

PREGUNTA 1: Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{39-2x}{18} > \frac{x+13}{6} \\ \frac{3x-5}{4} \leq -1 \end{cases}$$

PREGUNTA 2: El perímetro de un triángulo rectángulo es 36cm y un cateto mide 3cm menos que el otro. Halla los lados del triángulo.

PREGUNTA 3: Dadas las siguientes rectas:

r: pasa por P(-6,-1) y Q(2,3) s: $(x,y) = (6,5) + (1,-3)t$

t: $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{3}$

u: $3x+y-2=0$

- Hallar los vértices del cuadrilátero que se forma por los cortes de las rectas.
- Dibujar las rectas.
- Halla las longitudes de los lados de este cuadrilátero, si las unidades vienen dadas en cm.
- Comprueba que las diagonales se cortan en su punto medio.

PREGUNTA 4: Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

a) r: pasa por P(0,3) y Q(5,6) ; s: $6x-10y-18=0$

b) r: $-2x+5y-3=0$; s: pasa por P(3,1) y Q(-2,3)

c) r: $y = \frac{5}{4}x+2$; s: $\frac{x}{4} = \frac{y-2}{5}$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	1p
2	2p
3	a) 2p b) 1p c) 1p d) 1,5p
4	a) 0,5p b) 0,5p c) 0,5p

Sólo se valorarán aquellas respuestas que estén debidamente justificadas.

Tanto el enunciado como las soluciones se pueden descargar en:

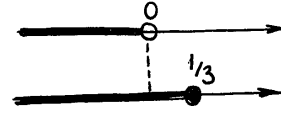
<http://santiprofemates.wordpress.com>

PREGUNTA 1:

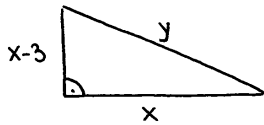
$$\frac{39-2x}{18} > \frac{x+13}{6} ; 39-2x > 3x+39 ; -5x > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$\frac{3x-5}{4} \leq -1 ; 3x-5 \leq -4 ; 3x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$$

luego la solución es: $x \in (-\infty, 0) \cap (-\infty, \frac{1}{3}] = (-\infty, 0)$



PREGUNTA 2:



$$\left. \begin{aligned} x + (x-3) + y &= 36 \\ y^2 &= x^2 + (x-3)^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 2x + y &= 39 \\ y^2 &= x^2 + x^2 + 9 - 6x = 2x^2 - 6x + 9 \end{aligned} \right\} y = \sqrt{2x^2 - 6x + 9}$$

Sustitución:

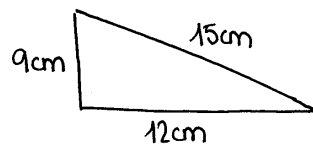
$$2x + \sqrt{2x^2 - 6x + 9} = 39 ; (\sqrt{2x^2 - 6x + 9})^2 = (39 - 2x)^2 ; 2x^2 - 6x + 9 = 1521 + 4x^2 - 156x ;$$

$$-2x^2 + 150x - 1512 = 0 ; x^2 - 75x + 756 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{75 \pm \sqrt{75^2 - 4 \cdot 756}}{2} =$$

$$= \frac{75 \pm \sqrt{2601}}{2} = \frac{75 \pm 51}{2} = \begin{cases} 63 \\ 12 \end{cases}$$

Si $x=63$

solución FALSA, dado que el perímetro es de 36 cm

Si $x=12 \Rightarrow y = \sqrt{2 \cdot 12^2 - 6 \cdot 12 + 9} = 15$ cm, luego es:

a) PREGUNTA 3: Comienzo por pasar las cuatro rectas a la forma general para hacer posteriormente los sistemas:

$$* r: (x,y) = (2,3) + (8,4)t \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2+8t \\ y = 3+4t \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x-2}{8} = \frac{y-3}{4} \Rightarrow 4x-8 = 8y-24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x - 8y + 16 = 0$$

$$* s: (x,y) = (6,5) + (1,-3)t \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 6+t \\ y = 5-3t \end{array} \right\} \Rightarrow x-6 = \frac{y-5}{-3} \Rightarrow -3x+18 = y-5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x - y + 23 = 0$$

$$* t: \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{3} \Rightarrow 3x-3 = 6y+6 \Rightarrow 3x-6y-9=0$$

$$* u: \Rightarrow 3x+y-2=0$$

Se observa fácilmente que las rectas son paralelas dos a dos;

$$r \parallel t ; s \parallel u$$

Por lo tanto habrá 4 vértices: $A = r \cap s$; $B = s \cap t$; $C = t \cap u$; $D = u \cap r$

VÉRTICE A = r ∩ s

$$\left. \begin{array}{l} 4x - 8y + 16 = 0 \\ -3x - y + 23 = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 4x - 8y + 16 = 0 \\ +24x + 8y - 184 = 0 \end{array} \right\}$$

$$28x - 168 = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 23 - 18 = 5 \quad \boxed{A(6,5)}$$

VÉRTICE B = s ∩ t

$$\left. \begin{array}{l} -3x - y + 23 = 0 \\ 3x - 6y - 9 = 0 \end{array} \right\}$$

$$-7y + 14 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 3x = 9 + 12 \Rightarrow x = 7 \quad \boxed{B(7,2)}$$

VÉRTICE C = t ∩ u

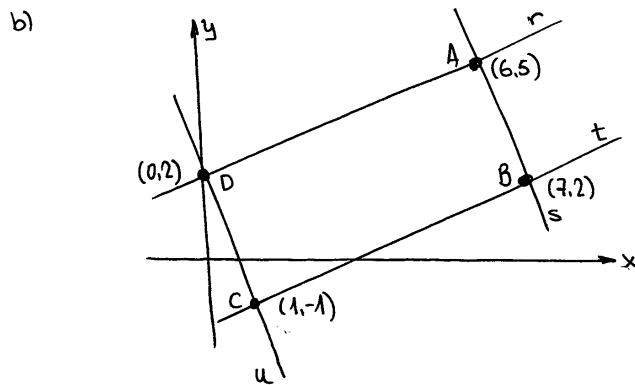
$$\left. \begin{array}{l} 3x - 6y - 9 = 0 \\ -(3x + y - 2 = 0) \end{array} \right\}$$

$$-7y - 7 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow 3x = 2 + 1 \Rightarrow x = 1 \quad \boxed{C(1,-1)}$$

VÉRTICE D = u ∩ r

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y - 2 = 0 \\ 4x - 8y + 16 = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 24x + 8y - 16 = 0 \\ 4x - 8y + 16 = 0 \end{array} \right\}$$

$$28x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 - 3 \cdot 0 = 2 \quad \boxed{D(0,2)}$$

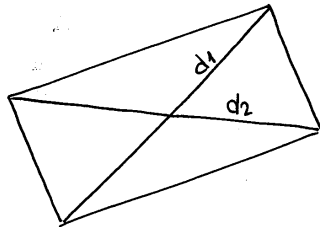


c)

$$|AB| = \sqrt{(7-6)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \text{ cm} = |CD| \text{ (por paralelismo)}$$

$$|BC| = \sqrt{(1-7)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ cm} = |DA| \text{ (" ")}$$

d)



d_1 : pasa por $(1,-1)$ y $(6,5)$

$$\vec{v} = (5,6)$$

$$(x,y) = (1,-1) + (5,6)t$$

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{6} \Rightarrow 6x-6 = 5y+5;$$

$$6x-5y-11=0$$

d_2 : $(0,2)$ y $(7,2)$

$$\vec{v} = (7,0) \Rightarrow y=2$$

Punto de corte de d_1 y d_2 :

$$\left. \begin{array}{l} 6x-5y-11=0 \\ y=2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6x-10-11=0; \\ \boxed{x = \frac{21}{6}, y=2} \end{array} \left(\frac{7}{2}, 2 \right)$$

Punto medio del segmento \overline{AC} : $M_{AC} = \left(\frac{6+1}{2}, \frac{5+(-1)}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, 2 \right)$

Punto medio del segmento \overline{DB} : $M_{DB} = \left(\frac{0+7}{2}, \frac{2+2}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, 2 \right)$

En efecto: $d_1/d_2 = M_{AC} = M_{DB}$

PREGUNTA 4:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} P(0,3) \\ r: Q(5,6) \end{array} \right\} \vec{v} = (5,3) \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y-3}{3} \Rightarrow 3x = 5y - 15 \Rightarrow 3x - 5y + 15 = 0$$

$$s: 6x - 10y - 18 = 0$$

$$\frac{3}{6} = \frac{-5}{-10} \neq \frac{15}{-18} \Rightarrow r \text{ y } s \text{ son PARALELAS}$$

$$\text{b) } r: -2x + 5y - 3 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} P(3,1) \\ Q(-2,3) \end{array} \right\} \vec{v} = (5,-2) \Rightarrow \frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{-2} \Rightarrow -2x + 6 = 5y - 5 \Rightarrow -2x - 5y + 11 = 0$$

$$\frac{-2}{-2} \neq \frac{5}{-5} \Rightarrow r \text{ y } s \text{ son SECANTES}$$

$$\text{c) } r: y = \frac{5}{4}x + 2 \Rightarrow 4y = 5x + 8 \Rightarrow -5x + 4y - 8 = 0$$

$$s: \frac{x}{4} = \frac{y-2}{5} \Rightarrow 5x = 4y - 8 \Rightarrow 5x - 4y + 8 = 0$$

$$\frac{-5}{5} = \frac{4}{-4} = \frac{-8}{8} \Rightarrow r \text{ y } s \text{ son COINCIDENTES}$$