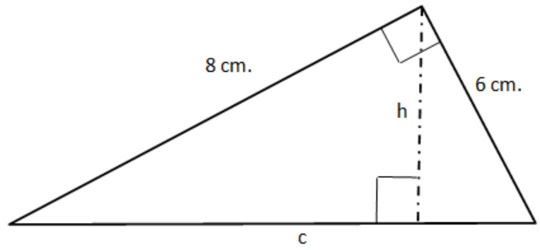
Trigonometría y problemas métricos

1) ***En un triángulo rectángulo, los catetos miden 6 y 8 centímetros. Calcula la medida de la altura sobre la hipotenusa y la distancia desde su pie hasta los extremos.***



Resolución:

En este caso nos piden la altura sobre la hipotenusa y las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa. Así pues aplicaremos el teorema del cateto.

Lo primero calcular la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras:

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow c^2 = 100 \Rightarrow c = 10$

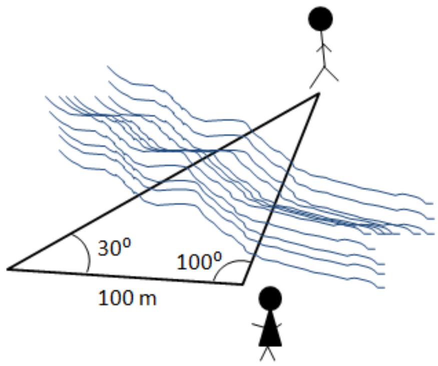
Aplicando ahora el teorema del cateto a cada uno de ellos tenemos que

$a^2 = m * c \Rightarrow 6^2 = m * 10 \Rightarrow \mathbf{m = 36/10 = 3,6\ cm}$
$b^2 = n * c \Rightarrow 8^2 = n * 10 \Rightarrow \mathbf{n = 64/10 = 6,4\ cm}$

Para calcular la altura aplicaremos el teorema de Pitágoras por ejemplo al triángulo AHC

$6^2 = 3,6^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 36 – 12,96 = 23,04 \Rightarrow \mathbf{h = 4.8\ cm}$

2) ***Ana y Blanca se encuentran a ambos lados de la orilla de un río en los puntos A y B. ¿Qué anchura tiene el río?***



Resolución:

Nos piden hallar el lado d de un triángulo no rectángulo. Como nos dan dos ángulos y un lado aplicaremos el teorema del seno.

Lo primero y como conocemos dos de los tres ángulos del triángulo el tercero será:

$180^o = 30^o + 100^o + \alpha \Rightarrow \alpha = 50^o$

Así pues y aplicando el teorema del seno:

$$\frac{100}{\text{sen } 50^0} = \frac{\text{d}}{\text{sen} 30^0}$$

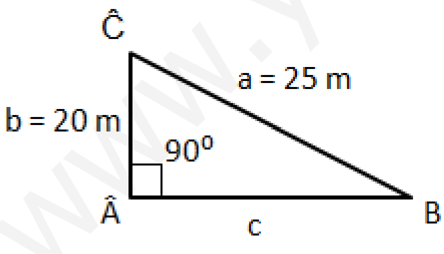
$$\text{d} = \frac{100 * \text{sen } 30^0}{\text{sen } 50^0} = \frac{100 * 0{,}5}{0{,}766044443} = \mathbf{67{,}2703344666\ m}$$

3) Resuelve estos triángulos:

Resolución:

a) a = 25 m , b = 20 m , Â = 90º

Como siempre hagamos un dibujo del ejercicio,



Nos dan dos lados y un ángulo, siendo un lado y su ángulo opuesto, así pues usaremos el teorema del Seno,

$$\frac{25}{\text{sen } 90^0} = \frac{20}{\text{sen B}}$$

$$\text{sen B} = \frac{20 * \text{sen } 90^0}{25} = \frac{20}{25} = 0{,}8 \Rightarrow$$ **B = 53,1301023542º (usando el arc sen B)**

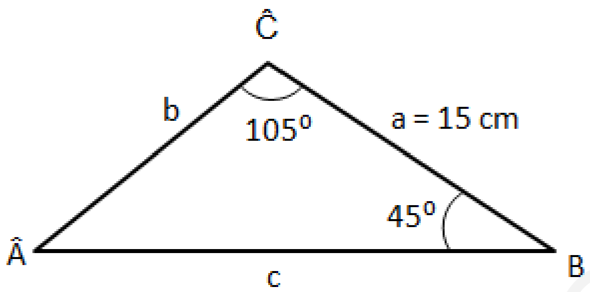
$\hat{C} = 180^o - 90^o - 53{,}1301023542^o =$ **36,869897646º**

Para el lado que nos falta usaremos también el teorema del Seno,

$$\frac{25}{\text{sen } 90^0} = \frac{c}{\text{sen } 36{,}869897646^0} \quad => \quad c = \frac{25 * 0{,}6}{} = \mathbf{15\ m}$$

b) ***a = 6 cm , B = 45º , Ĉ = 105º***

Como siempre hagamos un dibujo del ejercicio,



Nos dan dos ángulos y un lado, así pues usaremos el teorema del Seno, aunque primero obtendremos el ángulo que nos falta,

Â = 180º – 45º – 105º = **30º**

Así pues ahora tenemos que,

$$\frac{6}{\text{sen } 30^0} = \frac{b}{\text{sen } 45^0}$$

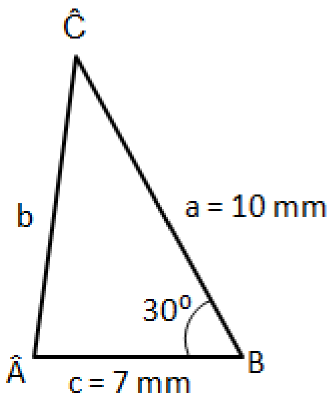
$$b = \frac{6 * \text{sen } 45^0}{\text{sen } 30^0} = \mathbf{8{,}485281\ cm}$$

Para el lado que nos falta usaremos también el teorema del Seno,

$$\frac{6}{\text{sen } 30^0} = \frac{c}{\text{sen } 105^0} \quad => \quad c = \frac{6 * \text{sen } 105^0}{\text{sen } 30^0} = \mathbf{11{,}591109\ cm}$$

c) a = 10 mm , c = 7 mm , B = 30º

Como siempre hagamos un dibujo del ejercicio,



Nos dan dos lados y un ángulo, pero no coinciden, es decir, no nos dan un lado y un ángulo opuesto, lo que nos dan son dos lados y el ángulo comprendido (si lo dibujas lo verás) así pues usaremos el teorema del coseno

$b^2 = a^2 + c^2 – 2ac \cos B$

que sustituyendo,

$b^2 = 10^2 + 7^2 – 2*10*7 \cos 30º$ => $b^2 = 100 + 49 – 121,24655653 = 27,75644347$

Con lo que b será la raíz cuadrada positiva de ese número,

b = 5,26843842804 mm

Ahora para calcular cualquiera de los otros ángulos usaremos el teorema del seno,

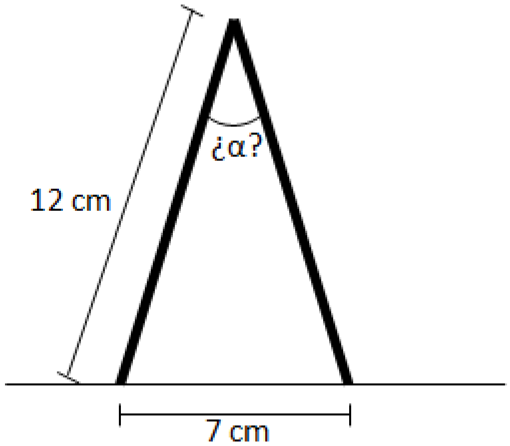
$\frac{5,26843842804}{\text{sen } 30^0} = \frac{7}{\text{sen } \hat{C}}$ => $\text{sen } \hat{C} = \frac{7 * \text{sen } 30^0}{5,26843842804}$ = **41,6312115856º**

Para el ultimo ángulo, usaremos la fórmula de lza suma de ángulos de un triángulo,

Ĉ = 180º – 30º – 41,6312115856º = **108,368788414º**

4) Los brazos de un compás miden 12 cm. ¿Qué ángulo forman cuando se traza un orco de 7 centímetros de radio?

<u>Resolución:</u>



Nos dicen que es un compás con lo que el triángulo que se forma es isósceles. Adicionalmente nos dicen que se traza un arco de 7 cm de radio, eso quiere decir que la amplitud el compás es de 7 cm con lo que el otro lado del triángulo que se forma al abrir el compás es de 7 cm.

Nos los tres lados de un triángulo con lo que usaremos el teorema del coseno.

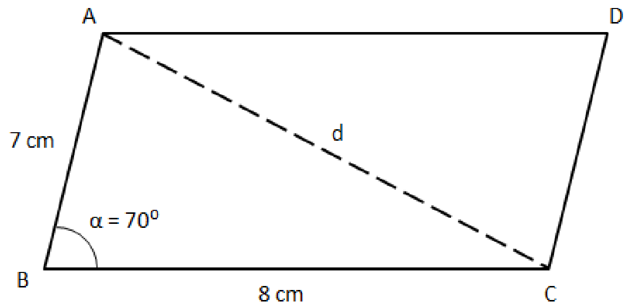
$7^2 = 12^2 + 12^2 - 2*12*12 \cos \alpha$, donde α representa el ángulo de apertura.

$\cos \alpha = \dfrac{49-144-144}{-2*12*12} = 0{,}82986111111$ => $\boldsymbol{\alpha = 33{,}9155266^{o}}$ (usando el arc cos α)

5) ***Los lados de un paralelogramo forman un ángulo de 70º. Sus medidas son 7 y 8 centímetros.***
   a) ***Calcula la longitud de la diagonal menor.***
   b) ***Halla el área del paralelogramo.***

Resolución:

Como siempre, realizamos un dibujo del enunciado que nos ayudará a entenderlo mejor.



Una vez aquí, vemos que α es el ángulo señalado pues el otro ángulo del paralelogramo es mayor de 90º.

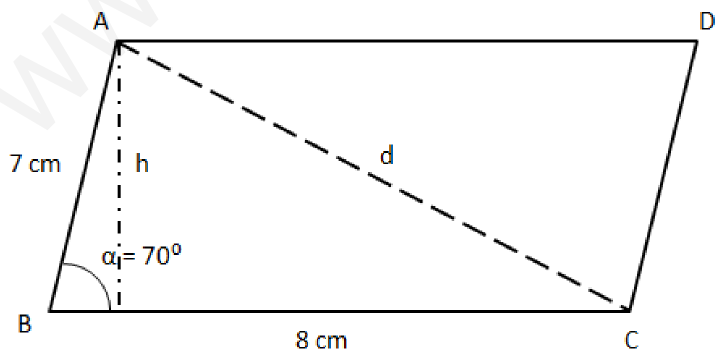
Si nos fijamos se nos ha formado un triángulo ABC, donde nos piden uno de sus lados y nos dan dos lados y ángulo comprendido entre ellos así pues, teorema del coseno,

$d^2 = 7^2 + 8^2 – 2*7*8 \cos 70º$ => $b^2 = 49 + 64 – 38{,}30625605 = 74{,}69374394$

Así pues **d = 8,64255424 cm**

Para hallar el área del paralelogramo necesitamos la altura del mismo.

Una vez aquí para el apartado b), trazamos la altura del triángulo ABC que pasa por A, y nos quedaría,



Así tenemos un triángulo rectángulo donde conocemos un ángulo (α = 70º), la hipotenusa que vale 7 cm y tenemos que hallar el cateto opuesto, así pues