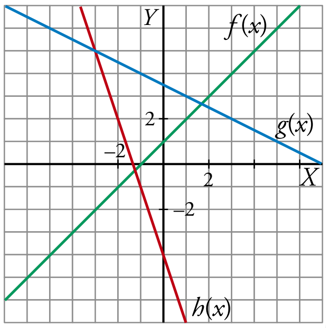
PÁGINA 150

PRACTICA

Pendiente de una recta

1 **Halla la pendiente de cada una de las rectas dibujadas:**

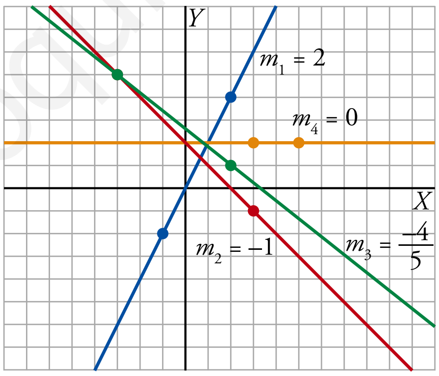


$f(x) \to 1$ $\qquad g(x) \to -\frac{1}{2}$ $\qquad h(x) \to -3$

2 **Halla gráficamente la pendiente de las rectas que pasan por los siguientes puntos:**

a) **(2, 4) y (–1, –2)** **b)** **(–3, 5) y (3, –1)**

c) **(–3, 5) y (2, 1)** **d)** **(3, 2) y (5, 2)**



3 **Halla numéricamente las pendientes de las rectas descritas en el ejercicio anterior.**

a) $\frac{-2-4}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$ b) $\frac{-1-5}{3+3} = \frac{-6}{6} = -1$

c) $\frac{1-5}{2+3} = \frac{-4}{5}$ d) $\frac{2-2}{5-3} = 0$

4 **La pendiente de la recta r: $y = 5x - 1$ es 5.**

Compruébalo hallando dos puntos de r y dividiendo la variación de y entre la variación de x.

$(0, -1); (1, 4) \rightarrow m = \frac{4 + 1}{1 - 0} = 5$

5 **Halla las pendientes de las siguientes rectas, obteniendo dos de sus puntos:**

a) $y = 4x - 2$ **b)** $y = -\frac{4}{5}x$

c) $y = \frac{5x}{4} + 3$ **d)** $y = 8 - 5x$

Comprueba, en cada caso, que coinciden con el coeficiente de la x (puesto que la y está despejada).

¿Qué relación existe entre el crecimiento o el decrecimiento de una recta y su pendiente?

a) $(0, -2); (1, 2) \rightarrow m = \frac{2 + 2}{1 - 0} = 4$

b) $(0, 0); (1, -4/5) \rightarrow m = \frac{-4/5}{1} = -\frac{4}{5}$

c) $(0, 3); (4, 8) \rightarrow m = \frac{8 - 3}{4} = \frac{5}{4}$

d) $(0, 8); (1, 3) \rightarrow m = \frac{3 - 8}{1 - 0} = -5$

Si crece, la pendiente es positiva.

Si decrece, la pendiente es negativa.

6 **Di cuál es la pendiente de las siguientes rectas observando el coeficiente de la x:**

a) $y = x - 4$ **b)** $y = -x$ **c)** $y = -4$

d) $y = \frac{4x - 5}{2}$ **e)** $y = \frac{3 - 2x}{4}$ **f)** $y = \frac{7}{3}$

a) 1 b) -1 c) 0 d) $\frac{4}{2} = 2$ e) $-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ f) 0

7 **Halla las pendientes de las siguientes rectas obteniendo el coeficiente de la x al despejar la y:**

a) $6x + 3y - 4 = 0$ **b)** $x + 4y - 2 = 0$

c) $3x - 2y + 6 = 0$ **d)** $-3x + 2y = 0$

e) $3y - 12 = 0$ **f)** $\frac{3}{4}x - 2y + 1 = 0$

a) $y = \frac{4 - 6x}{3} \to m = -\frac{6}{3} = -2$

b) $y = \frac{2 - x}{4} \to m = -\frac{1}{4}$

c) $y = \frac{6 + 3x}{2} \to m = \frac{3}{2}$

d) $y = \frac{3x}{2} \to m = \frac{3}{2}$

e) $y = 4 \to m = 0$

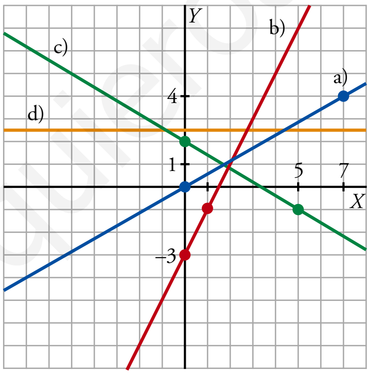
f) $y = \frac{1 + (3/4)x}{2} \to m = \frac{3}{8}$

Ecuación y representación de funciones lineales

8 □□□ **Representa las siguientes rectas:**

a) $y = \frac{4}{7}x$ **b)** $y = 2x - 3$

c) $y = \frac{-3x + 10}{5}$ **d)** $y = 2,5$



9 □□□ **Halla la ecuación de las rectas que pasan por los puntos que se indican y represéntalas:**

a) (2, 3) y (7, 0)

b) (–2, 5) y por el origen de coordenadas

c) (–3, 2) y (3, 2)

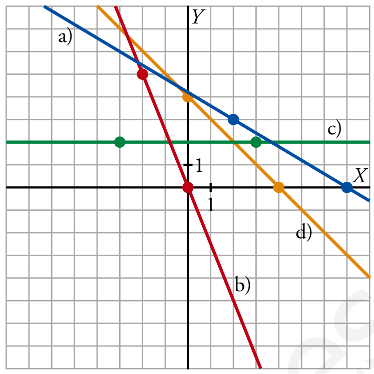
d) (0, 4) y (4, 0)

a) $m = \frac{0-3}{7-2} = -\frac{3}{5} \to y = -\frac{3}{5}(x-7)$

b) $m = -\frac{5}{2} \to y = -\frac{5}{2}x$

c) $m = \frac{2-2}{3+3} = 0 \to y = 2$

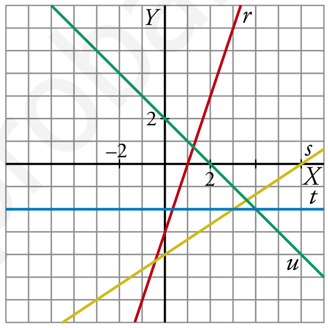
d) $m = \frac{0-4}{4-0} = -1 \to y = -x + 4$

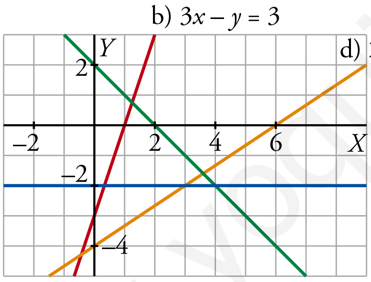


10 **Asocia a cada recta su ecuación. Di, en cada caso, cuál es su pendiente.**

a) $y + 2 = 0$ **b)** $3x - y = 3$

c) $y = 2 - x$ **d)** $2x - 3y = 12$





Pendientes:

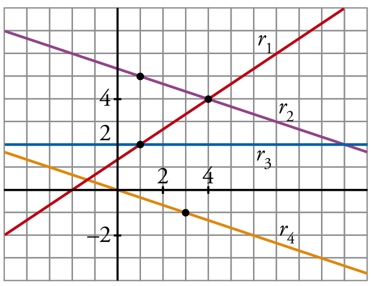
a) $m = 0$

b) $m = 3$

c) $m = -1$

d) $m = 2/3$

11 **Halla la ecuación de las rectas r_1, r_2, r_3 y r_4 en la forma punto-pendiente.**



- r_1 pasa por (1, 2) y (4, 4) $\to m = \frac{4-2}{4-1} = \frac{2}{3}$

  $r_1 \to y = \frac{2}{3}(x-1) + 2$

- r_2 pasa por $(1, 5)$ y $(4, 4) \rightarrow m = \dfrac{4-5}{4-1} = \dfrac{-1}{3}$

  $r_2 \rightarrow y = -\dfrac{1}{3}(x-1) + 5$

- r_3 pasa por $(1, 2)$ y su pendiente es 0 (es paralela al eje X).

  $r_3 \rightarrow y = 0(x-1) + 2 \rightarrow y = 2$

- r_4 pasa por $(0, 0)$ y $(3, -1) \rightarrow m = \dfrac{-1}{3}$

  $r_4 \rightarrow y = -\dfrac{1}{3}(x-0) + 0 \rightarrow y = -\dfrac{1}{3}x$

PÁGINA 151

12 **Halla la ecuación de las rectas que cumplen las siguientes condiciones y dibújalas:**

a) Pasa por (5, 3) y tiene una pendiente de 3/5.

b) Pasa por el punto (5, 3) y tiene pendiente –1/2.

c) Pasa por (–4, 6) y tiene una pendiente de –2/3.

d) Pasa por el punto (5, 6) y tiene la misma pendiente que la recta $2x + y = 0$.

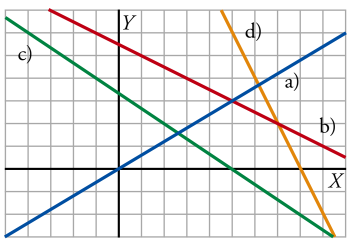
a) $y = \dfrac{3}{5}(x-5) + 3 \rightarrow y = \dfrac{3}{5}x$

b) $y = -\dfrac{1}{2}(x-5) + 3 \rightarrow y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{11}{2}$

c) $y = -\dfrac{2}{3}(x+4) + 6 \rightarrow y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{10}{3}$

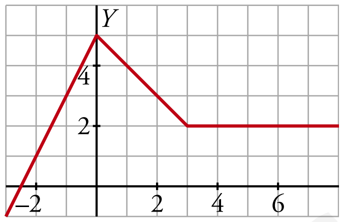
d) Hallamos la pendiente de $2x + y = 0 \rightarrow y = -2x \rightarrow m = -2$

$y = -2(x-5) + 6 \rightarrow y = -2x + 16$



Funciones definidas a trozos

13 **¿A cuál de las siguientes funciones corresponde la gráfica dibujada?**



$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } -3 \le x \le -1 \\ x + 5 & \text{si } 0 \le x < 3 \\ 2x & \text{si } 3 \le x \le 8 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } -3 \le x < 0 \\ 5 - x & \text{si } 0 \le x < 3 \\ 2 & \text{si } 3 \le x \le 8 \end{cases}$$

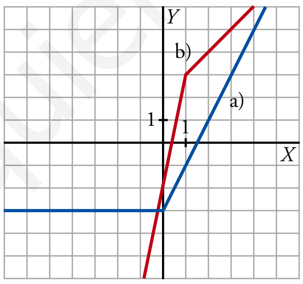
$$h(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } -3 < x < 0 \\ -1 & \text{si } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{si } 3 < x < 8 \end{cases}$$

La gráfica corresponde a la función $g(x)$.

La función que describe la pendiente de la gráfica en cada punto es $h(x)$.

14 **Representa las siguientes funciones definidas a trozos:**

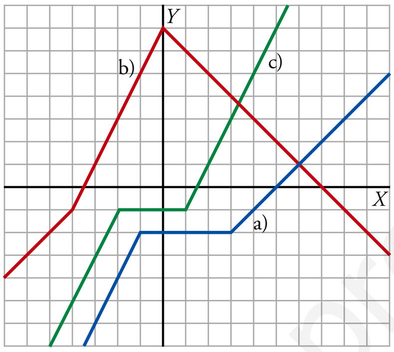
a) $y = \begin{cases} -3 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 3 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} 5x - 2 & \text{si } x < 1 \\ x + 2 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$



15 **Representa las siguientes funciones definidas a trozos:**

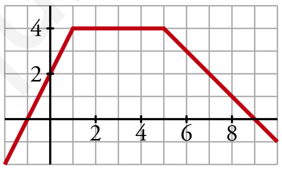
a) $y = \begin{cases} 2x & \text{si } x \le -1 \\ -2 & \text{si } -1 < x \le 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < -4 \\ 2x + 7 & \text{si } -4 \le x \le 0 \\ 7 - x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \le -2 \\ -1 & \text{si } -2 < x \le 1 \\ 2x - 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$



PIENSA Y RESUELVE

16 **Queremos hallar la expresión analítica de esta función formada por tres tramos de rectas.**



a) Para $x \le 1$, la recta pasa por (0, 2) y (1, 4). Escribe su ecuación.

b) Para $1 \le x \le 5$, es una función constante. Escribe su ecuación.

c) Para $x \ge 5$, la recta pasa por (5, 4) y (9, 0). Escribe su ecuación.

d) Completa la expresión analítica de la función:

$$y = \begin{cases} \dots & \text{si } x < 1 \\ 4 & \text{si } 1 \le x \ \dots \\ \dots & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

a) $m = \dfrac{4 - 2}{1 - 0} = 2 \rightarrow y = 2x + 2, \ x \le 1$

b) $y = 4, \ 1 \le x \le 5$

c) $m = \dfrac{0 - 4}{9 - 5} = -1 \rightarrow y = -(x - 9) \rightarrow y = -x + 9$

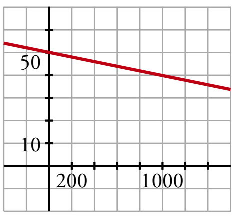
d) $y = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 1 \\ 4 & \text{si } 1 \le x \le 5 \\ 9 - x & \text{si } x > 5 \end{cases}$

17 **Representa las siguientes rectas tomando una escala adecuada en cada eje:**

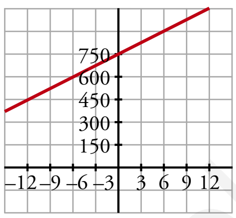
a) $y = 50 - 0{,}01x$ **b)** $y = 25x + 750$

c) $y = \dfrac{x}{150} - 5$ **d)** $x - 70y = 840$

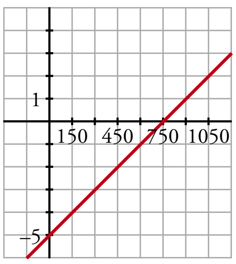
a)



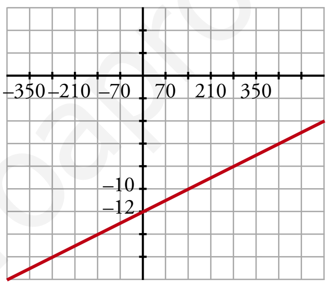
b)



c)



d)



18 **Halla el valor que tiene que tener** a **para que el punto** $A(a, 7)$ **esté sobre la recta que pasa por los puntos (0, 1) y (–1, –1).**

- Hallamos la ecuación de la recta que pasa por (0, 1) y (–1, –1):

  $m = \dfrac{-1-1}{-1-0} = 2 \rightarrow y = 2(x - 0) + 1 \rightarrow y = 2x + 1$

- Si $A(a, 7)$ está sobre la recta anterior, tiene que verificar su ecuación. Por tanto:

  $7 = 2 \cdot a + 1 \rightarrow 2a = 6 \rightarrow a = 3$

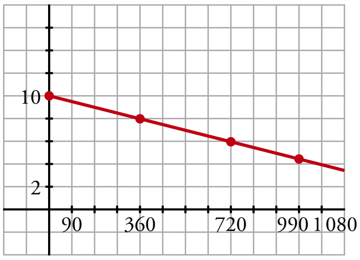
19 **Mientras ascendíamos por una montaña, medimos la temperatura y obtuvimos los datos de esta tabla:**

ALTURA (m)	0	360	720	990
TEMPERATURA (°C)	10	8	6	4,5

a) Representa los puntos en una gráfica.

b) Suponiendo que se sigue la misma pauta, halla la expresión analítica de la función *altura-temperatura*.

c) ¿A partir de qué altura la temperatura es menor que 0 °C?

a) 

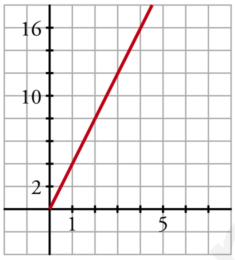
b) La recta pasa por (0, 10) y su pendiente es $m = \dfrac{8-10}{360-0} = \dfrac{-1}{180} \rightarrow y = 10 - \dfrac{x}{180}$

c) $0 > 10 - \dfrac{x}{180} \rightarrow \dfrac{x}{180} > 10 \rightarrow x > 1\,800$

A partir de 1 800 °C.

20 **¿Cuál es la ecuación de la función que nos da el perímetro de un cuadrado dependiendo de cuánto mida su lado? Dibújala.**

Si el lado es x y el perímetro es y: $y = 4x$



PÁGINA 152

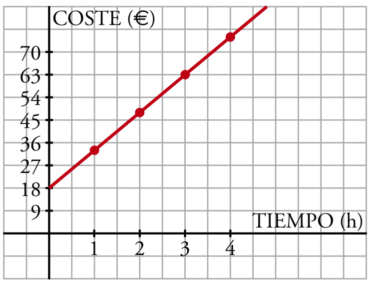
21 **Un fontanero cobra 18 € por el desplazamiento y 15 € por cada hora de trabajo.**

a) Haz una tabla de valores de la función *tiempo-coste* y represéntala gráficamente.

b) Si ha cobrado por una reparación 70,50 €, ¿cuánto tiempo ha invertido en la reparación?

a)

TIEMPO (h)	1	2	3	4	…
COSTE (€)	33	48	63	78	…

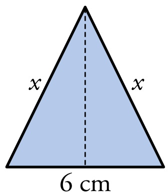


b) La función que nos da el coste es $y = 18 + 15x$.

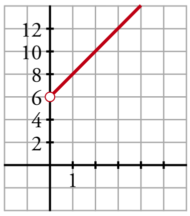
Si $y = 70{,}50 \rightarrow 70{,}50 = 18 + 15x \rightarrow x = \dfrac{70{,}50 + 18}{15} = 3{,}5$

La reparación le ha llevado 3 horas y media.

22 **Sabemos que el lado desigual de un triángulo isósceles mide 6 cm. Llama *x* al otro lado y escribe la ecuación de la función que nos da su perímetro. Represéntala.**



$y = 6 + x + x = 6 + 2x, \quad x > 0$



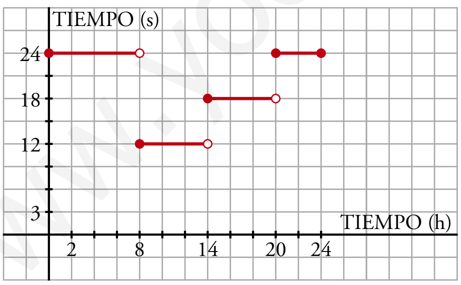
23 **En las llamadas telefónicas interurbanas, el tiempo que dura un paso del contador depende de la hora de la llamada:**

De 8 h a 14 h	**12 segundos**
De 14 h a 20 h	**18 segundos**
De 20 h a 8 h del día siguiente	**24 segundos**

a) Representa gráficamente la función que da la duración del paso del contador según la hora de la llamada para un día completo.

b) Busca la expresión analítica de esa función.

a)



b) $f(x) = \begin{cases} 24, & 0 \le x < 8 \\ 12, & 8 \le x < 14 \\ 18, & 14 \le x < 20 \\ 24, & 20 \le x \le 24 \end{cases}$

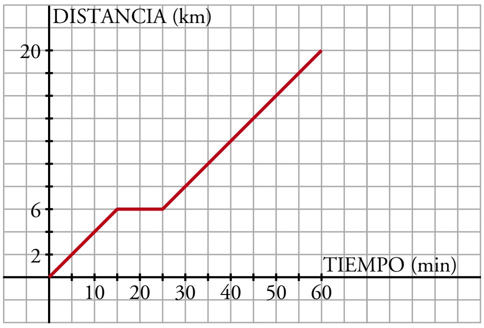
24 **Un ciclista sale de excursión a un lugar que dista 20 km de su casa. A los 15 minutos de salida, cuando se encuentra a 6 km, hace una parada de 10 minutos. Reanuda la marcha y llega a su destino una hora después de haber salido.**

a) Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.

b) ¿Lleva la misma velocidad antes y después de la parada? (Suponemos que en cada etapa la velocidad es constante).

c) Busca la expresión analítica de la función que has representado.

a)



b) Sí, no hay más que observar que la pendiente de la gráfica en ambos casos es la misma.

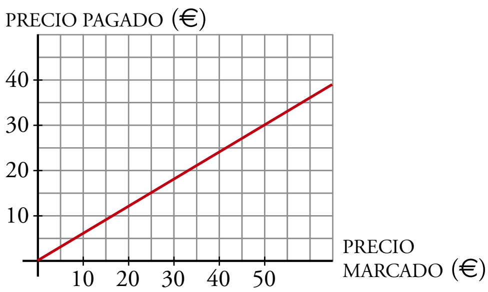
c) La pendiente de los dos tramos no constantes es la misma: $m = \dfrac{2}{5}$

Teniendo en cuenta que la función pasa por (0, 0) y por (25, 6), escribimos la expresión buscada:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{5}x, & 0 \le x < 15 \\ 6, & 15 \le x < 25 \\ \dfrac{2}{5}(x - 25) + 6, & 25 \le x \le 60 \end{cases}$$

25 □□□ **En una tienda rebajan el 40% en todas las compras que se hagan.**

Esta es la gráfica de la función que muestra la relación entre el precio marcado, *x*, y el que pagamos, *y*:



a) ¿Cuál es la ecuación de esa recta?

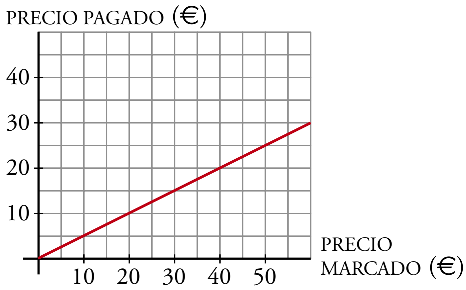
b) Si la rebaja fuese de un 50%, ¿cómo sería la gráfica? ¿Cuál sería su ecuación?

a) La recta pasa por (0, 0) y (25, 15). Su pendiente es $m = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

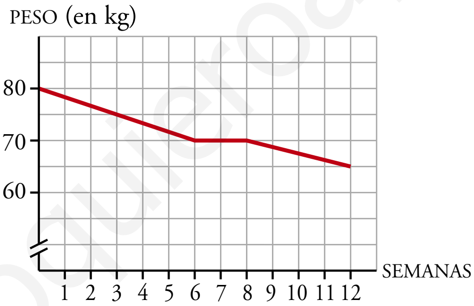
La ecuación de la recta es: $y = \frac{3}{5}x \rightarrow y = 0{,}6x$

b) En este caso, la ecuación sería: $y = 0{,}5x$

La representamos:



26 **El médico ha puesto a Ricardo un régimen de adelgazamiento y ha hecho esta gráfica para explicarle lo que espera conseguir en las 12 semanas que dure la dieta.**



a) ¿Cuál era su peso al comenzar el régimen?

b) ¿Cuánto tiene que adelgazar por semana en la primera etapa del régimen? ¿Y entre la sexta y la octava semanas?

c) Halla la expresión analítica de la función anterior.

a) Ricardo pesaba 80 kg al comenzar el régimen.

b) $\frac{5}{3} = 1{,}67$ kg por semana

Entre la sexta y octava semana no tiene que adelgazar nada.

c) Buscamos la ecuación de cada uno de los tramos:

- Para $0 \le x \le 6$, la pendiente $m = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$ y $n = 80 \rightarrow y = -\frac{5}{3}x + 80$
- Para $6 < x \le 8$, $y = 70$
- Para $8 < x \le 12$, $m = -\frac{5}{4}$ y pasa por (12, 65)

$$y - 65 = -\frac{5}{4}(x - 12) \rightarrow y = -\frac{5}{4}x + 80$$

Luego, la expresión analítica de esta función será:

$$y = \begin{cases} -\frac{5}{3}x + 80 & \text{si } 0 \le x \le 6 \\ 70 & \text{si } 6 < x \le 8 \\ -\frac{5}{4}x + 80 & \text{si } 8 < x \le 12 \end{cases}$$

27 **Un móvil, en el instante inicial, está a 2 m del origen y se aleja de este a una velocidad constante de 3 m/s.**

a) ¿Cuál es la ecuación que ofrece su posición en función del tiempo?

b) ¿A qué distancia del origen está el móvil al minuto de empezar a contar? ¿Cuánto recorre en ese tiempo?

c) Representa la función.

a) Se trata de una recta que pasa por (0, 2) y su pendiente ("su velocidad") es $m = 3$. Por tanto:

$y = 3x + 2$

b) 1 min = 60 s $\rightarrow y(60) = 3 \cdot 60 + 2 = 182$

El móvil está a 182 m del origen.

Como en el instante inicial estaba a 2 m, ha recorrido 180 m.

c)