NOMBRE ____

1) ¿Es el vector $\vec{c}$ = (4, 1) combinación lineal de los vectores $\vec{a}$ = (–3, 1) y $\vec{b}$ = (2, 4)? *(1,5 puntos)*
2) Dados los vectores $\vec{a}$ = (–3, 1) y $\vec{b}$ = (2, 4), se pide:
   a) Calcular las coordenadas de: $-2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ y de $-2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ *(1 punto)*
   b) Dibujar los vectores $-2\vec{a}$ y $\frac{1}{2}\vec{b}$ con origen común en un sistema de referencia. Sumarlos y restarlos gráficamente. *(1 punto)*
3) Dar las coordenadas del vector que va desde $A(1, -2)$ hasta $B(3, 4)$. *(1 punto)*
4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 4)$. *(1 punto)*
5) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto (1, –2). *(1 punto)*
6) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto (1, –2). *(1 punto)*
7) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1,5 puntos)*

$$f(x)=\begin{cases} -x-3 & si \quad x<0 \\ -x^2+4x-3 & si \quad x>0 \end{cases}$$

8) Para la función anterior, a la vista de la gráfica, estudiar su dominio, continuidad, monotonía y curvatura. *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) ¿Es el vector $\vec{c}$ = (4, 1) combinación lineal de los vectores $\vec{a}$ = (–3, 1) y $\vec{b}$ = (2, 4)? *(1,5 puntos)*

Se trata de averiguar los *coeficientes* de la combinación lineal, si es que es posible encontrarlos (puede que no existan):

$$x\vec{a}+y\vec{b}=\vec{c} \iff x(-3, 1) + y(2, 4) = (4, 1) \iff (-3x, x) + (2y, 4y) = (4, 1) \iff$$
$$\iff (-3x + 2y, x + 4y) = (4, 1)$$

Esto último es la igualdad entre dos vectores, puesto que cada miembro de la igualdad contiene las coordenadas de dichos vectores respecto de la base con la que estamos trabajando. Y como los dos vectores son el mismo (por eso hay un signo = entre ellos) y las coordenadas de un vector respecto de una base son únicas, se tiene:

$$\left.\begin{aligned}-3x+2y=4\\ x+4y=1\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned}-3x+2y=4\\ 3x+12y=3\end{aligned}\right\}$$
$$14y=7 \quad\Rightarrow y=7/14=1/2$$

Sustituyendo en la segunda ecuación: $x + 4\cdot(1/2) = 1 \Rightarrow x + 2 = 1 \Rightarrow x = -1$.

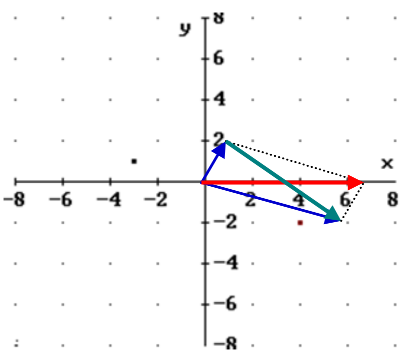
Por tanto, hemos encontrado los coeficientes de la combinación lineal. Si el sistema de ecuaciones que hemos resuelto no hubiese tenido solución, $\vec{c}$ no sería combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$. Pero hemos encontrado que sí es combinación lineal, de coeficientes –1 y 1/2.

2) Dados los vectores $\vec{a}$ = (–3, 1) y $\vec{b}$ = (2, 4), se pide:

a) Calcular las coordenadas de: $-2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ y de $-2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ *(1 punto)*

$$-2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b} = -2(-3, 1) + \frac{1}{2}(2, 4) = (6, -2) + (1, 2) = \boxed{(7, 0)}$$
$$-2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b} = -2(-3, 1) - \frac{1}{2}(2, 4) = (6, -2) - (1, 2) = \boxed{(5, -4)}$$

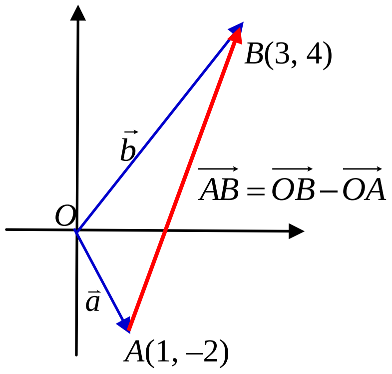
b) Dibujar los vectores $-2\vec{a}$ y $\frac{1}{2}\vec{b}$ con origen común en un sistema de referencia. Sumarlos y restarlos gráficamente. *(1 punto)*



Llevamos a un sistema de referencia los vectores $-2\vec{a}$ y $\frac{1}{2}\vec{b}$, en azul ($-2\vec{a}$ es el que apunta hacia abajo). La suma es el vector rojo, obtenida por la *regla del paralelogramo*. Y la diferencia es el vector verde, que va desde el extremo del segundo vector al extremo del primer vector de la resta.

3) Dar las coordenadas del vector que va desde $A(1, -2)$ hasta $B(3, 4)$. *(1 punto)*

Si dibujamos los *vectores de posición* $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$ y $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ de los puntos, veremos que el vector que une sus extremos $\overrightarrow{AB}$ es $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$. Por tanto:



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 4) - (1, -2) = \boxed{(2, 6)}$

(Se puede recordar pensando en que, una vez colocados los vectores a restar con origen común, el *vector diferencia* es *extremo menos origen*, siendo el *extremo* el vector que va desde el origen común hasta el *extremo* del vector diferencia y el *origen* el que va desde el origen común hasta el *origen* del vector diferencia).

4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 4)$. *(1 punto)*
La ecuación del la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1):

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-1}{3-1} = \frac{y+2}{4+2} \Rightarrow 6(x-1) = 2(y+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x - 6 = 2y + 4 \Rightarrow 6x - 6 - 4 = 2y \Rightarrow y = \frac{6x-10}{2} \Rightarrow \boxed{y = 3x - 5}$$

5) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -2)$.
(1 punto)

Como la recta dada se puede escribir como $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$, su pendiente es $m = \frac{2}{3}$.
Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. Luego de la recta que nos piden sabemos que debe tener como pendiente la antes indicada y que debe pasar por el punto que nos proporcionan en el enunciado. Usando la ecuación en *forma punto-pendiente*:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 2 = \frac{2}{3}(x-1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - 2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}}$$

6) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -2)$. *(1 punto)*

Si la pendiente de la recta dada es $m = \frac{2}{3}$, la de una perpendicular será $m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2/3} = -\frac{3}{2}$. Usando, nuevamente, *punto-pendiente*:

$$y + 2 = -\frac{3}{2}(x-1) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}}$$

7) Dibujar la siguiente función, calculando *eje, vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1,5 puntos)*

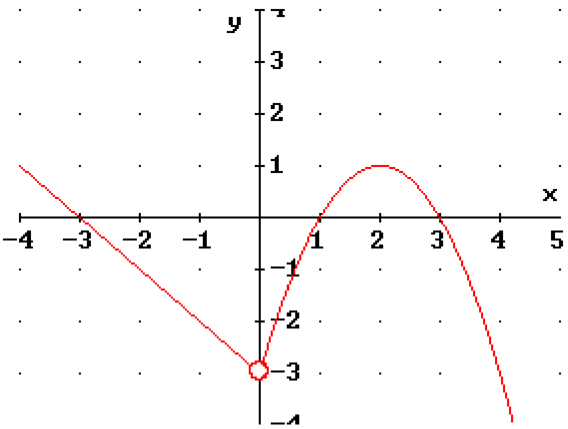
$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & si \quad x < 0 \\ -x^2+4x-3 & si \quad x > 0 \end{cases}$$

La función $y = -x - 3$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x < 0$ (lado izquierdo del eje OY, sin tocarlo).

La función $y = -x^2 + 4x - 3$ es una parábola *cóncava*, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \Rightarrow y = -3$. Corta a OY en (0, –3).
- $y = 0 \Rightarrow 0 = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$ ó $x = 3$. Corta a OX en (1, 0) y (3, 0).
- Eje: $x = -b / 2a \Rightarrow x = \dfrac{-4}{-2} \Rightarrow$ $x = 2$.
- Vértice: $x = 2 \Rightarrow y = -4 + 8 - 3 = 1$: (2, 1).

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x > 0$, esto es, al lado derecho del eje OY sin tocarlo. Obtenemos así la función del gráfico adjunto. Observar que para $x = 0$ no hay imagen, lo que hemos destacado con un punto hueco.



8) Para la función anterior, a la vista de la gráfica, estudiar su dominio, continuidad, monotonía y curvatura. *(1 punto)*

- Dominio: R – {0} = (–∞, 0) ∪(0, +∞), puesto que $x = 0$ no tiene imagen.
- Continuidad: Coincide con el dominio, porque $x = 0$ no tiene imagen.
- Monotonía: Decreciente en (–∞, 0) ∪ (2, +∞). Creciente en (0, 2).
- Curvatura: Cóncava en (0, +∞). Cuando es una recta no es ni cóncava ni convexa.

NOMBRE ____

1ª y 2ª EVALUACIÓN: ☐ APROBADAS ☐ SUSPENDIDAS

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-4x+3}}$ *(2 puntos)*
2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. *(1 punto)*
3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. *(0,5 puntos)*
4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. *(0,5 puntos)*
5) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1,5 puntos)*

$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & si \quad x \le 6 \\ 2x & si \quad x > 6 \end{cases}$$

6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x-3)^4$ *(1,5 puntos)*
7) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B, obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. *(1 punto)*
8) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

   a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. *(1 punto)*
   b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. *(1 punto)*

7) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Sin calculadora, siendo $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. *(1 punto)*
8) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Resolver las ecuaciones:
   a) $5 \log x = 3 + \log \dfrac{x^3}{10}$ *(1 punto)*
   b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-4x+3}}$ *(2 puntos)*

El dominio lo constituyen los valores de x que verifican la inecuación, que habremos de resolver, siguiente:

$$\frac{x-2}{x^2-4x+3} \geq 0$$

- Descomponemos factorialmente y calculamos las raíces de los polinomios del numerador y del denominador:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \iff x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{2}{2} = 1 \\ = \frac{6}{2} = 3 \end{array} \right.$$

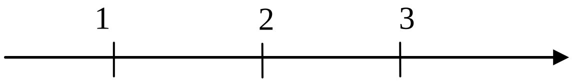
$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

Por consiguiente, la inecuación se transforma en:

$$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)} \geq 0$$

lo que nos lleva a evaluar el signo de esa expresión.

- Dividimos R en intervalos mediante las raíces obtenidas:



Evaluamos el signo de la expresión en cada uno de los intervalos resultantes. Para ello, basta con elegir un valor cualquiera de x en cada intervalo, porque el signo será el mismo, en ese intervalo, para cualquier valor de x que elijamos:

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$x-1$	–	0	+	…	+	…	+
$x-2$	–	…	–	0	+	…	+
$x-3$	–	…	–	…	–	0	+
$\dfrac{(x-2)}{(x-1)(x-3)}$	–	$\nexists$	+	0	–	$\nexists$	+
¿Sirven? →	No	No	Si	Si	No	No	Si

Luego la solución de la inecuación es:

$$\boxed{x \in (1, 2] \cup (3, +\infty)}$$

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. *(1 punto)*

La ecuación del la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1):

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-1}{3-1} = \frac{y+3}{4+3} \Rightarrow 7(x-1) = 2(y+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x - 7 = 2y + 6 \Rightarrow 7x - 7 - 6 = 2y \Rightarrow \boxed{y = \frac{7x-13}{2}}$$

3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$.

(0,5 puntos)

Como la recta dada se puede escribir como $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$, su pendiente es $m = \frac{2}{3}$.
Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. Luego de la recta que nos piden sabemos que debe tener como pendiente la antes indicada y que debe pasar por el punto que nos proporcionan en el enunciado. Usando la ecuación en *forma punto-pendiente*:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \;\Rightarrow\; y + 3 = \frac{2}{3}(x-1) \;\Rightarrow\; y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - 3 \;\Rightarrow\; \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}}$$

4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto (1, –3). *(0,5 puntos)*

Si la pendiente de la recta dada es $m = \frac{2}{3}$, la de una perpendicular será $m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2/3} = -\frac{3}{2}$. Usando, nuevamente, *punto-pendiente*:

$$y + 3 = -\frac{3}{2}(x-1) \;\Rightarrow\; y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} - 3 \;\Rightarrow\; \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}}$$

5) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1,5 puntos)*

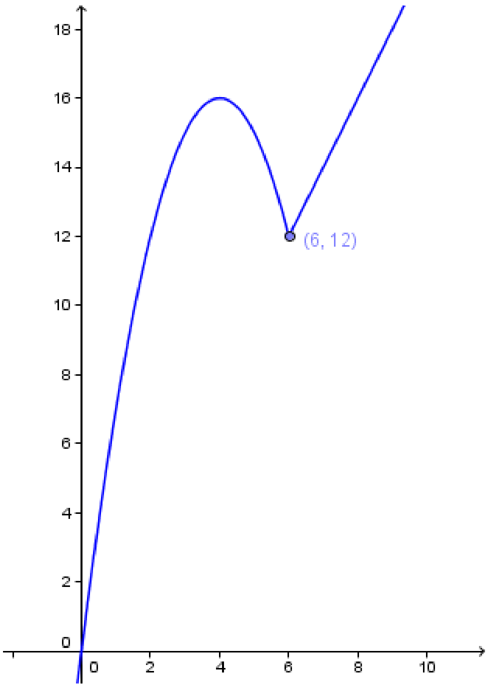
$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & si \quad x \le 6 \\ 2x & si \quad x > 6 \end{cases}$$

La función $y = 2x$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x > 6$.
La función $y = 8x - x^2$ es una parábola *cóncava*, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \;\Rightarrow\; y = 0$. Corta a OY en (0, 0).

  $y = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 8x - x^2 \;\Rightarrow\; x(8 - x) = 0 \;\Leftrightarrow$
  $$\begin{cases} x = 0 & ó \\ 8 - x = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$
- porque un producto vale 0 si, y sólo si alguno de los factores es 0. $\Rightarrow$ $x = 0$ ó $x = 8$. Corta a OX en (0, 0) y (8, 0).
- Eje: $x = -b / 2a \;\Rightarrow\; x = \frac{-8}{-2} \;\Rightarrow\; x = 4$.
- Vértice: $x = 4 \;\Rightarrow\; y = 32 - 16 = 16$: (4, 16).

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x \le 6$.
La gráfica resultante de f es la reproducida junto a estas líneas.



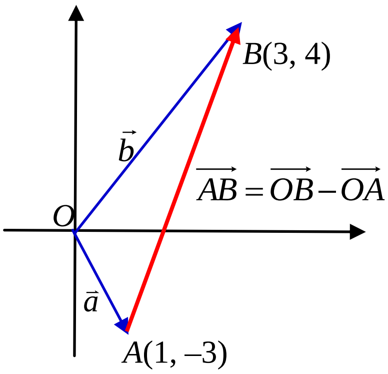
6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$ *(1,5 puntos)*

$$(2x-3)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 - \binom{4}{1}(2x)^3 3 + \binom{4}{2}(2x)^2 3^2 - \binom{4}{3}2x{\cdot}3^3 + \binom{4}{4}3^4 =$$

$$= 1\cdot 2^4x^4 - 4\cdot 2^3x^3\cdot 3 + 6\cdot 2^2x^2\cdot 9 - 4\cdot 2x\cdot 27 + 1\cdot 81 =$$
$$= \boxed{16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81}$$

7) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B, obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. *(1 punto)*

Los *vectores de posición* son: $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ y $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$. Vemos que el vector que une sus extremos $\overrightarrow{AB}$ es $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. Por tanto:



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 4) - (1, -3) = \boxed{(2, 7)}$$

(Se puede recordar pensando en que, una vez colocados los vectores a restar con origen común, el *vector diferencia* es *extremo menos origen*, siendo el *extremo* el vector que va desde el origen común hasta el *extremo* del vector diferencia y el *origen* el que va desde el origen común hasta el *origen* del vector diferencia).

8) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. *(1 punto)*

$$\bar{x} = \frac{2000+2400+\ldots+2600}{8} = \boxed{2675} \qquad \bar{y} = \frac{1{,}8+1{,}68+\ldots+1{,}6}{8} = \boxed{1{,}5275}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{2000^2+2400^2+\ldots+2600^2\cdot 3}{8} - \bar{x}^2} = \boxed{356{,}20}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1{,}8^2+1{,}68^2+\ldots+1{,}6^2}{8}} = \boxed{0{,}1795}$$

$$s_{xy} = \frac{2000\cdot 1{,}8+2400\cdot 1{,}68+\ldots+2600\cdot 1{,}6}{8} - \bar{x}\cdot\bar{y} = \boxed{-62{,}4375} \qquad r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \boxed{-0{,}9766}$$

Como está próximo a –1 y es negativo, las variables tienen correlación muy fuerte y negativa. Las predicciones que se hagan con la recta de regresión son fiables.

Las fórmulas utilizadas son las estándares, donde se han utilizado los valores de x y de y que proporciona la tabla, junto con las frecuencias de cada pareja, que se encuentran en el interior, o las de cada valor de x, que están sumadas en el margen derecho, y las de y, en el margen inferior.
Pero en el cálculo hemos usado la función *estadística* de la calculadora. Para una tipo Casio S.V.P.A.M. (por ejemplo, la *fx-82MS*), o alguna de otra marca que tienen un funcionamiento idéntico, sería como sigue.

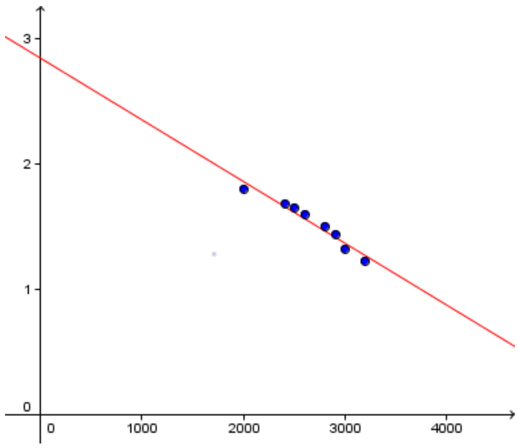
- Ponemos la calculadora en modo *regresión lineal*: $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{REG}}$ $\boxed{\text{LIN}}$.

- Introducimos los datos: 2000 $\boxed{,}$ 1.8 $\boxed{M+}$. 2400 $\boxed{,}$ 1.68 $\boxed{M+}$. Etc. Para aquellos datos cuya frecuencia es mayor que 1, que no es nuestro caso, sería, por poner un ejemplo inventado: 4 $\boxed{,}$ 2 $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{,}$ 2 $\boxed{M+}$ que aparecería en pantalla como: 4,2;2. Si queremos rectificar algún dato, nos movemos con flecha abajo o flecha arriba hasta el valor a cambiar, escribimos el nuevo sobre el mismo y pulsamos $\boxed{=}$. Hay que salir del modo *introducción de datos* pulsando $\boxed{AC}$. Los datos introducidos no se pierden aunque apaguemos la calculadora. Sólo lo hacen al cambiar el MODE o elegir $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{CLR}$.
- Los datos de $\bar{x}$ o $\bar{y}$ los obtenemos en $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$: esta secuencia de teclas nos lleva a los resultados más importantes que buscamos. Hay que desplazarse con Flecha Derecha o Flecha Izquierda hasta encontrar el que buscamos. La *desviación típica* es la simbolizada con σx o σy. Entre este conjunto de datos está también el *coeficiente de correlación*.
- La *covarianza* no la proporciona directamente la calculadora. Un modo de obtenerla es usar su fórmula: $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{3}$ $\boxed{:}$ $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{-}$ $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\boxed{x}$ $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$, que muestra en pantalla: $\sum xy : n - \bar{x} \times \bar{y}$.

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. *(1 punto)*

La recta de regresión lineal de y sobre x será: $y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^{\,2}}(x - \bar{x})$, que sustituyendo y despejando resulta: $\boxed{y = 2.8439 - 0.00049212x}$.
Para $x = 2700$ se obtiene $\boxed{y = 1.52}$, que es el precio que cabría esperar un día en que la oferta sea de 2700kg.

Con la calculadora, los coeficientes de la recta de regresión son los valores A y B de la serie de datos de $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$. La predicción para $x = 8$ también la proporciona pulsando: 2700 $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$. En pantalla se nos mostrará: 2700 $\hat{y}$.
Hay que recordar salir del *modo estadística*, lo que se consigue pulsando $\boxed{MODE}$ $\boxed{COMP}$.
La nube de puntos y la recta de regresión se muestran en el gráfico.



7) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Sin calculadora, siendo tg $\alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. *(1 punto)*

Como la tangente es negativa en el cuarto cuadrante y positiva en el primero, el ángulo está en el cuarto cuadrante.

- $\boxed{\text{cotg } \alpha = \frac{1}{\text{tg}\,\alpha} = -\frac{1}{2}}$
- $1 + \text{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{1+\text{tg}^2\alpha} = \frac{1}{1+(-2)^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow$

  $\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = +\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}}$, positivo por ser del segundo cuadrante.
- $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha \cos\alpha = -2\frac{\sqrt{5}}{5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}}$
- $\boxed{\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{1/\sqrt{5}} = \sqrt{5}}$
- $\boxed{\text{cosec } \alpha = \frac{1}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{1}{-2\sqrt{5}/5} = -\frac{5}{2\sqrt{5}} = -\frac{5\sqrt{5}}{2\cdot 5} = -\frac{\sqrt{5}}{2}}$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que tg α = – 2), que α = – 63,43º.
que también es: $\boxed{\alpha = -63{,}43^\circ + 360^\circ = 296{,}57^\circ = 296^\circ\ 33'\ 54''}$

8) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$ *(1 punto)*

$$5 \log x = 2 + \log \frac{x^3}{10} \Leftrightarrow 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 \Leftrightarrow 5 \log x - 3 \log x = 1 \Leftrightarrow 2 \log x = 1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log x = 1/2 \Leftrightarrow x = 10^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{10}}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial.

b) $5^{2x} - 30\cdot 5^x + 125 = 0$ *(1 punto)*

$$5^{2x} - 30\cdot 5^x + 125 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 30\cdot 5^x + 125 = 0$$

Llamando $\boxed{t = 5^x}$:

$$t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{30 \pm \sqrt{900-500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{10}{2} = 5 \\ = \frac{50}{2} = 25 \end{array} \right.$$

- Si $t = 5 \Rightarrow$ Como $t = 5^x$, $5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$
- Si $t = 25 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

NOMBRE: ____

1) a) Expresar en notación científica: $235{,}7\cdot 10^{-13}$
   b) Expresar en notación habitual: $1{,}7345\cdot 10^{-12}$
2) a) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: $\dfrac{-4^{26}6^{72}}{(-12)^{36}}$
   b) Racionalizar: $\dfrac{2}{4-2\sqrt{3}}$
3) a) Para $P(x) = 2x^3 + mx + 2$, hallar, sin efectuar la división, el valor de m que hace que la división entre $x + 2$ sea exacta. Escribir como queda $P(x)$ al sustituir el m obtenido.
   b) Calcular 24^2. A continuación, factorizar, sin usar calculadora, el polinomio siguiente: $P(x) = 27x^3 + 21x^2 – 11x – 5$
4) Resolver la ecuación siguiente: $2x+\sqrt{x^2-6x+2}=1$
5) a) Resolver la ecuación siguiente: $5 \log x = 3 + \log \dfrac{x^3}{10}$
   b) Resolver la ecuación siguiente: $5^{2x} – 30\cdot 5^x + 125 = 0$
6) Sin calculadora, siendo $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $90º < \alpha < 270º$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos.
7) Hallar el dominio de $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x^2-4x}}$
8) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma:

$$f(x)=\begin{cases} -x-3 & si \quad x<0 \\ -x^2+4x-3 & si \quad x>0 \end{cases}$$

9) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x – 3)^4$
10) El 30% de los aparatos que llegan a un servicio técnico para ser reparados están en garantía. De los que no están en garantía, el 20% ya fueron reparados en otra ocasión. De los que sí están en garantía, el 5% fue reparado con anterioridad. Elegido un aparato al azar, hallar:
    a) Probabilidad de que haya sido reparado anteriormente.
    b) Probabilidad de que el aparato no haya sido reparado anteriormente y no esté en garantía.

SOLUCIONES

1) a) Expresar en notación científica: $235{,}7\cdot 10^{-13}$

$$235{,}7\cdot 10^{-13} = 2{,}357 \cdot 10^{2} \cdot 10^{-13} = \boxed{2{,}357 \cdot 10^{-11}}$$

b) Expresar en notación habitual: $1{,}7345\cdot 10^{-12}$

$$1{,}7345\cdot 10^{-12} = \boxed{0{,}000\ 000\ 000\ 001\ 7345}$$

2) a) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: $\dfrac{-4^{26}6^{72}}{(-12)^{36}}$

$$\frac{-4^{26}6^{72}}{(-12)^{36}} = \frac{-(2^2)^{26}(2\cdot 3)^{72}}{12^{36}} = -\frac{2^{52}2^{72}3^{72}}{(2^2 3)^{36}} = -\frac{2^{124}3^{72}}{(2^2)^{36}3^{36}} = -\frac{2^{124}3^{72-36}}{2^{72}} =$$

$$= -2^{124-72}3^{36} = \boxed{-2^{52}3^{36}}$$

b) Racionalizar: $\dfrac{2}{4-2\sqrt{3}}$

$$\frac{2}{4-2\sqrt{3}} = \frac{2}{4-2\sqrt{3}}\,\frac{4+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}} = \frac{2(4+2\sqrt{3})}{4^2-(2\sqrt{3})^2} = \frac{8+4\sqrt{3}}{16-2^2(\sqrt{3})^2} = \frac{8+4\sqrt{3}}{16-4\cdot 3} =$$

$$= \frac{4(2+\sqrt{3})}{4} = \boxed{2+\sqrt{3}}$$

3) a) Para $P(x) = 2x^3 + mx + 2$, hallar, sin efectuar la división, el valor de m que hace que la división entre $x + 2$ sea exacta. Escribir como queda $P(x)$ al sustituir el m obtenido.

Según el Teorema del Resto, el resto de dividir $P(x)$ entre $x + 2$ es $P(-2)$. Como este resto debe valer 0 para que la división sea exacta:

$$P(-2) = 0 \iff 2(-8) - 2m + 2 = 0 \iff -16 + 2 = 2m \iff -14 = 2m \iff$$

$$\iff \boxed{m = -7}$$

Por lo que $\boxed{P(x) = 2x^3 - 7x + 2}$

b) Calcular 24^2. A continuación, factorizar, sin usar calculadora, el polinomio siguiente: $P(x) = 27x^3 + 21x^2 - 11x - 5$

$24^2 = 576$. Probando, por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 27 & 21 & -11 & -5 \\ -1 & & -27 & 6 & -5 \\ \hline & 27 & -6 & -5 & \boxed{0} \end{array}$$

No encontramos cómo seguir, pero al tener un polinomio de segundo grado, para encontrar sus raíces podemos optar por igualarlo a 0 y resolver la ecuación de segundo grado resultante:

$$27x^2 - 6x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36+540}}{54} = \frac{6 \pm \sqrt{576}}{54} = \frac{6 \pm 24}{54} = \left\langle \begin{array}{l} = \dfrac{-18}{54} = -\dfrac{1}{3} \\ = \dfrac{30}{54} = \dfrac{5}{9} \end{array} \right.$$

Como consecuencia, aplicando el Teorema de Descomposición Factorial de Polinomios:

$$\boxed{P(x) = 27x^3 + 21x^2 - 11x - 5 = 27(x+1)(x+\frac{1}{3})(x-\frac{5}{9})}$$

4) Resolver la ecuación siguiente: $2x+\sqrt{x^2-6x+2}=1$

Aislamos el sumando que contiene la raíz cuadrada y elevamos al cuadrado ambos miembros de la ecuación:

$$2x+\sqrt{x^2-6x+2}=1 \Rightarrow \sqrt{x^2-6x+2}=1-2x \Rightarrow (\sqrt{x^2-6x+2})^2=(1-2x)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2-6x+2=1-4x+4x^2 \Rightarrow 0 = 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 6x - 2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0 = 3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{6} = \frac{-2\pm 4}{6} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{-6}{6} = -1 \\ = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{array}\right.$$

Como siempre que elevamos al cuadrado, hay que comprobar la validez de las soluciones, sustituyendo en la ecuación original:

- $\boxed{x = -1}$: $-2 + \sqrt{1+6+2} = -2 + 3 = 1$: válida
- $\boxed{x = 1/3}$: Sustituimos y realizamos la operación con la calculadora, y resulta ser igualmente válida.

5) a) Resolver la ecuación siguiente: $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$

$$5 \log x = 2 + \log \frac{x^3}{10} \Leftrightarrow 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 \Leftrightarrow 5 \log x - 3 \log x = 1 \Leftrightarrow 2 \log x = 1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log x = 1/2 \Leftrightarrow x = 10^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{10}}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial. En realidad, habría dos soluciones: $x = \pm\sqrt{10}$, pero $-\sqrt{10}$ no es válida, porque haría negativo el argumento del logaritmo del primer miembro de la ecuación original, lo que no es posible.

b) Resolver la ecuación siguiente: $5^{2x} - 30\cdot 5^x + 125 = 0$

$$5^{2x} - 30\cdot 5^x + 125 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 30\cdot 5^x + 125 = 0$$

Llamando $\boxed{t = 5^x}$:

$$t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{30\pm\sqrt{900-500}}{2} = \frac{30\pm 20}{2} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{10}{2} = 5 \\ = \frac{50}{2} = 25 \end{array}\right.$$

- Si $t = 5 \Rightarrow$ Como $t = 5^x$, $5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$
- Si $t = 25 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

6) Sin calculadora, siendo $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos.

Como la tangente es negativa en el segundo cuadrante y positiva en el tercero, el ángulo está en el segundo cuadrante.

- $\boxed{\operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = -\frac{1}{2}}$

- $1 + \text{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+\text{tg}^2\alpha} = \dfrac{1}{1+(-2)^2} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow$

  $\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = -\sqrt{\dfrac{1}{5}} = -\dfrac{1}{\sqrt{5}} = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}}$, negativo por ser del segundo cuadrante.

- $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\alpha = \text{tg}\,\alpha\,\cos\alpha = -2\dfrac{-\sqrt{5}}{5} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$

- $\boxed{\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{-1/\sqrt{5}} = -\sqrt{5}}$

- $\boxed{\text{cosec}\,\alpha = \dfrac{1}{\text{sen}\,\alpha} = \dfrac{1}{2\sqrt{5}/5} = \dfrac{5}{2\sqrt{5}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{2\cdot 5} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}}$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que tg α = – 2), que α = – 63,43º.
Como es del II cuadrante: $\boxed{\alpha = -63{,}43^\circ + 180^\circ = 116{,}57^\circ = 116^\circ\, 33'\, 54''}$

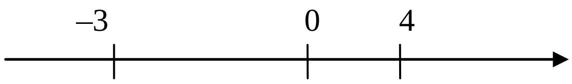
7) Hallar el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x+3}{x^2-4x}}$

El dominio de esta función lo constituyen los valores de x que resuelven la siguiente inecuación, puesto que no existen raíces de números negativos y que dicha solución ya excluye los valores de x que anulen el denominador, que tampoco tienen imagen:

$$\frac{x+3}{x^2-4x} \geq 0$$

- Raíces del numerador: $x + 3 = 0 \Rightarrow \underline{x = -3}$. Factorizado: $\underline{x + 3}$.
- Raíces del denominador: $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \underline{x = 0 \text{ ó } x = 4}$. Factorizado: $\underline{x(x-4)}$.
- Inecuación resultante con los polinomios factorizados: $\dfrac{x+3}{x(x-4)} \geq 0$

  División de R en intervalos mediante las raíces:



	(–∞, –3)	–3	(–3, 0)	0	(0, 4)	4	(4, +∞)
$x + 3$	–	0	+	…	+	…	+
$x - 0$	–	…	–	0	+	…	+
$x - 4$	–	…	–	…	–	0	+
$\dfrac{x-3}{x(x-4)}$	–	0	+	∄	–	∄	+
¿Sirven? →	No	Si	Si	No	No	No	Si

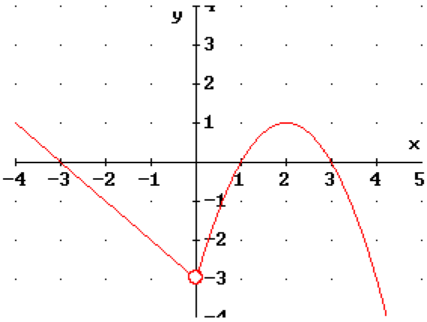
Luego la solución, y el dominio, es: $\boxed{D(f) = [-3, 0) \cup (4, +\infty)}$.

8) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma:

$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & si \quad x<0 \\ -x^2+4x-3 & si \quad x>0 \end{cases}$$

La función $y = -x - 3$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x < 0$ (lado izquierdo del eje OY, sin tocarlo).
La función $y = -x^2 + 4x - 3$ es una parábola *cóncava*, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \Rightarrow y = -3$. Corta a OY en (0, –3).
- $y = 0 \Rightarrow 0 = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$ ó $x = 3$. Corta a OX en (1, 0) y (3, 0).
- Eje: $x = -b / 2a \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} \Rightarrow \underline{x = 2}$.
- Vértice: $x = 2 \Rightarrow y = -4 + 8 - 3 = 1$: (2, 1).



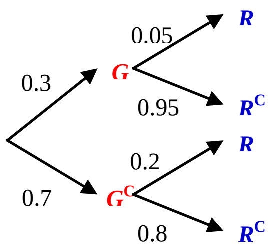
Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x > 0$, esto es, al lado derecho del eje OY sin tocarlo. Obtenemos así la función del gráfico adjunto. Observar que para $x = 0$ no hay imagen, lo que hemos destacado con un punto hueco.

9) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$

$$(2x-3)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 - \binom{4}{1}(2x)^3 3 + \binom{4}{2}(2x)^2 3^2 - \binom{4}{3}2x\cdot 3^3 + \binom{4}{4}3^4 =$$
$$= 1\cdot 2^4x^4 - 4\cdot 2^3x^3\cdot 3 + 6\cdot 2^2x^2\cdot 9 - 4\cdot 2x\cdot 27 + 1\cdot 81 =$$
$$= \boxed{16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81}$$

10) El 30% de los aparatos que llegan a un servicio técnico para ser reparados están en garantía. De los que no están en garantía, el 20% ya fueron reparados en otra ocasión. De los que sí están en garantía, el 5% fue reparado con anterioridad. Elegido un aparato al azar, hallar:

a) Probabilidad de que haya sido reparado anteriormente.



Tenemos dos experimentos aleatorios relacionados: El primero, con resultados *Estar en garantía* (lo llamaremos G) o *no estarlo* (G^c) y *Haber sido reparado con anterioridad* (R), *o no* (R^c). Es, por tanto, un problema susceptible de ser tratado a través de un diagrama de árbol. Lo construimos a la izquierda de este texto, teniendo en cuenta que la probabilidad que se pone *en cada rama* es la del suceso *terminal* de la misma *condicionado* a que se verifique el suceso *inicial*. Completamos dichas probabilidades con los datos del enunciado, recordando que *las probabilidades de todas las ramas que parten de un mismo punto deben sumar 1*.
Según el *Teorema de la Probabilidad Total*, la probabilidad de un suceso terminal del árbol (R), sin condicionar a nada, es la suma de los productos de las distintas ramas que conducen a cada aparición de dicho suceso. Es decir:

$$P(R) = 0.3 \cdot 0.05 + 0.7 \cdot 0.2 = \boxed{0.155}$$

b) Probabilidad de que el aparato no haya sido reparado anteriormente y no esté en garantía.

Nos piden la probabilidad de una intersección ("*y*"). Dicha probabilidad es el producto de todas las ramas que contienen los sucesos implicados, desde la izquierda a la derecha del árbol:

$$P(G^c \cap R^c) = 0.7 \cdot 0.8 = \boxed{0.56}$$