1. Resuelve las siguientes ecuaciones. **(3 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

   a) $\frac{1}{x+2}+\frac{x}{5(x+3)}=\frac{3}{10}$

   b) $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-5}=2$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno **(1,5 puntos)**

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x-y}{x+y}=\frac{3}{11}\\ xy=28\end{array}\right\}$$

3. Varios amigos toman un refresco en una terraza y deben pagar 6 € por el total de las consumiciones. Como dos no tienen dinero, los demás les invitan, debiendo aumentar su aportación en 0,8 € cada uno. ¿Cuántos amigos son? **(1 punto)**

4. Hallar el valor de a para que al dividir el polinomio $2x^4-ax^3-3ax^2-(a+2)x+3$ entre x + 1 el resto sea 8. **(1 punto)**

5. Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{2x^3-14x+12}{x^2+2x-3}$. **(1 punto)**

6. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x^2-3x+2}$$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones:

   a) $4(x-7)<2(x+1)-3x$ **(0,5 puntos)**

   b) $\frac{2(x-1)}{3}-\frac{3(x-2)}{4}>\frac{4(x-3)}{5}-\frac{3}{10}$ **(1 punto)**

① a) $\frac{1}{x+2} + \frac{x}{5(x+3)} = \frac{3}{10}$. Multiplicando los dos miembros por $10(x+2)(x+3)$: $10(x+3) + 2(x+2)x = 3(x+2)(x+3)$;

$10x + 30 + 2x^2 + 4x = 3x^2 + 9x + 6x + 18$;

$2x^2 + 14x + 30 = 3x^2 + 15x + 18$; $\underline{x^2 + x - 12 = 0}$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{3}} \\ \underline{\underline{-4}} \end{cases}$$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2 \Rightarrow \sqrt{2x-3} = 2 + \sqrt{x-5}$. Elevando los dos miembros al cuadrado: $2x - 3 = 4 + 4\sqrt{x-5} + x - 5 \Rightarrow$ $x - 2 = 4\sqrt{x-5}$. Volviendo a elevar ambos miembros al cuadrado: $x^2 - 4x + 4 = 16(x-5)$; $x^2 - 4x + 4 = 16x - 80$;

$x^2 - 20x + 84 = 0$; $x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 84}}{2} =$

$$= \frac{20 \pm \sqrt{400 - 336}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{20 \pm 8}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{14}} \\ \underline{\underline{6}} \end{cases}$$

② $\left.\begin{array}{l} \frac{x-y}{x+y} = \frac{3}{11} \\ xy = 28 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 11(x-y) = 3(x+y) \\ y = \frac{28}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$11x - 11y = 3x + 3y \Rightarrow 8x - 14y = 0 \Rightarrow 8x - 14 \cdot \frac{28}{x} = 0$

$\Rightarrow 8x^2 - 392 = 0 \Rightarrow 8x^2 = 392 \Rightarrow x^2 = \frac{392}{8} = 49 \Rightarrow$

$\underline{\underline{x = \pm 7}}$. Si $\underline{\underline{x = 7}} \Rightarrow y = \frac{28}{7} \Rightarrow \underline{\underline{y = 4}}$

Si $\underline{\underline{x = -7}} \Rightarrow y = \frac{28}{-7} \Rightarrow \underline{\underline{y = -4}}$

③ $\left.\begin{array}{l} \text{Amigos: } x \\ \text{Paga cada uno: } y \text{ euros} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} xy = 6 \\ (x-2)(y+0'8) = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} xy = 6 \\ xy + 0'8x - 2y - 1'6 = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = \frac{6}{x} \\ xy + 0'8x - 2y = 7'6 \end{array}\right\}$

$x \frac{6}{x} + 0'8x - 2\frac{6}{x} = 7'6 \Rightarrow 6 + 0'8x - \frac{12}{x} = 7'6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x + 0'8x^2 - 12 = 7'6x \Rightarrow 0'8x^2 - 1'6x - 12 = 0 \Rightarrow$

$8x^2 - 16x - 120 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$.

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} \begin{cases} 5 \\ -2 \end{cases}$$

Por tanto son 5 amigos (el resultado negativo no es posible)

4) $P(-1)=8 \Rightarrow 2(-1)^4 - a(-1)^3 - 3a(-1)^2 - (a+2)(-1) + 3 = 8$

$\Rightarrow 2 + a - 3a + a + 2 + 3 = 8 \Rightarrow -a + 7 = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow -a = 1 \Rightarrow \underline{\underline{a = -1}}$

5) Factorícemos $2x^3 - 14x + 12$ y $x^2 + 2x - 3$

$$\left.\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & 0 & -14 & 12 \\
1 & & 2 & 2 & -12 \\
\hline
 & 2 & 2 & -12 & \boxed{0} \\
3 & & -6 & 12 & \\
\hline
 & 2 & -4 & \boxed{0} & \\
2 & & 4 & & \\
\hline
 & 2 & \boxed{0} & &
\end{array}\right\} \Rightarrow 2x^3 - 14x + 12 = 2(x-1)(x+3)(x-2)$$

$$\left.\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & 2 & -3 \\
1 & & 1 & 3 \\
\hline
 & 1 & 3 & \boxed{0}
\end{array}\right\} \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$$

Entonces: $\dfrac{2x^3 - 14x + 12}{x^2 + 2x - 3} = \dfrac{2\cancel{(x-1)}\cancel{(x+3)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+3)}} = \underline{\underline{2(x-2)}}$

6) $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$. Por tanto el MCM es $(x-1)(x-2)$:

$$\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2} = \frac{x(x-1) - x(x-2) - x}{(x-1)(x-2)} =$$

$$= \frac{x^2 - x - x^2 + 2x - x}{(x-1)(x-2)} = \frac{0}{(x-1)(x-2)} = \underline{\underline{0}}$$

7) a) $4(x-7) < 2(x+1) - 3x \Rightarrow 4x - 28 < 2x + 2 - 3x$

$\Rightarrow 4x - 2x + 3x < 2 + 28 \Rightarrow 5x < 30 \Rightarrow x < \dfrac{30}{5}$

$\Rightarrow x < 6$. Solución $\underline{\underline{(-\infty, 6)}}$

b) $\dfrac{2(x-1)}{3} - \dfrac{3(x-2)}{4} > \dfrac{4(x-3)}{5} - \dfrac{3}{10}$. Multipliquemos todos los términos por 60: $40(x-1) - 45(x-2) > 48(x-3) - 18 \Rightarrow$

$40x - 40 - 45x + 90 > 48x - 144 - 18 \Rightarrow$

$40x - 45x - 48x > -144 - 18 + 40 - 90 \Rightarrow -53x > -212$

$\Rightarrow x < \dfrac{-212}{-53} \Rightarrow x < 4$

Solución: $\underline{\underline{(-\infty, 4)}}$