

- Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**
 - $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) =$
 - $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(x)) =$
- Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de esta división. **(1 punto)**
- Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente $C(x)$ y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**
 - $-x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividido por $x + 2$
 - $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$ dividido por $x - 2$
- Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**
$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} - \frac{2x}{x - 3} - \frac{3x + 1}{x + 3} =$$
- Factoriza los siguientes polinomios: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**
 - $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$
 - $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2$
- El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 10. Halla el valor de k . **(1 punto)**
- El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además al dividirlo por $x - 1$ y por $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen b y c ? **(1 punto)**

1. Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula:
(2 puntos, 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) &= (2x + 3)(x^3 - 2x + 1) + 2(x^4 - 1) = \\ &= 2x^4 - 4x^2 + 2x + 3x^3 - 6x + 3 + 2x^4 - 2 = \\ &= \underline{\underline{4x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(x)) &= (x^4 - 1) - (x^3 - 2x + 1)(2 - (2x + 3)) = \\ &= x^4 - 1 - (x^3 - 2x + 1)(-2x - 1) = \\ &= x^4 - 1 - (-2x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x - 2x - 1) = \\ &= x^4 - 1 + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 2x + 1 = \\ &= \underline{\underline{3x^4 + x^3 - 4x^2}} \end{aligned}$$

2. Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de esta división.
(1 punto)

$$\begin{array}{r} 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1 \quad | \quad x^2 - 5x - 3 \\ - 4x^5 + 20x^4 + 12x^3 \quad \underline{\hspace{1.5cm}} \\ 17x^4 + 14x^3 - 5x + 1 \\ - 17x^4 + 85x^3 + 51x^2 \quad \underline{\hspace{1.5cm}} \\ 99x^3 + 51x^2 - 5x + 1 \\ - 99x^3 + 495x^2 + 297x \quad \underline{\hspace{1.5cm}} \\ 546x^2 + 292x + 1 \\ - 546x^2 + 2730x + 1638 \quad \underline{\hspace{1.5cm}} \\ 3022x + 1639 \end{array}$$

Cociente : $C(x) = 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546$

Resto : $R(x) = 3022x + 1639$

3. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente $C(x)$ y el resto R de la división. (2 puntos, 1 punto por apartado)

a) $-x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividido por $x + 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} -2 & -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ & & 2 & -4 & 4 & -6 & 12 & -30 \\ \hline & -1 & 2 & -2 & 3 & -6 & 15 & -31 \end{array}$$

Cociente: $C(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 6x + 15$

Resto: $R = -31$

b) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$ dividido por $x - 2$

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} & 3 \\ & & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} \\ \hline & \frac{1}{3} & \frac{4}{9} & \frac{35}{9} \end{array}$$

Cociente: $C(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$

Resto $R = \frac{35}{9}$

4. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: (1 punto)

$$\begin{aligned} \frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} &= \frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} = \\ &= \frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)} - \frac{(3x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \\ &= \frac{x^2-3x-2x(x+3)-(3x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \\ &= \frac{x^2-3x-2x^2-6x-3x^2+9x-x+3}{(x+3)(x-3)} = \\ &= \frac{-4x^2-x+3}{(x+3)(x-3)} = \frac{-4x^2-x+3}{x^2-9} \end{aligned}$$

5. Factoriza los siguientes polinomios: (2 puntos, 1 punto por apartado)

a) $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 1 & -5 & 3 & 13 & -8 & -12 \\ & & -1 & 6 & -9 & -4 & 12 \\ \hline & 1 & -6 & 9 & 4 & -12 & 0 \\ -1 & & -1 & 7 & -16 & 12 & \\ \hline & 1 & -7 & 16 & -12 & 0 & \\ 2 & & 2 & -10 & 12 & & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 & & \\ 2 & & 2 & -6 & & & \\ \hline & 1 & -3 & 0 & & & \\ 3 & & 3 & & & & \\ \hline & 1 & 0 & & & & \end{array}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12 &= \\ &= (x+1)(x+1)(x-2)(x-2)(x-3) = \\ &= \underline{\underline{(x+1)^2(x-2)^2(x-3)}} \end{aligned}$$

b) $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = x^2(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \\ 2 & & 2 & 6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \\ -3 & & -3 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

Por tanto

$$x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = \underline{\underline{x^2(x+1)(x-2)(x+3)}}$$

6. El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 10. Halla el valor de k . (1 punto)

Por el teorema del resto $P(2) = 10 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^4 - k \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 2 = 10 \Rightarrow 48 - 4k + 6 - 2 = 10$$

$$\Rightarrow -4k + 52 = 10 \Rightarrow -4k = -42 \Rightarrow k = \frac{-42}{-4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = \frac{21}{2}}}$$

7. El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además al dividirlo por $x - 1$ y por $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen b y c ? (1 punto)

El resto de dividir $x^2 + bx + c$ entre $x + 1$ es 0, entonces

$$P(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Rightarrow 1 - b + c = 0 (*)$$

$$\text{Además } P(1) = P(3) \Rightarrow 1^2 + b \cdot 1 + c = 3^2 + b \cdot 3 + c$$

$$\Rightarrow 1 + b + c = 9 + 3b + c \Rightarrow 1 + b = 9 + 3b$$

$$\Rightarrow -2b = 8 \Rightarrow \underline{\underline{b = -4}}. \text{ Sustituyendo este valor}$$

$$\text{en } (*) \text{ se obtiene: } 1 - (-4) + c = 0 \Rightarrow 5 + c = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{c = -5}}$$