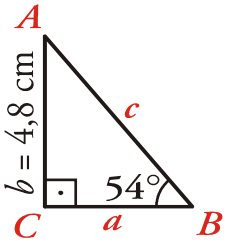
1. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54º. Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo. (1.25p)

Solución:
Como el triángulo es rectángulo, los ángulos son:



$\hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$

$\hat{C} = 90^\circ$

Hallamos los lados:

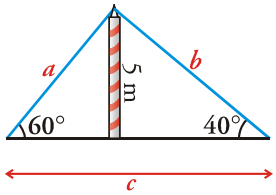
$$sen\,\hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow sen\,54^\circ = \frac{4,8}{c} \rightarrow c = \frac{4,8}{sen\,54^\circ} = 5,93 \text{ cm}$$

$$tg\,\hat{B} = \frac{b}{a} \rightarrow tg\,54^\circ = \frac{4,8}{a} \rightarrow a = \frac{4,8}{tg\,54^\circ} = 3,49 \text{ cm}$$

Por tanto:

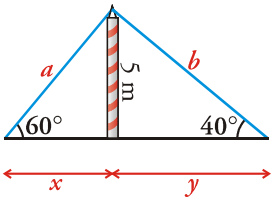
$a = 3,49$ cm; $\hat{A} = 36^\circ$
$b = 4,8$ cm; $\hat{B} = 54^\circ$
$c = 5,93$ cm; $\hat{C} = 90^\circ$

2. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)



Halla el valor de *c* y la longitud del cable.

Solución:



$$sen\,60^\circ = \frac{5}{a} \quad \rightarrow \quad a = \frac{5}{sen\,60^\circ} = 5{,}77 \text{ m}$$

$$tg\,60^\circ = \frac{5}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{5}{tg\,60^\circ} = 2{,}89 \text{ m}$$

Por otra parte, si consideramos el otro triángulo:

$$sen\,40^\circ = \frac{5}{b} \quad \rightarrow \quad b = \frac{5}{sen\,40^\circ} = 7{,}78 \text{ m}$$

$$tg\,40^\circ = \frac{5}{y} \quad \rightarrow \quad y = \frac{5}{tg\,40^\circ} = 5{,}96 \text{ m}$$

Por tanto:

La longitud del cable es a + b = 5,77 + 7,78 = 13,55 metros.
El valor de c es x + y = 2,89 + 5,96 = 8,85 metros.

3. Sabiendo que sen 25º = 0,42, cos 25º = 0,91 y tag 25º = 0,47, halla:
sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora, las razones trigonométricas de 155º y de 205º.
Describe el proceso seguido, justificando así tu respuesta. (1p)

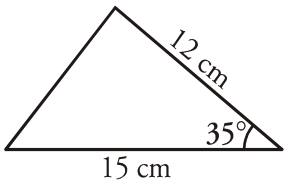
Solución:

Como $155^\circ = 180^\circ - 25^\circ$ y $205^\circ = 180^\circ + 25^\circ$, entonces:

$$sen\,155^\circ = sen\,25^\circ = 0{,}42$$
$$cos\,155^\circ = -\,cos\,25^\circ = -0{,}91$$
$$tg\,155^\circ = -\,tg\,25^\circ = -0{,}47$$

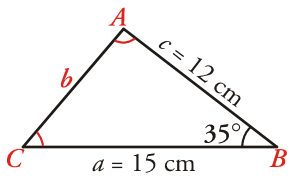
$$sen\,205^\circ = -\,sen\,25^\circ = -0{,}42$$
$$cos\,205^\circ = -\,cos\,25^\circ = -0{,}91$$
$$tg\,205^\circ = tg\,25^\circ = 0{,}47$$

4. Halla los lados y los ángulos del triángulo: (1.25p)



Solución:

Hallamos el lado b con el teorema del coseno:



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B}$$
$$b^2 = 15^2 + 12^2 - 2\cdot 15\cdot 12\cdot \cos 35^\circ$$
$$b^2 = 225 + 144 - 294{,}89$$
$$b^2 = 74{,}11 \quad \rightarrow \quad b = 8{,}61 \text{ cm}$$

Como conocemos los tres lados, la solución es única.

Hallamos el ángulo $\hat{C}$:

$$\frac{c}{sen\,\hat{C}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} \quad \rightarrow \quad \frac{12}{sen\,\hat{C}} = \frac{8{,}61}{sen\,35^\circ} \quad \rightarrow \quad sen\,\hat{C} = \frac{12\,sen\,35^\circ}{8{,}61}$$
$$sen\,\hat{C} = 0{,}799 \quad \rightarrow \quad \hat{C} = 53^\circ\,4'26''$$

Por último, hallamos el ángulo $\hat{A}$:

$$\hat{A} = 180^\circ - \left(\hat{B} + \hat{C}\right) = 91^\circ\,55'34''$$

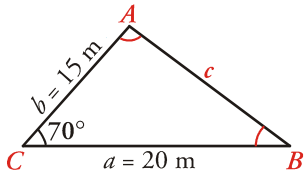
Por tanto:

$a = 15$ cm; $\hat{A} = 91^\circ\,55'34''$
$b = 8{,}61$ cm; $\hat{B} = 35^\circ$
$c = 12$ cm; $\hat{C} = 53^\circ\,4'26''$

5. Dos de los lados, a y b, de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70º.
Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)
Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

Solución:

Hallamos el lado c aplicando el teorema del coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$$

$c^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos \hat{C}$

$c^2 = 400 + 225 - 600 \cdot \cos 70^\circ$

$c^2 = 400 + 225 - 205{,}21$

$c^2 = 419{,}79 \quad \rightarrow \quad c = 20{,}49$ m

Los metros de valla necesarios serían:

$a + b + c = 20 + 15 + 20{,}49 = 55{,}49$ m

Con 1000 euros tendríamos para 1000 euros : 20 euros/m = 50 metros. Como nuestra finca tiene 55,49 m, no podremos vallarla de momento, hasta que no reunamos más dinero.

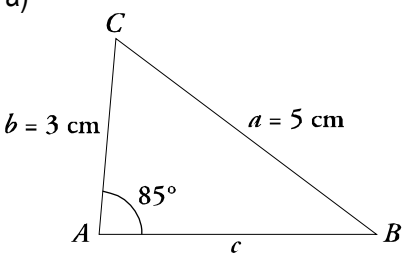
6. (1.5p)

a) En un triángulo se conoce $a = 5$ cm, $b = 3$ cm y $\hat{A} = 85^\circ$. ¿Cuántos triángulos hay con estos datos?

b) Comprueba que no hay ningún triángulo que cumpla $b = 5{,}8$ cm, $c = 5$ cm y $\hat{C} = 110^\circ$.

Solución:

a)



Calculamos $\hat{B}$ aplicando el teorema del seno:

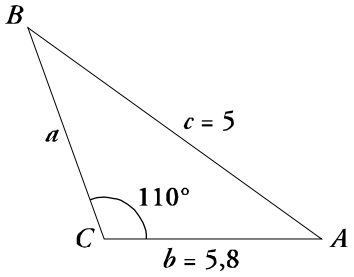
$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} \rightarrow sen\,\hat{B} = \frac{b\,sen\,\hat{A}}{a} = \frac{3\,sen\,85^\circ}{5} \approx 0{,}5977$$

Hay dos soluciones para $\hat{B}$:

$\hat{B} = 36^\circ\,42'\,24''$ y $\hat{B} = 143^\circ\,17'\,36''$ (esta no es válida pues $\hat{A} + \hat{B} > 180^\circ$)

Por tanto, solo hay un triángulo con los datos dados.

b)

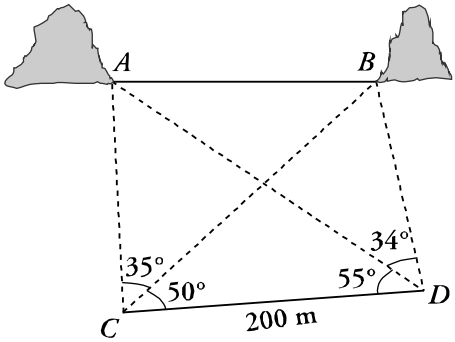


Calculamos $\hat{B}$ aplicando el teorema del seno:

$$\frac{b}{sen\,\hat{B}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}} \rightarrow \quad sen\,\hat{B} = \frac{b\,sen\,\hat{C}}{c} = \frac{5{,}8\,sen\,110^\circ}{5} \approx 1{,}09 > 1$$

No existe ningún triángulo con esos datos.

7. Queremos calcular la distancia entre dos montañas separadas por un lago. Desde los puntos *C* y *D*, situados en una explanada cercana, se han tomado los siguientes datos: (2p)
$\overline{CD}$ = 200 m, $A\hat{C}B$ = 35°, $B\hat{C}D$ = 50°, $A\hat{D}C$ = 55°, $B\hat{D}A$ = 34°. Calcula $\overline{AB}$.

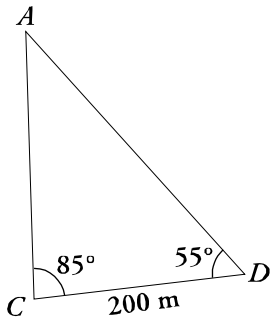


Solución:
Vayamos por partes:

<u>Primero:</u>

Calculamos $\overline{AD}$.

En el triángulo *ADC*:



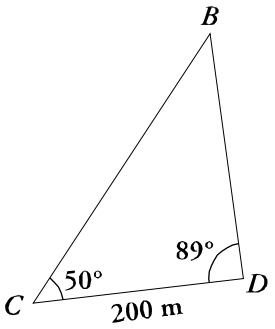
$\hat{A} = 180^\circ - 85^\circ - 55^\circ = 40^\circ$
Por el teorema del seno:

$$\frac{200}{sen\,40^\circ} = \frac{\overline{AD}}{sen\,85^\circ} \rightarrow \quad \overline{AD} = \frac{200 \cdot sen\,85^\circ}{sen\,40^\circ} \approx 309{,}96 \text{ m}$$

<u>Segundo:</u>

Calculamos $\overline{BD}$.

En el triángulo *BCD*:



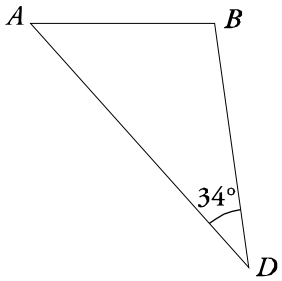
$\hat{B} = 180° - 89° - 50° = 41°$

Por el teorema del seno:

$$\frac{200}{sen\,41°} = \frac{\overline{BD}}{sen\,50°} \rightarrow \overline{BD} = \frac{200 \cdot sen\,50°}{sen\,41°} \approx 233{,}53 \text{ m}$$

<u>Para terminar:</u>

Consideramos el triángulo ABD y aplicamos el teorema del coseno:



$$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \cdot cos\,34° \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 = 309{,}96^2 + 233{,}53^2 - 2 \cdot 309{,}96 \cdot 233{,}53 \cdot cos\,34° \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 \approx 30591{,}76 \rightarrow \overline{AB} \approx 174{,}91 \text{ m}$$