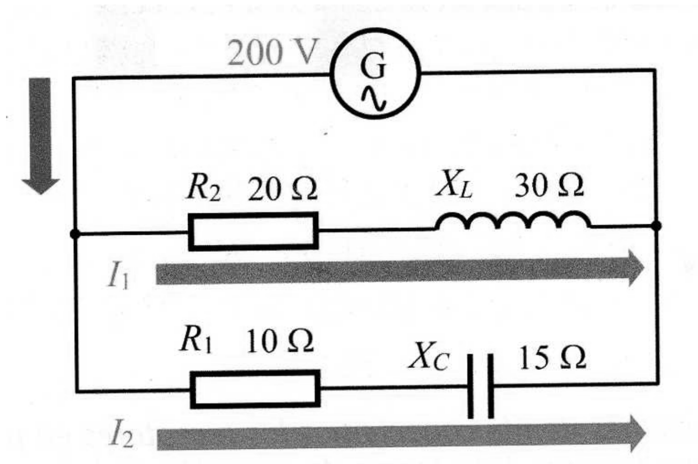
TEMA 9

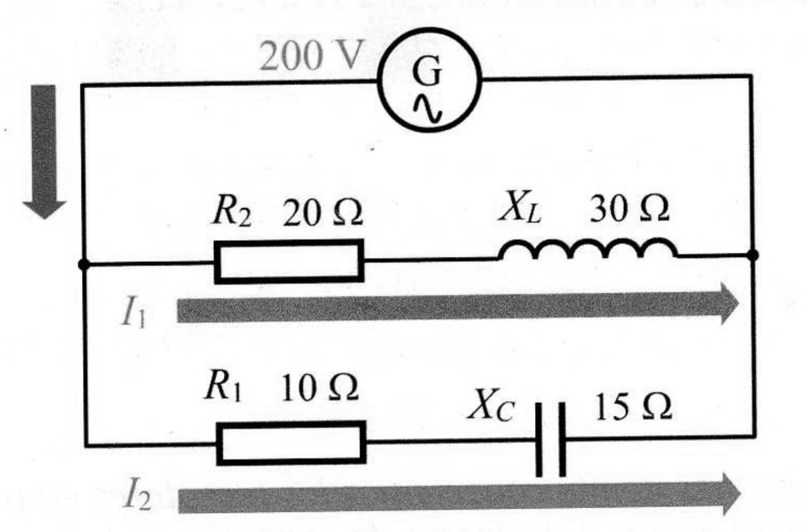
RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS PARALELOS Y MIXTOS EN C.A.

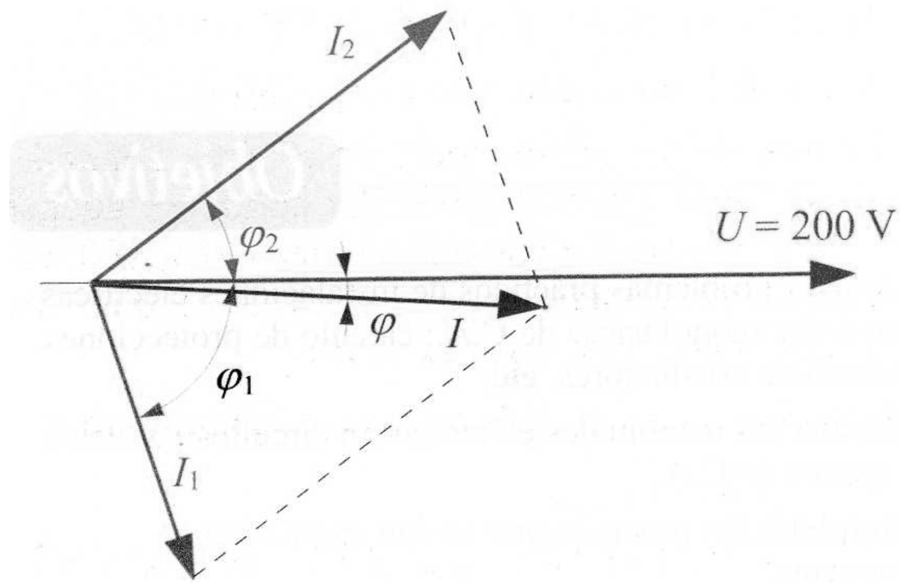
Para el cálculo de circuitos mixtos utilizaremos el cálculo vectorial con **Números Complejos**, que consiste en tratar las impedancias, tensiones y corrientes como vectores representados por números complejos.

ACOPLAMIENTO DE RECEPTORES EN PARALELO EN C.A.

Los receptores en paralelo tienen la misma tensión.





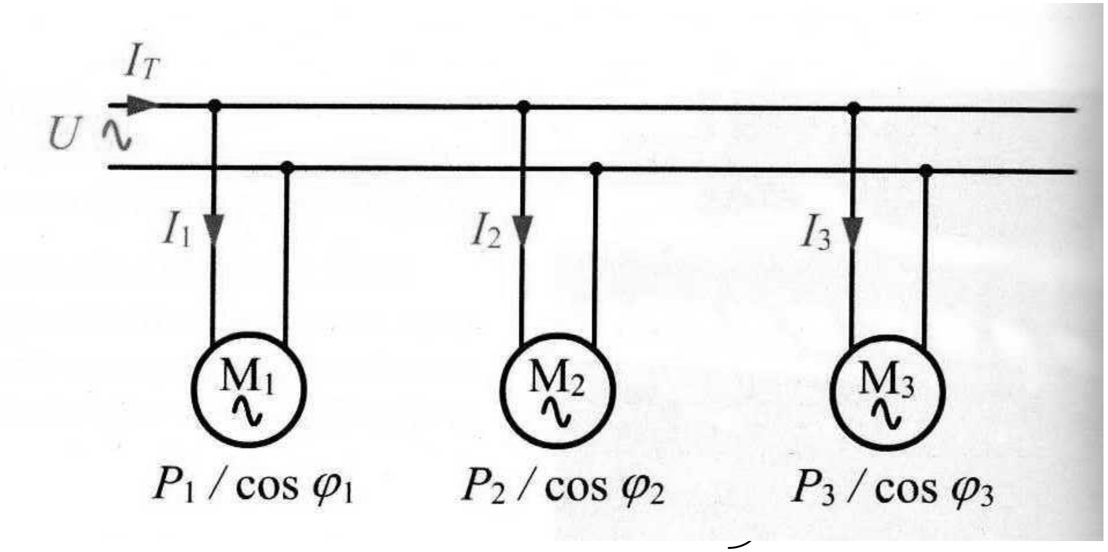


En el diagrama vectorial se toma como referencia la tensión V en común en las dos ramas y se calculan por separado las intensidades

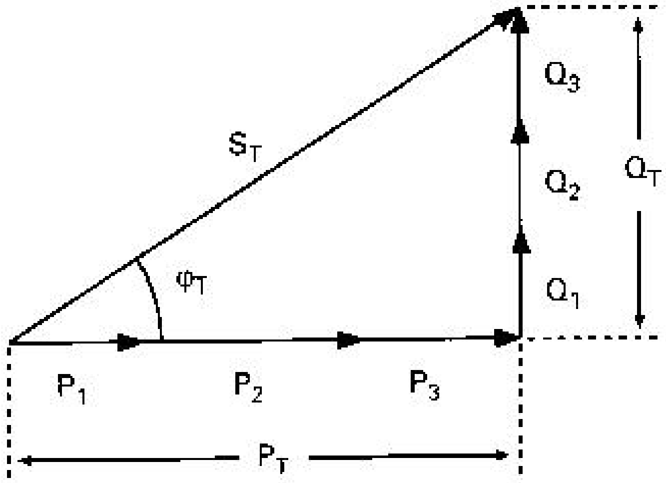
$$I_1 = \frac{V}{Z_1} \quad ; \quad I_2 = \frac{V}{Z_2} \quad ; \quad \vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$$

- Los circuitos se complican más cuando se conectan receptores de forma mixta.
  - Se utilizarán **Números Complejos.**

INSTALACIONES MONOFÁSICAS DE VARIOS RECEPTORES.



- Suponemos tres motores en paralelo.
  - M_1 => P_1; $\cos\varphi_1$, I_1 ¿S_{total}?
  - M_2 => P_2; $\cos\varphi_2$, I_2 ¿$\cos\ \varphi_{total}$?
  - M_3 => P_3; $\cos\varphi_3$, I_3 ¿I_{total}?



$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

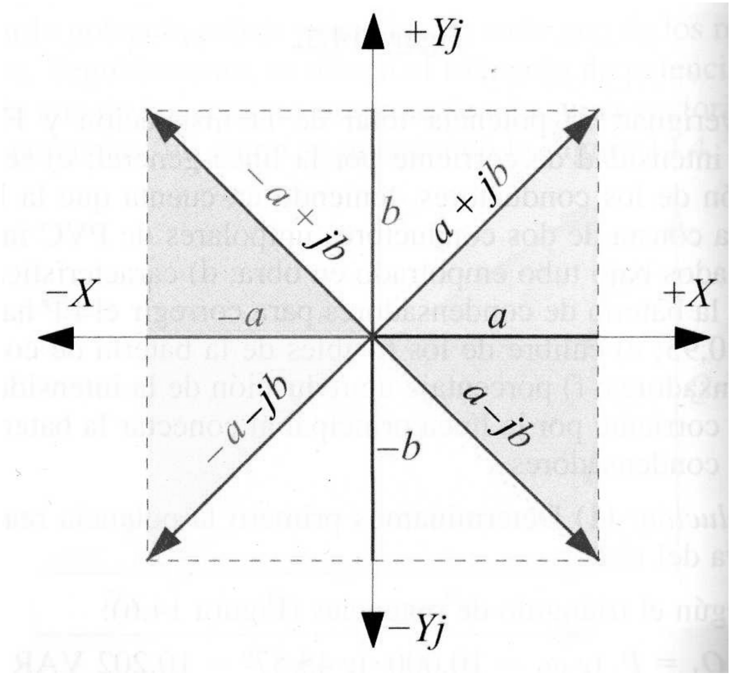
$$S_T = \sqrt{P_T^{\,2} + Q_T^{\,2}}$$

$$S_T = I_T \cdot V \Rightarrow I_T = \frac{S_T}{V}$$

$$\cos\varphi = \frac{P_T}{S_T}\ ;\ P_T = V \cdot I_T \cdot \cos\varphi_T\ ;\ I_T = \frac{P_T}{V \cdot \cos\varphi_T}$$

Ejercicio 1

9.1.- **NÚMEROS COMPLEJOS PARA LA RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS DE C. ALTERNA.**



Nº complejo => **Z = a + jb**

a => parte real

- Positivos => derecha eje X
- Negativos => izquierda eje X

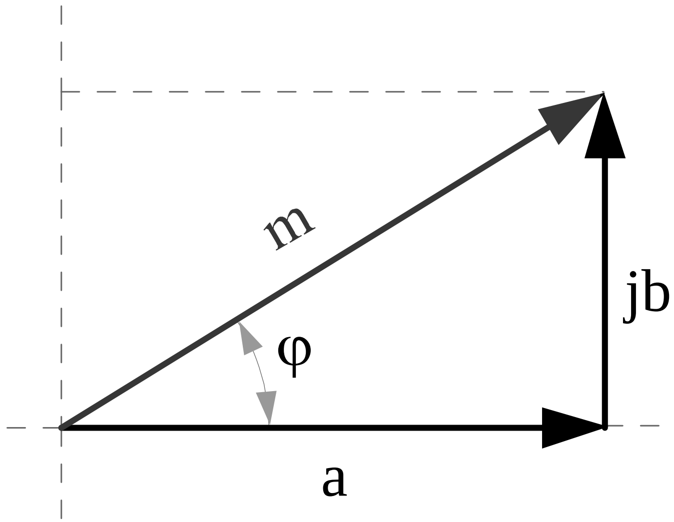
b => parte imaginaria

- Positivos => arriba del eje Y
- Negativos => abajo del eje Y

La Unidad Imaginaria es " **j** "

$$j = \sqrt{-1}$$

REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO COMPLEJO.



- Representación Algebraica

Z = a + jb

- Representación Trigonométrica

Z = m (cosφ + j sen φ)

- Representación Polar

$$\left.\begin{array}{l}\text{Módulo} \Rightarrow \quad m = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \text{Argumento} \Rightarrow \quad \varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{b}{a}\end{array}\right\}$$

$$Z = m\angle\varphi^{o}$$

Ejercicio 2

OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

- **SUMA** => forma **Algebraica**.
  - Parte Real => Suma de las partes reales.
  - Parte Imaginaria => Suma de las partes imaginarias.

- Tomaremos dos números complejos para los ejemplos:
  - $\mathbf{Z_1}$ => Algebraica => $Z_1 = a + j\,b$
    => Polar => $Z_1 = m \angle\varphi$
  - $\mathbf{Z_2}$ => Algebraica => $Z_2 = c + j\,d$
    => Polar => $Z_2 = n \angle\theta$

Sólo Forma Algebraica.

Z1 + Z2 = (a + jb) + (c + jd) =

= **(a + c) + j (b + d);**

<u>**RESTA**</u> => forma **Algebraica**.

Parte Real => Resta de las partes reales.

Parte Imaginaria => Resta de las partes imaginarias.

Sólo Forma Algebraica.

Z1 - Z2 = (a + jb) - (c + jd) =

= **(a - c) + j (b - d);**

(recordar: $j^2 = -1$)

<u>PRODUCTO</u>.

- Forma Algebraica.

$$\mathbf{Z_1 \cdot Z_2} = (a + jb) \cdot (c + jd) =$$
$$= ac + jad + jbc + j^2bd =$$
$$= (ac + j^2bd) + j\,(ad + bc) =$$
$$= \mathbf{(ac - bd) + j\,(ad + bc);}$$

(recordar: $j^2 = \mathbf{-}\ 1$)

- Forma Polar. => $Z_1 \cdot Z_2$
  - Módulo => se multiplican => $m \cdot n$
  - Argumentos => se suman => $\varphi + \theta$

$$\mathbf{Z_1 \cdot Z_2 = m \cdot n \angle(\varphi + \theta)^o}$$

- **Números Complejos Conjugados**.

  - Tienen igual parte real.
  - La parte imaginaria con signo cambiado.

$$Z_1 = a + j\,b \quad => \quad Z_1^* = a - j\,b$$

$$Z_1 = m \angle \varphi^{o} \quad => \quad Z_1^* = m \angle - \varphi^{o}$$

COCIENTE

- Forma Algebraica.
  - Multiplicar y dividir por el conjugado del divisor.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)\cdot(c - jd)}{(c + jd)\cdot(c - jd)} = \frac{(ac + bd) + j(ad - bc)}{c^2 + d^2}$$

- Forma Polar.
  - Módulo => Se dividen => m/n
  - Argumento => Se restan => $\varphi - \theta$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{m}{n} \angle (\varphi - \theta)$$

APLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS A LA RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS.

- Impedancia => **Z** = número Complejo.
  - Parte real = **R**
  - Parte imaginaria = **X**
    - » Positiva => Bobinas
    - » Negativa => Condensadores.
- Algebraica => **Z = R + jX**
- Polar =>

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \left(\operatorname{artg} \frac{X}{R} \right)$$

- Acoplamiento en Serie.

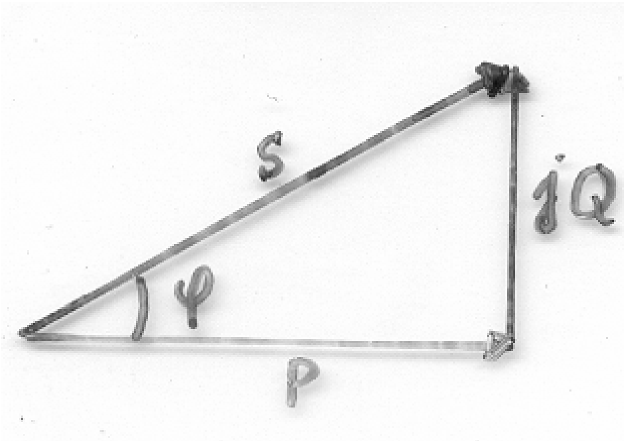
$$\overrightarrow{Z_T} = \overrightarrow{Z_1} + \overrightarrow{Z_2} + \cdots + \overrightarrow{Z_n}$$

- Acoplamiento en Paralelo.

$$\frac{1}{\overrightarrow{Z_T}} = \frac{1}{\overrightarrow{Z_1}} + \frac{1}{\overrightarrow{Z_2}} + \cdots + \frac{1}{\overrightarrow{Z_n}}$$

Ejercicios 3,4 y 5

POTENCIA COMPLEJA



$$\mathbf{S = P + jQ}$$

P = Potencia activa (real)

Q = Potencia reactiva (imaginaria)

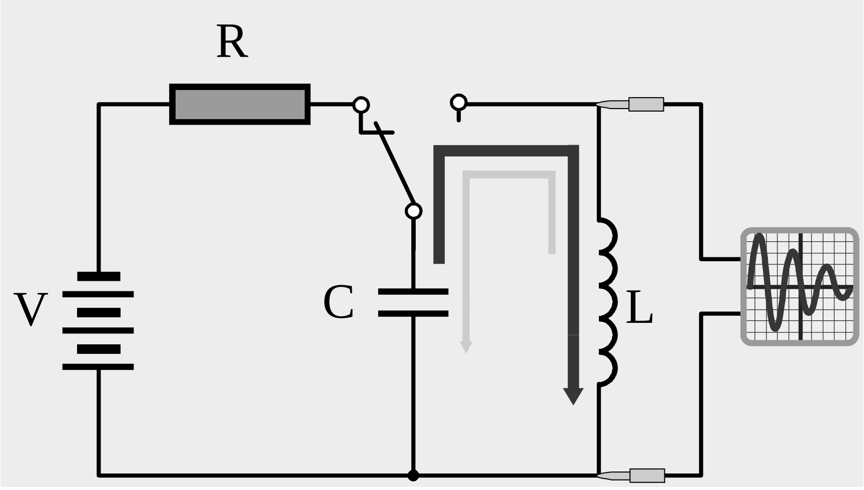
$$\vec{S} = \overrightarrow{V} \cdot \vec{I}\,*$$

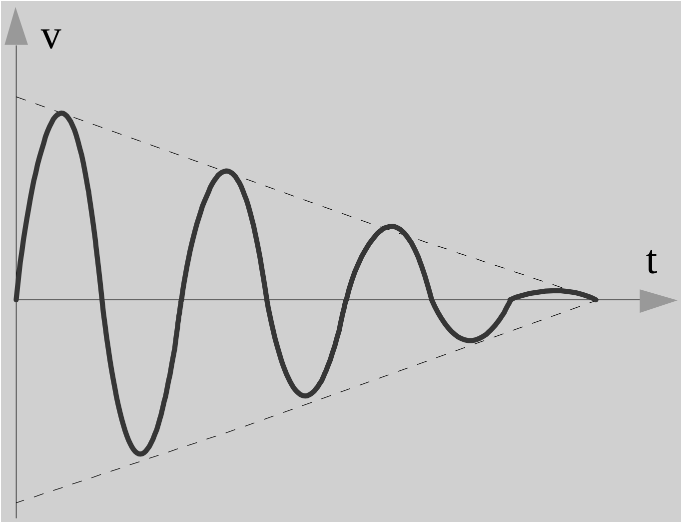
I* = es el conjugado de **I**

9.3.- **RESONANCIA SERIE Y PARALELO.**

CIRCUITOS OSCILANTES.

- Se forman cuando se interconectan bobinas y condensadores, se intercambian la Energía Reactiva.
- Cuando $X_L = X_C$
  - Aparecen ciclos de carga y descarga entre la bobina y el condensador.
  - Se amortiguan por la **R** de los conductores, bobina, energía se transforma en calor.





RESONANCIA

- El intercambio constante de energía entre una bobina y un condensador en un circuito oscilante se produce a una determinada frecuencia, conocida por el nombre de Frecuencia de Resonancia ($\mathbf{f_r}$).
- Se alcanza la resonancia cuando el valor de la reactancia inductiva es igual al de la reactancia capacitiva:

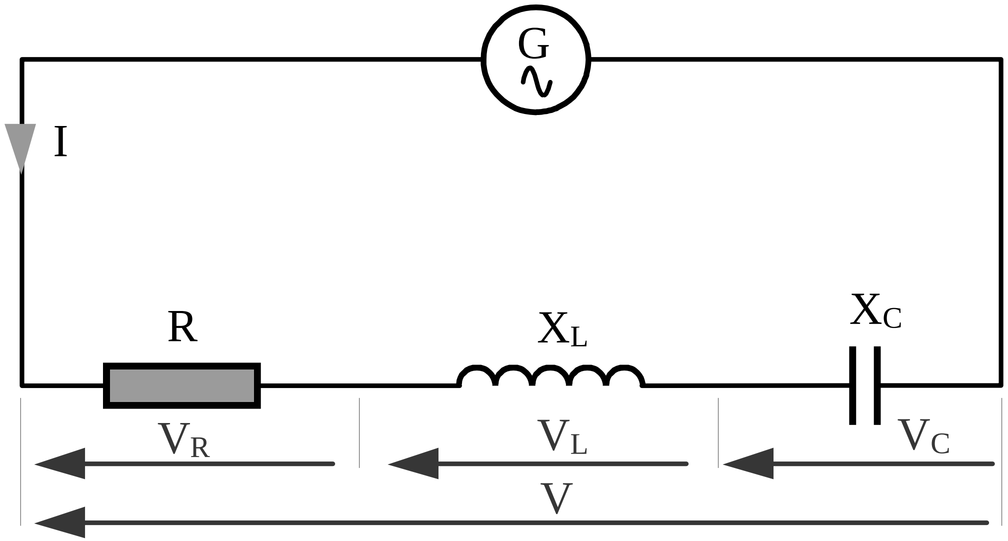
$$\mathbf{X_L = X_C}$$

$$X_L = X_C \;\Rightarrow\; 2\cdot\pi\cdot f_r\cdot L = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot f_r\cdot C}$$

$$f_r = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}}$$

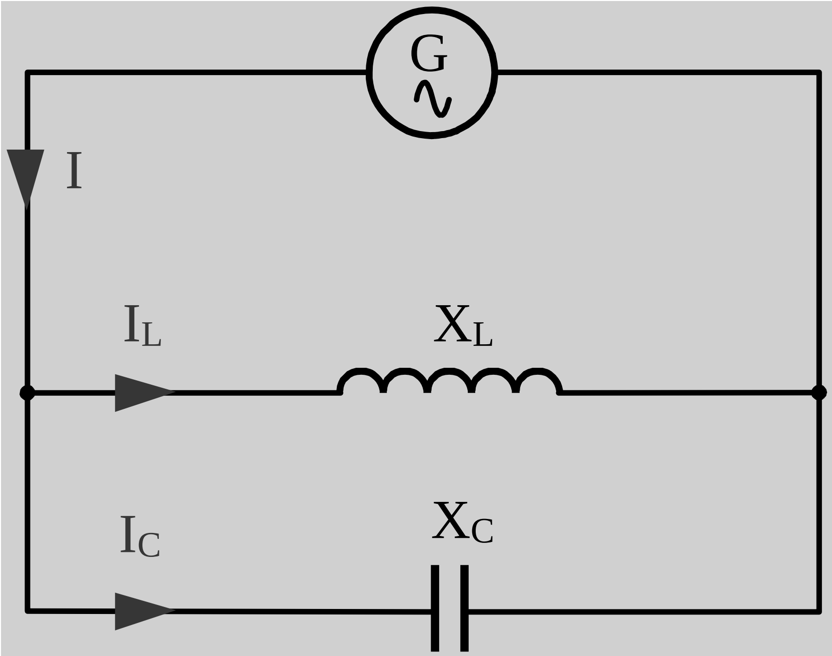
Para que las oscilaciones no desaparezcan hay que aplicar una C.A. con una frecuencia => $\mathbf{f = f_r}$

RESONANCIA EN SERIE



- Para Resonancia => $X_L = X_C$
- En resonancia la Intensidad sube, porque solo queda R, y además $V_L = V_C$
- Resonancia en serie se usa para eliminar una frecuencia (frecuencia de resonancia) en una señal compuesta por multitud de frecuencias.
  - Se conecta en paralelo con el circuito oscilante, cortocircuitando aquella señal que posea la frecuencia de resonancia. (Filtros, altavoces, amplificadores)

RESONANCIA EN PARALELO.



- Tiene que ser **$X_L = X_C$**
- Si la **R** de la bobina **≈ 0** => **I ≈ 0**
  - Esto indica que el circuito es abierto => **$Z = \infty$**

- Se usa para sintonizar la radio.
  - Selecciona una frecuencia determinada.
  - Se conecta en paralelo con la antena y a masa el circuito paralelo resonante.
  - Impedancia ≈ 0 con frecuencias no resonantes.
    - Se cortocircuitan y eliminan.
  - Para frecuencia resonante => **Z**↑ => Aparece íntegramente en antena.