1. Resuelve las siguientes ecuaciones. **(4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

   a) $\frac{8}{x+6}+\frac{12-x}{x-6}=1$

   b) $(x+1)^2-(x-2)^2=(x+3)^2+x^2-20$

   c) $\sqrt{x-2}=3-\sqrt{x+1}$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno **(1,5 puntos)**

$$\left.\begin{array}{l}(x+y)(x-y)=7\\ 3x-4y=0\end{array}\right\}$$

3. Un empresario reparte cierta cantidad de dinero entre sus empleados. Si fueran 4 empleados más le correspondería a cada uno 500 euros, pero si fueran 8 menos le tocarían a cada uno 1000 euros. ¿Cuántos empleados tiene? ¿Cuánto le toca a cada uno? **(1,5 puntos)**

4. Realiza la siguiente división utilizando la regla de Ruffini:

$$\left(3x^5-2x^3+x^4-2x+1\right):(x+2)$$

   Escribe quién es el cociente C(x) y el resto R. **(0,5 puntos)**

5. Hallar el valor de m para que al dividir el polinomio $kx^3+(k+1)x^2-kx-5$ entre x − 2 el resto sea 7. **(1 punto)**

6. Factorizar el polinomio: $x^6-9x^5+24x^4-20x^3$. **(1 punto)**

① a) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1 \Rightarrow \frac{8(x-6)}{(x+6)(x-6)} + \frac{(12-x)(x+6)}{(x+6)(x-6)} = \frac{(x+6)(x-6)}{(x+6)(x-6)}$

$\Rightarrow 8x - 48 + 12x + 72 - x^2 - 6x = x^2 - 36 \Rightarrow -x^2 + 14x + 24 = x^2 - 36$

$\Rightarrow 2x^2 + 14x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 (-30) = 169$; $x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{7 \pm 13}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1 = 10}} \\ \underline{\underline{x_2 = -3}} \end{cases}$

b) $(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 4x + 4) = x^2 + 6x + 9 + x^2 - 20 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x - 3 = 2x^2 + 6x - 11 \Rightarrow -2x^2 + 8 = 0 \Rightarrow -2x^2 = -8$

$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{x = \pm 2}}$

c) $\left(\sqrt{x-2}\right)^2 = \left(3 - \sqrt{x+1}\right)^2 \Rightarrow x - 2 = 9 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x+1} + x + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x - 2 = x + 10 - 6\sqrt{x+1} \Rightarrow 6\sqrt{x+1} = 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(6\sqrt{x+1}\right)^2 = 12^2 \Rightarrow 36(x+1) = 144 \Rightarrow 36x + 36 = 144$

$\Rightarrow 36x = 108 \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$

② $\left.\begin{array}{l} x^2 - y^2 = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{array}\right\} \rightarrow 3x = 4y \Rightarrow x = \frac{4y}{3}$. Sustituyendo en la 1ª:

$\left(\frac{4y}{3}\right)^2 - y^2 = 7 \Rightarrow \frac{16y^2}{9} - y^2 = 7 \Rightarrow 16y^2 - 9y^2 = 63$

$7y^2 = 63 \Rightarrow y^2 = \frac{63}{7} = 9 \Rightarrow \underline{\underline{y_1 = 3}}, \ \underline{\underline{y_2 = -3}}$

* Si $y = 3 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{3} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 4}}$

* Si $y = -3 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot (-3)}{3} \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -4}}$

③ Llamemos x al número de empleados. Entonces:

$(x + 4) \cdot 500 = (x - 8) \cdot 1000$; $500x + 2000 = 1000x - 8000$;

$-500x = -10000 \Rightarrow \underline{\underline{x = 20}}$

* El empresario tiene pues 20 empleados.

Por una regla de 3 simple inversa:

$\left.\begin{array}{l} 24 \text{ empleados} - 500 \text{ €} \\ 20 \text{ empleados} - x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 500}{20} \cong 600 \text{ €}$

* Por tanto cada empleado toca a 600 €

4)

	3	1	-2	0	-2	1
-2		-6	10	-16	32	-60
	3	-5	8	-16	30	$\boxed{-59}$

Cociente: $C(x) = 3x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 16x + 30$

Resto: $R = -59$

5) Por el teorema del resto $P(2) = 7$. Entonces:

$k \cdot 2^3 + (k+1)2^2 - k \cdot 2 - 5 = 7 \Rightarrow 8k + 4(k+1) - 2k - 5 = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow 8k + 4k + 4 - 2k - 5 = 7 \Rightarrow 10k = 8 \Rightarrow \underline{\underline{k = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}}}$

6) Sacamos x^3 factor común:

$x^6 - 9x^5 + 24x^4 - 20x^3 = x^3(x^3 - 9x^2 + 24x - 20)$.

Ahora factorizamos el polinomio $x^3 - 9x^2 + 24x - 20$

	1	-9	24	-20
2		2	-14	20
	1	-7	10	$\boxed{0}$
2		2	-10	
	1	-5	$\boxed{0}$	

$x^3 - 9x^2 + 24x - 20 = (x-2)(x^2 - 7x + 10)$

$x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5)$

Por tanto la factorización es:

$x^6 - 9x^5 + 24x^4 - 20x^3 = x^3(x-2)(x-2)(x-5) = \underline{\underline{x^3(x-2)^2(x-5)}}$