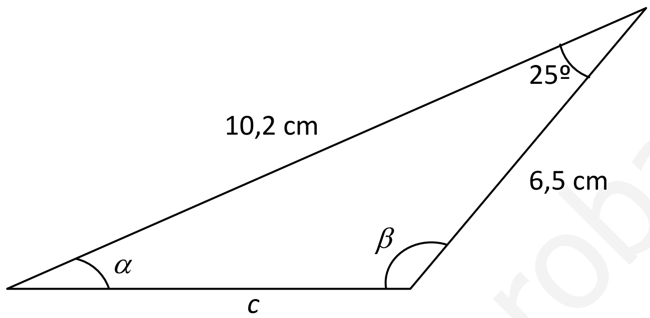
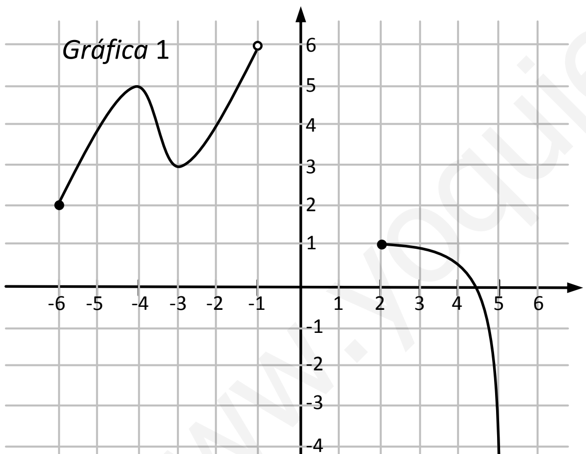
1. Utiliza las identidades trigonométricas para calcular el coseno y la tangente del ángulo α sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = -0,35$ y que el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante. **(1 punto)**

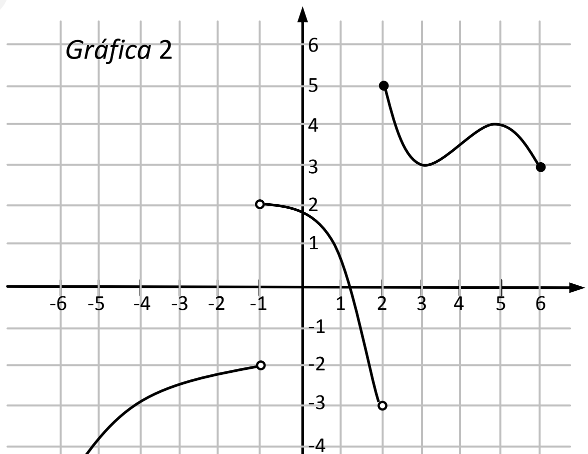
2. En la acera de una calle hay una escalera de 8 metros de longitud, cuyo extremo superior está apoyado en la fachada de una casa a una altura de 6 metros del suelo. Haya la distancia del pie de la escalera a la fachada y el ángulo que forma la escalera con el suelo. (Realiza un dibujo representando la situación). **(2 puntos)**

3. Halla el lado y los ángulos que faltan del siguiente triángulo: **(2 puntos)**



4. Dadas las gráficas de las funciones siguientes, estudiar cada uno de los siguientes aspectos de las mismas: dominio, imagen, continuidad, intervalos de crecimiento y decrecimiento; y extremos relativos. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**





5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A=(-2,\ 3)$ y $B=(5,\ -2)$ **(1 punto)**

6. Dada la función parabólica $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2-x+\dfrac{3}{4}$, hallar:
   a) Vértice. **(1 punto)**
   b) Puntos de corte con los ejes. **(1 punto)**
   c) Tabla de valores y representación gráfica. **(1 punto)**

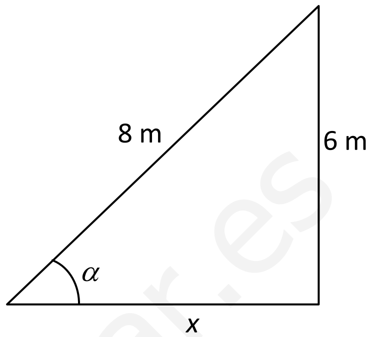
Soluciones:

1. Como $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow(-0,35)^2+\cos^2\alpha=1\Rightarrow 0,1225+\cos^2\alpha=1\Rightarrow$.

   $\Rightarrow\cos^2\alpha=0,8775\Rightarrow\cos\alpha\cong-0,9367$ (se toma la solución negativa porque α se encuentra en el tercer cuadrante).

   Por otro lado: $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\cong\dfrac{-0,35}{-0,9367}\cong 0,37365$.

2. Llamemos *x* a la distancia del pie de la escalera a la fachada y α al ángulo que forma la escalera con el suelo. Entonces:



   $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{6}{8}=0,75\Rightarrow\alpha=48,59^{\circ}$

   $\cos 48,59^{\circ}=\dfrac{x}{8}\Rightarrow x=8\cos 48,59^{\circ}\Rightarrow x\cong 5,29\,\text{m}$.

3. Por el teorema del coseno:

   $c^2=(6,5)^2+(10,2)^2-2\cdot 6,5\cdot 10,2\cdot\cos 25^{\circ}\Rightarrow c^2=42,25+104,04-120,176\Rightarrow$
   $\Rightarrow c^2=26,1136\Rightarrow c\cong 5,11\,\text{cm}$.

   Por el teorema del seno:

   $\dfrac{6,5}{\operatorname{sen}\alpha}=\dfrac{5,11}{\operatorname{sen}25^{\circ}}\Rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{6,5\operatorname{sen}25^{\circ}}{5,11}\Rightarrow\operatorname{sen}\alpha\cong 0,5376\Rightarrow\alpha=32,52^{\circ}$

   Finalmente: $\beta=180^{\circ}-25^{\circ}-32,52^{\circ}\Rightarrow\beta=122,48^{\circ}$.

4. *Gráfica* 1:
   - Dominio: $[-6,\,-1)\cup[2,\,5]$.
   - Imagen: $[-5,\,1]\cup[2,\,6)$.
   - La función es continua en su dominio: $[-6,\,-1)\cup[2,\,5]$.
   - La función es creciente en $[-6,\,-4)\cup(-3,\,-1)$ y decreciente en $(-4,\,-3)\cup[2,\,5]$.
   - La función tiene dos máximos: los puntos $(-4,5)$ y $(2,1)$, y tres mínimos: los puntos $(-6,2)$, $(-3,3)$ y $(5,-5)$.

   Gráfica 2:
   - Dominio: $[-6,\,6]-\{-1\}$.
   - Imagen: $[-5,\,2)\cup[3,\,5]$.
   - La función es continua en todo $[-6,\,6]$, salvo en $x=-1$ y $x=2$.
   - La función es creciente en $[-6,\,-1)\cup(3,\,5)$ y decreciente en $(-1,\,2)\cup[2,\,3)\cup(5,\,6]$.
   - La función tiene tres mínimos: los puntos $(-6,-5)$, $(3,3)$ y $(6,3)$, y dos máximos: los puntos $(2,5)$ y $(5,4)$.

5. La ecuación de la recta es $y = mx + n$. Como esta recta pasa por los puntos $(-2,\ 3)$ y $(5,\ -2)$, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} 3 = -2m + n \\ -2 = 5m + n \end{array}\right\}$. Restando ambas ecuaciones se obtiene $5 = -7m \Rightarrow m = \dfrac{5}{-7} = -\dfrac{5}{7}$. Sustituyendo en la 1ª ecuación:

$$3 = -2 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) + n \Rightarrow 3 = \frac{10}{7} + n \Rightarrow 3 - \frac{10}{7} = n \Rightarrow n = \frac{21}{7} - \frac{3}{7} \Rightarrow n = \frac{11}{7}.$$

Por tanto la ecuación de la recta es $y = -\dfrac{5}{7}x + \dfrac{11}{7}$.

6. a) $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{1}{2(1/4)} = 2$; $f(2) = \dfrac{1}{4}2^2 - 2 + \dfrac{3}{4} = 1 - 2 + \dfrac{3}{4} = -\dfrac{1}{4}$. Por tanto el vértice es el punto $V = \left(2,\ -\dfrac{1}{4}\right)$

b) Punto de corte con el eje *Y*: $\left(0,\ \dfrac{3}{4}\right)$. Para hallar los puntos de corte con el eje *X* resolvemos la ecuación

$\dfrac{1}{4}x^2 - x + \dfrac{3}{4} = 0$:

$$\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} =$$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \dfrac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$. $\Rightarrow$ *f* corta al eje *X* en los puntos $(3,\ 0)$ y $(1,\ 0)$.

c) Tabla de valores y representación gráfica:

x	2	0	3	1	4	5	–1
y	–1/4	3/4	0	0	3/4	2	2

Representación gráfica: