vec{v} - \vec{u})$. Calcula también $\|\vec{u}\|$.

6.- Calcula a para que los vectores $\vec{u} = \left(\frac{1}{3},-2\right)$ y $\vec{v} = (7, a)$ sean perpendiculares.

7.- Calcula un vector perpendicular a $\vec{u} = (3,7)$ que sea unitario u otro que sea de módulo 7. Encuentra la expresión general de todos los vectores perpendiculares a un vector dado $\vec{v} = (x, y)$.

8.- Se sabe que los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ambos perpendiculares al vector $\vec{w} = (1,-1)$. ¿Qué podemos decir de $\vec{u}$ y $\vec{v}$?

9.- Calcula el ángulo formado por los vectores $\vec{u} = (3,3\sqrt{3})$ y $\vec{v} = (0,-5)$.

10.- Comprueba que los vectores $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ y $\vec{u}_2 = \left(-\frac{1}{2},\frac{-2}{2}\right)$ forman una base del plano. Calcula en ella las coordenadas del vector $\vec{u} = (1,1)$.

11.- Comprueba que los vectores $\vec{u}_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$ y $\vec{u}_2 = \left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ forman una base ortonormal. Calcula en ella las coordenadas del vector $\vec{u} = (1,1)$.

12.- ¿Cuál es la expresión general de todos los vectores perpendiculares al vector $\vec{u} = (-2,3)$?

13.- Si sabemos de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ que $\|\vec{u}\| = 2$ y $\|\vec{v}\| = 3$ ¿qué podemos decir de $\|\vec{u} + \vec{v}\|$?

14.- Dados los puntos P = (1, 1) y Q = (4, 5), comprueba que la distancia entre ellos es 5 unidades. Con un ejemplo muestra que hay otros puntos, distintos de Q, cuya distancia a P es 5 unidades. Encuentra un punto que equidiste de P y Q.

15.- Determina cuáles de los siguientes pares de vectores del plano forman una base y, en este caso, una base ortonormal:

a) $\{(1,2),(3,5)\}$

b) $\{(-1/2,\sqrt{3}/2),(\sqrt{3}/2,-3/2)\}$

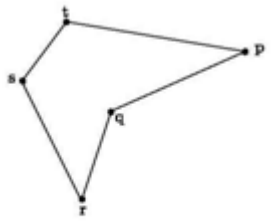
c) $\{(-1/2,\sqrt{3}/2),(\sqrt{3}/2,1/2)\}$

16.- Calcula el área de los triángulos de vértices:

a) (0, 0); (7, -15); (-4, 0).
b) (0, -3); (7, 4); (3, -5).

17.- Calcula una base ortonormal, tal que uno de sus vectores sea linealmente dependiente de (1, 3).

18.- Calcula el área de la figura sabiendo que p = (3, 5); q = (-6, 1); r = (-8, -5); s = (-12, 3) y t = (-7, 7). (PISTA: triangula la figura).



19.- Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por los puntos P = (1, 2) y Q = (3, -2) ¿Pertenece el punto R (-1, 6) a dicha recta? Calcula también la ecuación implícita de r, primero a partir de las ecuaciones paramétricas y luego diractamente.

20.- Dada la recta de $\Re^2$ de ecuación $2x-3y-1=0$, calcula sus ecuaciones paramétricas. Calcula también su ecuación explícita y la pendiente de la recta.

21.- Determina si los puntos P = (1, -1); Q = (2, 4); R = (1, 3) están alineados.

22.- Calcula, en $\Re^2$, la recta paralela a $r: x-3y+3=0$ y que pasa por el punto P = (1, 1). Calcula también la recta perpendicular a r que pasa por ese punto.

23.- Comprueba que las siguientes rectas de $\Re^2$, r y r', son iguales: $r: 3x-y+2=0$ y

$$r': \begin{cases} x=\lambda \\ y=2+3\lambda \end{cases}$$

24.- Halla la distancia del punto P = (3, 4) a la recta $r: 3x-2y+5=0$.

25.- Halla las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas $r: x+y-2=0$ y $r': x-7y+2=0$.

26.- Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento comprendido entre los puntos P = (3, 2) y Q = (-1, 5).

27.- Halla el valor de m de modo que la recta $y=mx+3$ pase por el punto de intersección de las rectas $r_1: y=2x+1$ y $r_2: y=x+5$.

28.- Los lados de un triángulo son segmentos de las siguientes rectas $r_1: 3x+5y-16=0$; $r_2: x-y=0$; y $r_3: 3x+y+4=0$. Halla la distancia de cada lado al vértice opuesto.

29.- Estudia los siguientes conjuntos de puntos del plano y di si son o no rectas:
a) el conjunto formado por todos los puntos que tienen coordenadas $(4+t^4-sen^2 t, -3-t^2-\cos^2 t$ con $t\in\Re$.
b) el conjunto formado por todos los puntos que tienen coordenadas $(4+5t, t^2)$ con $t\in\Re$.

30.- Estudia los siguientes pares de rectas y discute cuál es su posición relativa. Si se cruzan, calcula el punto de corte y el ángulo con el que lo hacen; y si son paralelas calcula la distancia entre ellas:

a) $r: x+y-3=0$, $s: 2x+3y+1=0$

b) $r: x-2y+5=0$, $s: -2x+4y-1=0$

c) $r: 3x+y+7=0$, $s: -6x-2y-14=0$

31.- Sea $r: 2x-ky=11$ y $s: 7x+2y=8$ dos rectas, dependiendo r del parámetro k. Determina el valor del parámetro k para que:

a) $r \perp s$

b) $r \parallel s$

c) $\angle(r,s)=\pi/3$

d) $r=s$

e) r y s se corten en (0, 4).

f) r y s se corten en (0, 0).

32.- Consideremos las siguientes tres rectas:

$r: 3x-11y+41=0$; $s: 18x+4y-34=0$; $t: 6x+13y+47=0$

a) Calcula el área del triángulo que determinan.

b) Calcula los tres ángulos del triángulo que determinan las rectas, y comprueba que suman 180º.

c) Calcula los puntos medios de los segmentos que forman el triángulo. (El punto medio de un segmento es el punto del segmento que lo divide en dos trozos de igual longitud).

33.- Razona si son verdaderas o falsas las siguientes cuestiones:

a) Si dos ecuaciones generales tienen coeficientes distintos, entonces representan a rectas distintas.

b) Dos ecuaciones generales representan a una misma recta solo cuando ambas ecuaciones tienen coeficientes proporcionales.

34.- Probar que el punto medio de la hipotenusa de un triángulo rectángulo equidista de los tres vértices.

35.- ¿Cómo es el conjunto de los puntos del plano que equidistan de los puntos (3, 2) y (1, 0)? Es decir, estudia el conjunto de puntos P = (x, y) del plano tal que la distancia de P a (3, 2) es igual a la distancia de P a (1, 0).

TEMA 7: CÓNICAS.

1.- Calcular la ecuación de la circunferencia de centro el punto C (2,-5) y radio 7.

2.- Determina el centro y el radio de la circunferencia de ecuación $x^2+10y-2x+y^2-10=0$

3.- Calcula la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos P (1,2), Q (1,4) y R (2,0)

4.- Calcula la posición relativa de la circunferencia $x^2+y^2=1$ con la recta x = 1

5.- Calcula la posición relativa de la circunferencia de ecuación $x^2+y^2-2x-2y-2=0$ y la recta r: $2x-y-1=0$

6.- Calcula la recta tangente a la circunferencia de ecuación $x^2-4x+y^2-10y+4=0$ en el punto (2,0).

7.- Calcula la recta tangente a la circunferencia $x^2+y^2-\frac{10}{3}x-2y+1=0$ en el punto de coordenadas (3,2).

8.- Calcular la longitud de la cuerda que determina la recta x = 3 al cortar a la circunferencia de ecuación $x^2+y^2-4x-6y+8=0$

9.- Calcula la potencia del punto P (1,4) respecto a $x^2+y^2-2x+4y-4=0$

10.- Dada la circunferencia de ecuación $x^2+y^2-6x-2y+6=0$, indicar qué posición tienen con respecto a ella los puntos A (-1,0), B (3,3), C (2,2) y D (5,-1)

11.- Clasificar la siguiente cónica, indicando focos, vértices, ejes y excentricidad:

a) $9x^2+4y^2-36=0$

b) $5x^2-10y^2-6=0$

c) $-4x^2-y^2+5=0$

12.- Calcular la ecuación de la elipse de focos F (3,0) y F` (-3,0) y cuyo eje mayor mide 10.

13.- Calcular la ecuación de la hipérbola con focos en (2,0) y simétrico y un vértice en A (-5,0).

14.- Calcular el foco y el vértice de la parábola de ecuación:

a) $y^2=6x$

b) $x^2=16y$

TEMAS 8 y 9: FUNCIONES ELEMENTALES.

1.- Calcula el dominio de la función:

a) $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$

b) $f(x) = \sqrt{3x+8}$

c) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+7}}$

d) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2-3X-10}}$

e) $f(x) = 2 + \sqrt{x+5} + \sqrt{x-2}$

f) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{\ln(x)}}$

2.- De las siguientes funciones indica cuáles son pares, impares o de ningún tipo:

a) $f(x) = x^2 + 2$

b) $f(x) = \frac{x+1}{x^5+2x^3}$

c) $f(x) = 1 + tg(x)$

d) $f(x) = \frac{9x^6+5}{x^2}$

e) $f(x) = x^3 - x$

f) $f(x) = x^2 + cos(3x)$

g) $f(x) = sen^2(x)$

h) $f(x) = 7$

3.- Dadas las funciones $f(x) = \frac{2}{3x-9}$ y $g(x) = x - 2$, calcula la expresión y el dominio de las funciones f+g, f-g, f·g y f/g

4.- Dadas las funciones del ejercicio anterior, realiza $g \circ f$ y $f \circ g$, indicando el dominio de cada una de ellas.

5.- Sean las funciones $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ y $h(x) = \frac{1}{x+1}$, comprueba con ellas la propiedad asociativa de la composición, es decir, se cumple:

$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$.

Calcular el dominio de la función resultante.

6.- Calcula la función inversa de $f(x) = 5x + 4$ y comprueba el resultado.

7.- Calcula la inversa de la función $f(x) = \frac{2x-5}{3x+7}$, compruébalo y calcula los dominios de ambas.

8.- Representa las funciones a) y=-2x+7,b) y=3x-5.

9.- Representa las parábolas siguientes:

$$a)\ y = x^2 - 4x + 6 \quad b)\ y = x^2 - 1 \quad c)\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \quad d)\ y = 2x^2 - 8x + 4$$

10.- Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-3, 0) \\ x^2 - 2x + 1 & x \in [0, 3] \\ 4 & x \in (3, 7) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$y=\begin{cases} -x-1 & si \quad x\le -1 \\ 2x^2-2 & si \quad -1<x<1 \\ x-1 & si \quad x\ge 1 \end{cases}$$

11.- Representa las siguientes funciones y obtén su expresión como funciones a trozos:

$a) y=\left|x^2-5x+4\right| \quad b)\ y=\left|2x-4\right|,\ x\in[-1,5] \quad c)\ y=\left|-x^2+4x+5\right| \quad d)\ y=\left|\frac{x}{2}-3\right|$

12.- Representa las hipérbolas siguientes:

$a)\ y=\frac{2}{x-3} \quad b)\ y=\frac{3x-5}{x-2} \quad c)\ y=\frac{4}{x} \quad d)\ y=-\frac{4}{x}$

$e)\ y=\frac{4}{x-3} \quad f)\ y=\frac{4}{x-3}+2 \quad g)\ y=\frac{3x+2}{x+1}$

13.- Representa las siguientes funciones:

$a)\ y=3+\sqrt{x-4} \quad b)\ y=\sqrt{2-x} \quad c)\ y=\sqrt[3]{-x} \quad d)\ y=\sqrt[3]{-x}+2 \quad e)\ y=\sqrt[3]{x}+1 \quad f)\ y=\sqrt[3]{x+1}$

14.- Representa las siguientes funciones:

$a)\ y=2^x+1 \quad b)\ y=2^x-3 \quad c)\ y=2^{x-1} \quad d)\ y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} \quad e)\ y=1-2^x \quad f)\ y=2^{-x}$

15.- ¿Cuál es el dominio de la función $y=\log_2(2-x)$? Represéntala.

16.- Representa $y=e^x$ e $y=\ln x$.

17.- Representa estas funciones a partir de la gráfica de $y=\log_2 x$:

a) $y=1+log_2 x$

b) $y=log_2(x^2-x)$

c) $y=log_2\frac{x}{2}$

d) $y=log_2(x-1)$

A la vista de sus representaciones, determina su dominio.

18.- Representa $y=\left|x^2-4\right|$ e $y=\left|\frac{1}{x-2}+3\right|$. Defínelas como funciones a trozos

19.- Representa las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} x \text{ si } x<0 \\ x^2 \text{ si } x\ge 0 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\le -3 \\ x^2 & \text{si } -3<x\le 2 \\ 4 & \text{si } x>2 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x-1 & \text{si } x<-2 \\ 2x^2 & \text{si } -2<x\le 0 \\ x-3 & \text{si } x>0 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} -3 & \text{si } x<0 \\ -x^2+3x & \text{si } 0\le x\le 3 \\ -x+3 & \text{si } x>3 \end{cases}$

TEMA 10: LÍMITES DE FUNCIONES.

1.- Calcula los siguientes límites:

1. $\lim_{x\to 3} 77$

2. $\lim_{x\to 5}(3x-7)$

3. $\lim_{x\to 2}(x^2+2x-1)$

4. $\lim_{x\to 3}\frac{4x-5}{5x-1}$

5. $\lim_{x\to 1}\sqrt{\frac{8x+1}{x+3}}$

6. $\lim_{x\to -3/2}\frac{4x^2-9}{2x+3}$

7. $\lim_{x\to 4}\frac{3x^2-8x-16}{2x^2-9x+4}$

8. $\lim_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x+2}$

9. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

10. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$

11. $\lim_{x\to 3}\frac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$

12. $\lim_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x^4-16}$

2.- Calcula los siguientes límites en funciones a trozos:

1. $f(x)=\begin{cases}2 & \text{si } x<1\\ -1 & \text{si } x=1\\ -3 & \text{si } x>1\end{cases}$

(a) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$; (b) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$; (c) $\lim_{x\to 1} f(x)$

2. $f(t)=\begin{cases}t+4 & \text{si } t\le -4\\ 4-t & \text{si } t>-4\end{cases}$

(a) $\lim_{x\to -4^+} f(t)$; (b) $\lim_{x\to -4^-} f(t)$; (c) $\lim_{x\to -4} f(t)$

3. $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{si } x\le 2\\ 8-2x & \text{si } x>2\end{cases}$

(a) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$; (b) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$; (c) $\lim_{x\to 2} f(x)$

4. $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{si } x<1\\ 2 & \text{si } x=1\\ 7-2x & \text{si } x>1\end{cases}$

3.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones (a es el punto donde estudiar la continuidad).

1. $F(x)=\frac{x^2+x-6}{x+3}$

2. $h(x)=\frac{5}{x-4}$

3. $g(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+2} & \text{si } x\ne -2\\ 0 & \text{si } x=-2\end{cases}$

4. $G(x)=\frac{x^2-4}{x^4-16}$

5. $f(x)=\begin{cases}-1 & \text{si } x<0\\ 0 & \text{si } x=0\\ \sqrt{x} & \text{si } 0<x\end{cases}$

6. $g(x)=\begin{cases}\sqrt{-x} & \text{si } x<0\\ \sqrt[3]{x+1} & \text{si } 0\le x\end{cases}$

7. La función mayor entero.

8. $f(x)=\frac{9x^2-4}{3x-2}$; $a=\frac{2}{3}$

9. $f(t)=\begin{cases}9-t^2 & \text{si } t\le 2\\ 3t+2 & \text{si } 2<t\end{cases}$; $a=2$

10. $f(x)=\frac{x^2-x-12}{x^2+2x-3}$; $a=-3$

11. $f(x)=\begin{cases}|x-3| & \text{si } x\ne -3\\ 2 & \text{si } x=3\end{cases}$; $a=3$

12. $f(t)=\begin{cases}t^2-4 & \text{si } t\le 2\\ t & \text{si } 2<t\end{cases}$; $a=2$

13. $f(y)=\frac{\sqrt{y+5}-\sqrt{5}}{y}$; $a=0$

14. $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$; $a=0$

15. $f(x)=x^2(x+3)^2$

16. $g(x) = \dfrac{x}{x-3}$ **17.** $h(x) = \dfrac{x+1}{2x+5}$ **18.** $F(x) = \dfrac{x^3+7}{x^2-4}$

19. $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 2 \\ 4-x^2 & \text{si } 2 \le x \end{cases}$ **20.** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-2} & \text{si } x \le 1 \\ \dfrac{1}{x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$ **21.** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & \text{si } x < 4 \\ \sqrt{x-4} & \text{si } 4 \le x \end{cases}$

4.- Calcula los siguientes límites infinitos:

1. $\lim\limits_{t\to 2^+} \dfrac{t+2}{t^2-4}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{3+x^2}}{x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2}\right)$

4. $\lim\limits_{t\to -4^-} \left(\dfrac{2}{t^2+3t-4} - \dfrac{3}{t+4}\right)$ **5.** $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{[|x|]-x}{3-x}$ **6.** $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}-1}$

7. $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x^3+9x^2+20x}{x^2+x-12}$

8. Para cada una de las siguientes funciones, halle la asíntota vertical de la gráfica de la función y trácela:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$; (b) $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$; (c) $h(x) = \dfrac{1}{x^3}$; (d) $\phi(x) = \dfrac{1}{x^4}$

9. $f(x) = \dfrac{2}{x-4}$ **10.** $f(x) = \dfrac{-2}{(x+3)^2}$ **11.** $f(x) = \dfrac{1}{x^2+5x-6}$

5.- Calcula:

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{(x-a)(x-b)}\right)$ **2.** $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x+2} - \dfrac{x^2+10}{x+1}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{9\cdot 8^x + 5^x + 3^x + 4}{8^x + 3}$

6.- Calcula:

1. $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{(1-\cos h)^2}{h}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} 3x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan^2 x}{x}$ **4.** $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{1-\tan x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$ **6.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}^2(x/2)}{x^2}$ **7.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan^5 2x \cdot \operatorname{sen} 4x}{x^6}$ **8.** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{\sqrt[3]{x-2}}$

9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$ **10.** $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{\dfrac{x^2+3x+4}{x^3+1}}$ **11.** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3\left(\sqrt{x+2}-2\right)}{4\left(8-\sqrt{32x}\right)}$ **12.** $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{3-\sqrt{2x-1}}{3(\sqrt{5x}-5)}$

13. $\lim\limits_{x\to\infty} x\tan(\pi/x)$ **14.** $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$ **15.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ **16.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^{-4}+x^3}{2x^3+x-3}$

17. $\lim_{x\to\pi/2} \ln(\operatorname{sen} x)$ **18.** $\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{5}2^t+\frac{4}{5}5^t\right)^{\frac{1}{t}}$ **19.** $\lim_{x\to 1/3}\frac{3x-1}{3x^2+5x-2}$

7.- Calcula:

1. $\lim_{x\to 0}\frac{x+\tan x}{\operatorname{sen} x}$ **2.** $\lim_{x\to\pi/4}\frac{\operatorname{sen} x-\cos x}{1-\tan x}$ **3.** $\lim_{x\to\infty} x\operatorname{sen}\frac{1}{x}$

4. $\lim_{x\to\pi}\frac{\operatorname{sen} x}{x-\pi}$ **5.** $\lim_{x\to\pi/2}\frac{1-\operatorname{sen} x}{\frac{1}{2}\pi-x}$ **6.** $\lim_{x\to\pi/2}\frac{\frac{1}{2}\pi-x}{\cos x}$

7. $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)}{x}$ **8.** $\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{1-\operatorname{sen} x}$ **9.** $\lim_{x\to 0} x\cot x$

10. $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}}{1-2^{2n}}$ **11.** $\lim_{h\to 2}\frac{h^3-8}{h^2-4}$ **12.** $\lim_{r\to 1}\frac{r^2-r}{2r^2+5r-7}$

13. $\lim_{k\to 4}\frac{k^2-16}{\sqrt{k}-2}$ **14.** $\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}$ **15.** $\lim_{x\to-\infty}\frac{4-7x}{2+3x}$

16. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+2}{x-1}$

8.- Calcula:

1. $\lim_{x\to 3}\left(\frac{\sqrt{2x+3}-x}{\sqrt{x+1}-x+1}\right)^{\frac{x-1-\sqrt{x^2-5}}{x^2-5x+6}}$ **2.** $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$ **3.** $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^2}{1-x^2}}$

9.- Calcula los siguientes límites:

$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{x}-\log x)$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{3^x}{x^2+1}$

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{5x^2-2x}-3x$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+3x-1}{\sqrt{x^6-2x}}$ $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x-1}{3x+2}\right)^{x^2}$ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1}$

$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1}$ $\lim_{x\to 2}\left(\frac{3x-2}{x^2-2x+4}\right)^{\frac{x}{x-2}}$

10.- Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2x+3}{x} & \text{si} \quad x<-1\\ x^2-2 & \text{si} \quad -1\le x<2\\ 3x+1 & \text{si} \quad x\ge 2\end{cases}$$

11.- Calcula el valor de a para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 3a + \ln x & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

12.- Halla los siguientes límites:

$$\lim_{x \to +\infty} 2^x - x^2 \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{\ln\ x^2 + 1}{x} \qquad \lim_{x \to +\infty} \sqrt{3x^2 - 1} - 2x \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[3]{2x^5 - 1}}{\sqrt{x^4 + 2}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{5x - 2}{4 + 5x} \right)^{\frac{2x}{3}} \qquad \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{4x - 2}{3x + 5} \right)^{x^2 - 1} \qquad \lim_{x \to 1} \sqrt[3]{\frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 - 8x^2 + 7x - 2}} \qquad \lim_{x \to 3} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{4x + 4} \right)^{\frac{2x}{x-3}}$$

13.- Estudia la continuidad de la siguiente función. En los puntos en los que no sea continua, indica el tipo de discontinuidad que presenta:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 + 3x - 10}$$

14.- Calcula los valores de a y b para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si} \quad x \le 1 \\ 4x^2 + ax + b & \text{si} \quad 1 \le x < 2 \\ 3x + b & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$$