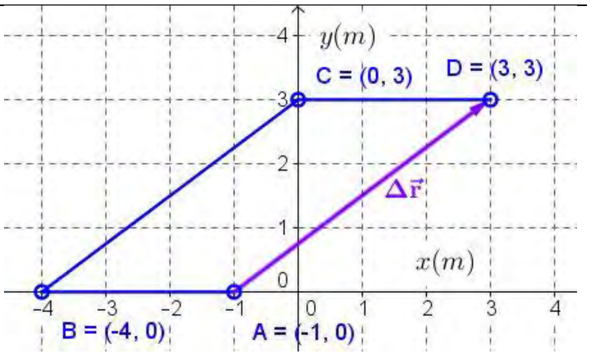
C1. - (4ptos) Un móvil va desde el punto A hasta el punto D, siguiendo la trayectoria del dibujo. Dibuja y calcula el vector desplazamiento, su módulo (desplazamiento) y la distancia recorrida.



El vector $\Delta\vec{r}$ es el vector que va del punto A al punto D de la gráfica.

El vector desplazamiento es: $\Delta\vec{r} = 4\,\vec{\imath} + 3\,\vec{\jmath}$ *metros*

Su módulo: $\Delta r = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5\,m$

El ángulo con el eje x: $\alpha = arctg(3/4) = \boxed{36{,}87°}$ ó $216{,}87°$

La distancia recorrida es: $d_{recorrida} = 3+5+3 = 11\,m$

C2.- (4ptos) Una bicicleta circula por la calzada, de forma que sus ruedas dan 300 rpm, si las ruedas tienen un radio de 45 cm. ¿Cuál es la velocidad angular en rad/s con la que giran las ruedas? ¿Cuántas vueltas da cada rueda en un segundo? ¿Cuál es la frecuencia del movimiento circular? ¿Cuál es el periodo del movimiento circular? ¿Qué velocidad lineal lleva la bicicleta? ¿Cuál es la aceleración normal o centrípeta de un punto en el borde de la rueda? *Calculamos la velocidad angular en rad/s:* $\omega = 300\,\frac{rev}{min}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,rev}\cdot\frac{1\,min}{60\,s} = 10\pi\frac{rad}{s} = 31{,}42\frac{rad}{s}$

El número de vueltas por segundo es lo mismo que la frecuencia: $\omega = 2\pi\cdot f$; $\quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5\,Hz = 5\frac{vueltas}{s}$

El periodo es la inversa de la frecuencia: $T = \frac{1}{f}$; $\quad T = \frac{1}{5} = 0{,}2\,s$

La velocidad lineal viene dada por la expresión $v = \omega\cdot r$*, luego:* $v = \omega\cdot r = 10\pi\cdot 0{,}45 = 4{,}5\pi\frac{m}{s} = 14{,}14\frac{m}{s}$

La aceleración normal o centrípeta es: $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{14{,}14^2}{0{,}45} = 444{,}3\,m/s^2$

C3.- (4ptos) Suponiendo que la aceleración de frenado de un coche es de 4 m/s^2 y que el tiempo de reacción del conductor es de 2 s, calcula la distancia de seguridad que debe mantener si circula a 54 km/h.

La velocidad del coche en unidades del SI es 54 $km/h\cdot(1000\,m)/(1\,km)\cdot(1\,h)/(3600\,s) = 15\,m/s$

Hasta que empieza a frenar recorre: $s_1 = 15\cdot 2 = 30\,m$

Desde que empieza a frenar tarda en parar: $0 = 15 - 4\cdot t;\quad t = 15/4 = 3{,}75\,s$

Frenando recorre: $s_2 = 15\cdot 3{,}75 - \frac{1}{2}4\cdot 3{,}75^2 = 28{,}125\,m$

La distancia de seguridad será la suma de las anteriores: $s = s_1 + s_2 = 30 + 28{,}125 = 58{,}125\,m$

C4.- (4ptos) Desde una altura de 15 m. se lanza un objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 10 m/s. Calcular: A) La altura máxima que alcanza el objeto. B) Tiempo que tarda en llegar al suelo y velocidad con la que llega.

a) La condición para altura máxima es $v = 0\,{}^{m}/_{s}$*. Calculamos el tiempo en que v=0 y la posición con ese tiempo.*

$0 = 10 - 9{,}8\cdot t$

$t = 10/9{,}8 = 1{,}02s$

$h_{máx} = 15 + 10\cdot t - 4{,}9\cdot t^2 = 15 + 10\cdot 1{,}02 - 4{,}9\cdot 1{,}02^2$

$h_{máx} = 20{,}10\,m$

b) La condición es $s = 0\,m$*:*

$0 = 15 + 10\cdot t - 4{,}9\cdot t^2$

$4{,}9\cdot t^2 - 10\cdot t - 15 = 0$

$$t = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 4{,}9\cdot(-15)}}{2\cdot 4{,}9}$$

$$t = \frac{10\pm\sqrt{100+294}}{9{,}8}$$

$$t = \frac{10\pm\sqrt{394}}{9{,}8} = \frac{10\pm 19{,}85}{9{,}8}$$

Vale la solución positiva:

$t_1 = 3{,}046\,s$

$t_2 = -1{,}005\,s$

Cuando llega al suelo su velocidad es:

$v = 10 - 9{,}8\cdot 3{,}04 = -19{,}85\,m/s$

$v = -19{,}85\,m/s$

P1.- (8ptos) Dos ciclistas parten, con sentidos opuestos, de dos pueblos que distan 67,5 km a la misma hora. El primer ciclista circula con una velocidad de 27 km/h y el segundo lo hace a 18 km/h. A) Calcular la distancia que ha recorrido cada ciclista en el momento en que se cruzan, así como el tiempo transcurrido desde que partieron. B) La madre del segundo ciclista observa que su hijo se ha olvidado el bocadillo, y sale en su persecución media hora después de su partida. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzarle y qué velocidad lleva si también va en bicicleta y le alcanza justo en el instante en que ambos ciclistas se cruzan? (¡¡Amor de madre!!)

A) *Escribimos las ecuaciones que nos dan la posición de ambos móviles:* $\begin{cases} s_1 = 27 \cdot t \\ s_2 = 67{,}5 - 18 \cdot t \end{cases}$ *Cuando se crucen estarán en la misma posición* $s_1 = s_2$*; igualando:*

$$27 \cdot t = 67{,}5 - 18 \cdot t \;\; ; \;\; 27 \cdot t + 18 \cdot t = 67{,}5 \;\; ; \;\; 45 \cdot t = 67{,}5 \, ; \;\; t = 67{,}5/45 = 1{,}5 \; h$$

Sustituyendo el tiempo recién calculado en las ecuaciones de la posición: $\begin{cases} s_1 = 27 \cdot 1{,}5 = 40{,}5 \; km \\ s_2 = 67{,}5 - 18 \cdot 1{,}5 = 40{,}5 \; km \end{cases}$

Se cruzan en 1,5 horas, a 40,5 km del primer pueblo (el primer ciclista recorre 40,5 km y el segundo 27 km)

B) *Cuento el tiempo desde que sale el ciclista, llamo t al tiempo que se está moviendo. El tiempo que se está moviendo su madre será* $(t - 1/2)$*. La madre alcanza a su hijo en 1 hora (1,5 -0,5), en la posición 40,5 km:*

$$40{,}5 \; km = 67{,}5 \; km + v \cdot 1 \; h \quad ; \quad v = -27 \frac{km}{h}$$

Alcanza a su hijo al cabo de 1 hora (1,5 h desde que salió su hijo), y se mueve con una velocidad de 27 km/h

P2.- (8ptos) Un móvil (1) que lleva una velocidad de 30 m/s, frena con una aceleración constante de 6 m/s^2 al pasar por un punto P. Calcular: A) La posición del móvil cuando se para. B) Su posición cuando lleva una velocidad de 15 m/s. C) Su velocidad cuando se encuentra a 40 m. del punto P. D) Si a los dos segundos de pasar el primer móvil, pasa por P un segundo móvil (2) que se mueve con una velocidad constante de 40 m/s, a qué distancia de P alcanzará al primer móvil.

Es un M.R.U.A., luego la ecuación de la posición y la velocidad vendrán dadas por: $\begin{cases} s = s_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_o + a \cdot t \end{cases}$

a) La condición es $v = 0 \, {}^{m}/_{s}$*. Calculamos el tiempo para esa velocidad, y con ese tiempo calculamos la posición.*

$$0 = 30 - 6 \cdot t$$
$$t = 30/6 = 5 \; s$$

$$s = 30 \cdot 5 - \tfrac{1}{2} 6 \cdot 5^2 = 75 \; m$$
$$Posición \; al \; pararse = 75 \; m$$

b) La condición es $v = 15 \, {}^{m}/_{s}$*. Calculamos el tiempo para esa velocidad, y con ese tiempo calculamos la posición.*

$$15 = 30 - 6 \cdot t$$
$$t = 15/6 = 2{,}5 \; s$$

$$s = 30 \cdot 2{,}5 - \tfrac{1}{2} 6 \cdot 2{,}5^2 = 56{,}25 \; m$$
$$La \; posición \; en \; la \; que \; se \; mueve \; a \; 15 \; m/s \; es \; 56{,}25 \; m$$

c) La condición es $s = 40 \; m$*. Hemos de calcular el tiempo en el que se alcanza esa posición, y con ese tiempo calcular la velocidad.*

$$40 = 30 \cdot t - 3t^2$$
$$3t^2 - 30 \cdot t + 40 = 0$$
$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 3 \cdot 40}}{2 \cdot 3}$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 480}}{6}$$
$$t = \frac{30 \pm 20{,}49}{6}$$

Vale la solución menor:

$$t_1 = 8{,}415 \; s$$
$$t_2 = 1{,}585 \; s$$

Sólo sirve el tiempo de 1,585 s (la primera vez que llega al punto)

Cuando llega a ese sitio su velocidad es: $v = 30 - 6 \cdot 1{,}585 = 20{,}49 \; m/s$

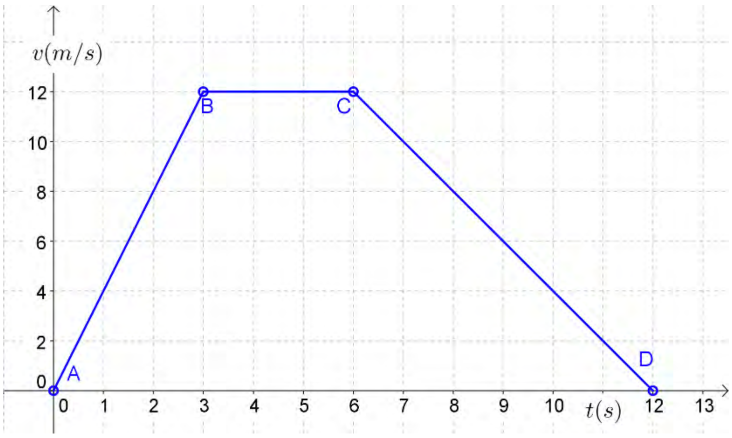
$$v = 20{,}49 \; m/s$$

d) El tiempo que se está moviendo el segundo móvil es $(t - 2)$*. Planteo el sistema de ecuaciones, e igualo posiciones:*

$$\begin{cases} s_1 = 30 \cdot t - 3t^2 \\ s_2 = 40 \cdot (t - 2) \end{cases} \begin{cases} 40 \cdot t - 80 = 30 \cdot t - 3t^2 \\ 3t^2 + 10 \cdot t - 80 = 0 \end{cases} \begin{cases} t = 3{,}760 \; s \\ t = -7{,}093 \; s \; (no \; vale) \end{cases} \begin{cases} s_1 = 30 \cdot 3{,}760 - 3 \cdot 3{,}760^2 = 70{,}4 \; m \\ s_2 = 40 \cdot (3{,}760 - 2) = 70{,}4 \; m \end{cases}$$

El segundo móvil alcanzará al primero a 70,4 m del punto de partida.

P3.- (8$_{ptos}$) Basándote en el gráfico de la derecha indica para cada tramo (AB, BC y CD) el tipo de movimiento, la aceleración, la posición y la velocidad al principio y al final del tramo, la distancia recorrida en el tramo. Calcula también la distancia total recorrida y la velocidad media. Supón que la posición inicial para el primer tramo es cero.
(Si te sobra tiempo haz las representaciones gráficas s/t y a/t)



Tramo AB

Es un MRUA con aceleración positiva

$v_{inicial} = 0\ m/s$

$v_{final} = 12\ m/s$

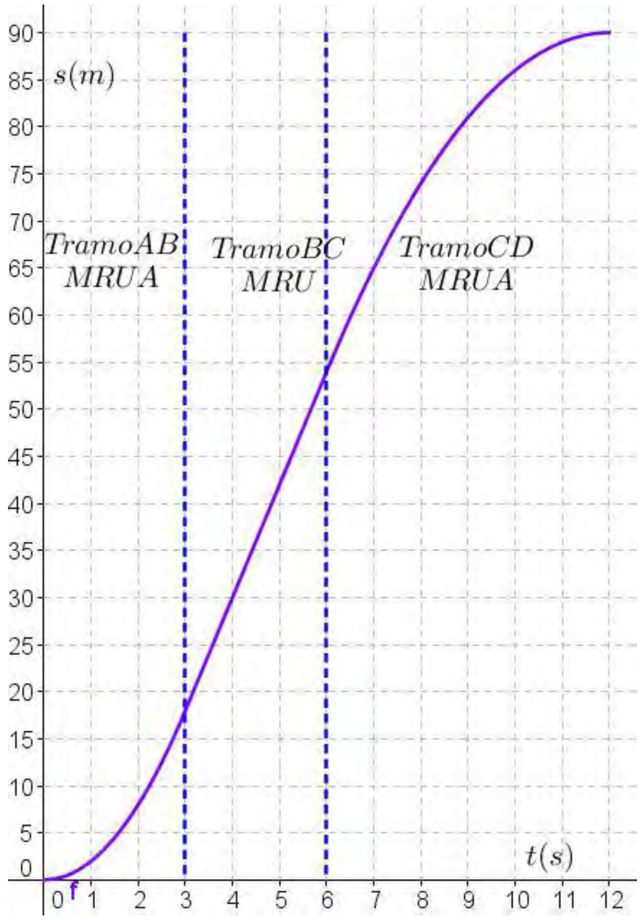
$$a = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} = \frac{12 - 0}{3 - 0} = 4\ m/s^2$$

$s_{inicial} = 0\ m$

$$s_{final} = s_{inicial} + v_{inicial} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s_{final} = 0 + 0 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3^2 = 18\ m$$

$d_{recorrida} = s_{final} - s_{inicial} = 18 - 0 = 18\ m$



Tramo BC

Es un MRU

$v_{inicial} = 12\ m/s$

$v_{final} = 12\ m/s$

$$a = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} = \frac{12 - 12}{6 - 3} = 0\ m/s^2$$

$s_{inicial} = 18\ m$ *(posición al final del tramo AB)*

$s_{final} = s_{inicial} + v_{inicial} \cdot t$

$s_{final} = 18 + 12 \cdot 3 = 54\ m$

$d_{recorrida} = s_{final} - s_{inicial} = 54 - 18 = 36\ m$

Tramo CD

Es un MRUA con aceleración negativa

$v_{inicial} = 12\ m/s$

$v_{final} = 0\ m/s$

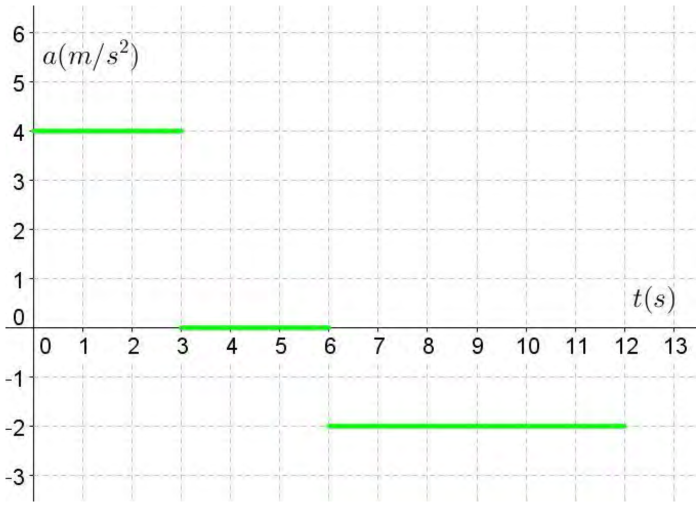
$$a = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} = \frac{0 - 12}{12 - 6} = -2\ m/s^2$$

$s_{inicial} = 54\ m$ *(posición al final del tramo BC)*

$$s_{final} = s_{inicial} + v_{inicial} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s_{final} = 54 + 12 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 = 90\ m$$

$d_{recorrida} = s_{final} - s_{inicial} = 90 - 54 = 36\ m$



Distancia total recorrida y la velocidad media.

$d_{total\ recorrida} = 18 + 36 + 36 = 90\ m$ *que coincide con la posición final del tramo CD*

$$v_{media} = \frac{s_{final} - s_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} = \frac{90 - 0}{12 - 0} = 7{,}5\ m/s$$

$$d_{total\ recorrida} = 90\ m$$

$$v_{media} = 7{,}5\ m/s$$