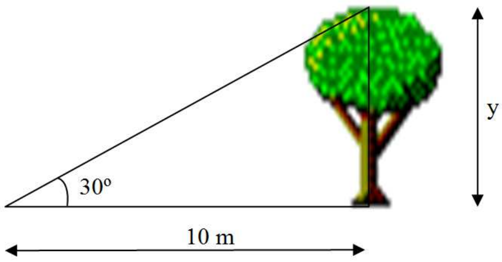
MATEMÁTICAS 4º ESO **Juan Jesús Pascual**

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA RESUELTOS

1. Calcula la altura de un árbol que a una distancia de 10 m se ve bajo un ángulo de 30º.

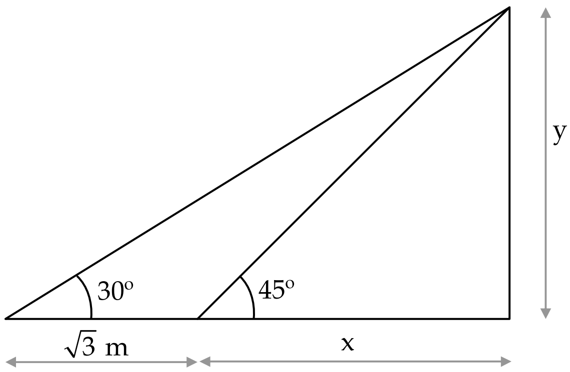


Solución:

La altura, **y**, del árbol la deducimos de la relación siguiente:

$$\mathrm{tg}30=\frac{y}{10}\Rightarrow y=10\cdot \mathrm{tg}30\Rightarrow y=\frac{10}{\sqrt{3}}\ \mathrm{m}$$

2. Calcula x e y:



Solución:

En la figura aparecen dos triángulos rectángulos, los cuales verifican, cada uno de ellos, las dos ecuaciones que forman el siguiente sistema:

$$\begin{cases}\mathrm{tg}45=\dfrac{y}{x}\\[2mm] \mathrm{tg}30=\dfrac{y}{\sqrt{3}+x}\end{cases}$$

Operando:

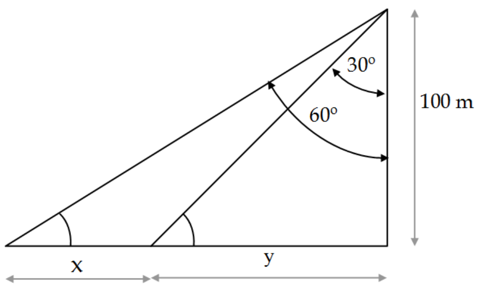
$$\begin{cases}x\cdot \mathrm{tg}45=y\\ \left(\sqrt{3}+x\right)\mathrm{tg}30=y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\cdot \mathrm{tg}45=y\\ (40+x)\,\mathrm{tg}30=y\end{cases}\Rightarrow x\cdot \mathrm{tg}45=\left(\sqrt{3}+x\right)\cdot \mathrm{tg}30\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\left(\sqrt{3}+x\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m}$$

Calculemos finalmente el valor de y:

$$x\cdot \mathrm{tg}45=y\Rightarrow x=y=\frac{3+\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m}$$

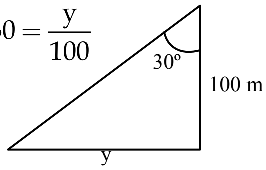
3. Calcula x e y en la siguiente figura.



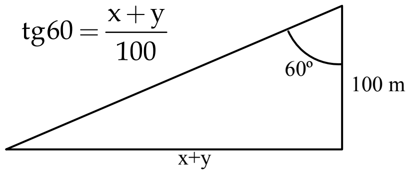
Solución:

Tenemos dos triángulos. De cada uno de ellos obtendremos una ecuación trigonométrica.

$$\mathrm{tg}30 = \frac{y}{100}$$



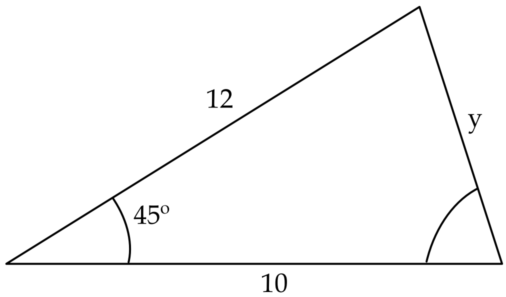
$$\mathrm{tg}60 = \frac{x+y}{100}$$



Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{y}{100} \\ \sqrt{3} = \dfrac{x+y}{100}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\boxed{\dfrac{100}{\sqrt{3}}\ m = y} \\ \sqrt{3} = \dfrac{x+y}{100}\end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{x + \dfrac{100}{\sqrt{3}}}{100} \Rightarrow \boxed{x = \dfrac{200}{\sqrt{3}}\ m}$$

4. Calcula el valor de y (las longitudes están expresadas en m)



Solución:

Aplicamos el teorema del coseno:

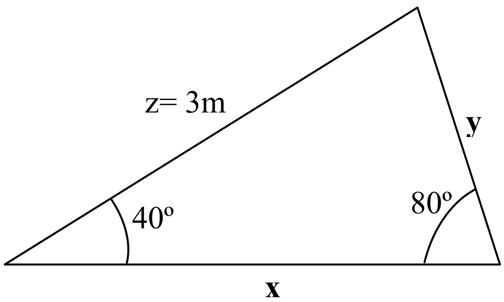
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

Entonces

$$y^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 45 \Rightarrow$$

$$y = \sqrt{100 + 124 - 240 \cdot \cos 45} = 9{,}9\ m$$

5. Calcula el valor de los lados x e y, aplicando el Teorema del seno: $\dfrac{a}{\mathrm{sen}A} = \dfrac{b}{\mathrm{sen}B} = \dfrac{c}{\mathrm{sen}C}$



Solución:

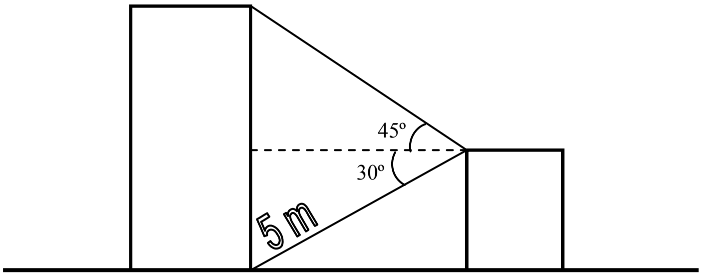
Sustituimos los valores dados en la expresión del teorema del seno:

$$\frac{a}{\mathrm{sen}A} = \frac{b}{\mathrm{sen}B} = \frac{c}{\mathrm{sen}C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\mathrm{sen}80} = \frac{y}{\mathrm{sen}40} = \frac{x}{\mathrm{sen}60} \Rightarrow$$

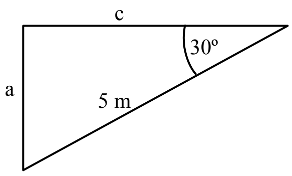
$$\Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3 \cdot \mathrm{sen}40}{\mathrm{sen}80} = 1{,}96\ m \\ x = \dfrac{3 \cdot \mathrm{sen}60}{\mathrm{sen}80} = 2{,}64\ m \end{cases}$$

6. Halla la altura del cuerpo más alto



Solución:

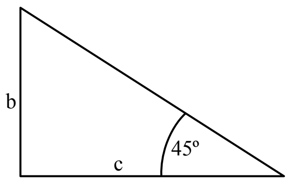
En la figura aparecen dos triángulos rectángulos. Hay que hallar $a + b$.



Con este triángulo obtenemos a y c:

$$\operatorname{sen}30 = \frac{a}{5} \Rightarrow a = \frac{5}{2}\ \text{m}$$

$$\cos 30 = \frac{c}{5} \Rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ \text{m}$$



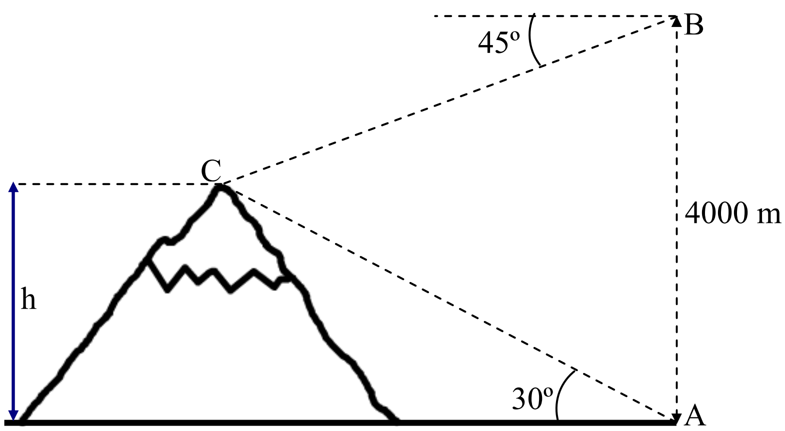
Con el anterior triángulo hemos hallado el valor de c. Observando el triángulo de la izquierda podemos obtener b:

$$\operatorname{tg}45 = \frac{b}{c} \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ \text{m}$$

Luego la altura pedida es:

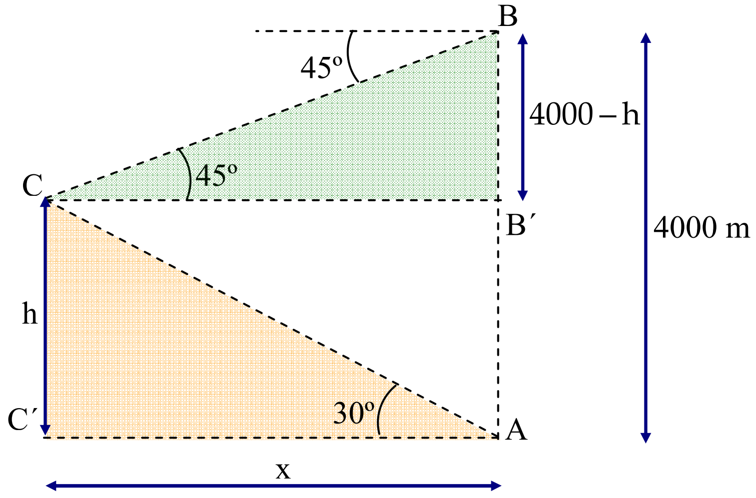
$$a + b = \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2} = \frac{5\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}\ \text{m}$$

7. Halla la altura de la montaña



Solución:

Rehacemos el dibujo y de él extraeremos dos ecuaciones, cada una de ellas perteneciente a un triángulo rectángulo (el $\widehat{CBB'}$ y el $\widehat{ACC'}$



Triángulo $\widehat{CBB'}$:

$$tg45 = \frac{4000 - h}{x}$$

Triángulo $\widehat{ACC'}$:

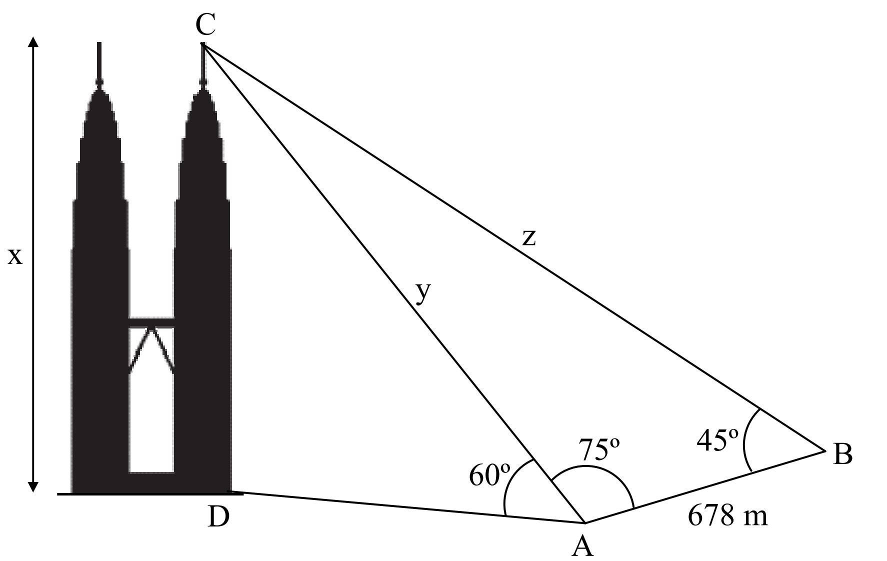
$$tg30 = \frac{h}{x}$$

Resolvamos éste sistema:

$$\left.\begin{array}{l} tg45 = \dfrac{4000 - h}{x} \\ tg30 = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1 = \dfrac{4000 - h}{x} \\ \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 4000 - h \\ x = h\sqrt{3} \end{array}\right\} \Rightarrow 4000 - h = h\sqrt{3} \Rightarrow$$

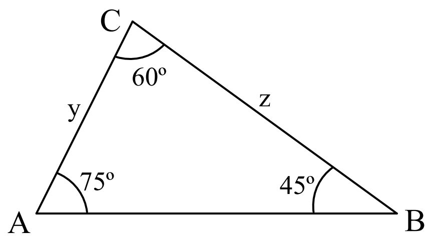
$$\Rightarrow h = \frac{4000}{\sqrt{3} + 1}\,m \approx 1464\ m$$

8. Halla la altura de las Torres Petronas, **x** y también las distancias **y**, **z**.



Solución:

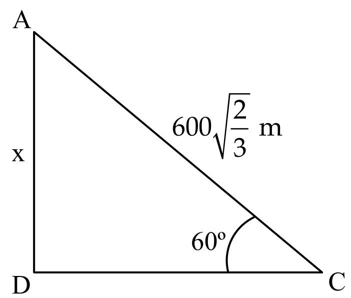
Primeramente vamos a centrarnos en el triángulo $\widehat{ABC}$:



$$\frac{y}{\text{sen}45}=\frac{z}{\text{sen}75}=\frac{678}{\text{sen}60}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\text{sen}45}=\dfrac{678}{\text{sen}60}\\ \dfrac{z}{\text{sen}75}=\dfrac{678}{\text{sen}60}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\\ \dfrac{z}{\text{sen}75}=\dfrac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\boxed{y=678\sqrt{\dfrac{2}{3}}\text{ m}}\\ \boxed{z=\dfrac{1356}{\sqrt{3}}\text{sen}75\text{ m}}\end{cases}$$

Ahora nos fijamos en el triángulo $\widehat{ACD}$:



$$x=\sqrt{\frac{2}{3}}678\cdot\text{sen}60=\sqrt{\frac{2}{3}}678\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}=\boxed{452\text{ m}}$$