1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. **[2 puntos; 1 punto por apartado]**

   a) $(2x-1)^2(3x-4)-(-x+1)(3x^2-4x+2)$

   b) $(3x^3-1)(2x-4)-(2x-3)(2-x)(x-1)$

2. Realiza la siguiente división: $(-6x^2+4x^3-3x^4-5):(x^2-2x+4)$. Indica el cociente y el resto de la misma. **[1 punto]**

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente** $C(x)$ **y el resto** R **de la división**. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $(7x^4-x^6+12x^2+2x^5+24):(x-4)$

   b) $(2x^8-17x^4-16x^6-11x^2+9):(x+3)$

4. **Utiliza las identidades notables** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(\sqrt{a}-2a\right)^2$

   b) $\left(\sqrt{3}-\frac{5}{3}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+\frac{5}{3}\right)$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones **sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini**. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $(-2x^4-4x^3-x^2+5x+70):(x+3)$

   b) $(-2x^6+6x^4+2x^3-x^2+3x-1):(x-2)$

6. Calcula el valor de m para que el resto de la división $(-2x^4+mx^2-mx+2):(x+2)$ sea igual a 6. **[1 punto]**

7. Utiliza la regla de Ruffini para **hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar** los siguientes polinomios. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

   a) $x^5-5x^4+3x^3+17x^2-28x+12$

   b) $x^4-x^3-5x^2-3x$

SOLUCIONES

1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. **[2 puntos; 1 punto por apartado]**

a) $(2x-1)^2(3x-4)-(-x+1)(3x^2-4x+2) =$

$= (4x^2-4x+1)(3x-4)-(-x+1)(3x^2-4x+2) =$

$= (12x^3-16x^2-12x^2+16x+3x-4)-(-3x^3+4x^2-2x+3x^2-4x+2) =$

$= 12x^3-16x^2-12x^2+16x+3x-4+3x^3-4x^2+2x-3x^2+4x-2 =$

$= \underline{\underline{15x^3-35x^2+25x-6}}$

b) $(3x^3-1)(2x-4)-(2x-3)(2-x)(x-1) =$

$= (6x^4-12x^3-2x+4)-(4x-2x^2-6+3x)(x-1) =$

$= (6x^4-12x^3-2x+4)-(-2x^2+7x-6)(x-1) =$

$= (6x^4-12x^3-2x+4)-(-2x^3+2x^2+7x^2-7x-6x+6) =$

$= 6x^4-12x^3-2x+4+2x^3-2x^2-7x^2+7x+6x-6 =$

$= \underline{\underline{6x^4-10x^3-9x^2+11x-2}}$

2. Realiza la siguiente división: $(-6x^2+4x^3-3x^4-5):(x^2-2x+4)$. <u>Indica el cociente y el resto de la misma</u>. **[1 punto]**

$$
\begin{array}{r|l}
-3x^4+4x^3-6x^2+0x-5 & x^2-2x+4 \\
+3x^4-6x^3+12x^2 & \overline{-3x^2-2x+2} \\
\hline
-2x^3+6x^2+0x-5 & \\
+2x^3-4x^2+8x & \\
\hline
2x^2+8x-5 & \\
-2x^2+4x-8 & \\
\hline
12x-13 &
\end{array}
$$

Cociente: $-3x^2-2x+2$

Resto: $12x-13$

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente $C(x)$ y el resto R de la división**. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(7x^4 - x^6 + 12x^2 + 2x^5 + 24\right):(x-4)$

	-1	2	7	0	12	0	24
4		-4	-8	-4	-16	-16	-64
	-1	-2	-1	-4	-4	-16	$\boxed{-40}$

Cociente: $-x^5 - 2x^4 - x^3 - 4x^2 - 4x - 16$

Resto: -40

b) $\left(2x^8 - 17x^4 - 16x^6 - 11x^2 + 9\right):(x+3)$

	2	0	-16	0	-17	0	-11	0	9
-3		-6	18	-6	18	-3	9	6	-18
	2	-6	2	-6	1	-3	-2	6	$\boxed{-9}$

Cociente: $2x^7 - 6x^6 + 2x^5 - 6x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x + 6$

Resto: -9

4. **Utiliza las identidades notables** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(\sqrt{a} - 2a\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{a}\cdot 2a + (2a)^2 =$

$= \underline{\underline{a - 4a\sqrt{a} + 4a^2}}$

b) $\left(\sqrt{3} - \frac{5}{3}\right)\cdot\left(\sqrt{3} + \frac{5}{3}\right) = \left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 3 - \frac{25}{9} =$

$= \frac{27}{9} - \frac{25}{9} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones **<u>sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini</u>**. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(-2x^4-4x^3-x^2+5x+70\right):(x+3)$ $R = P(-3)$. Entonces:

$$P(-3) = -2\cdot(-3)^4 - 4\cdot(-3)^3 - (-3)^2 + 5\cdot(-3) + 70 =$$
$$= -2\cdot 81 - 4\cdot(-27) - 9 - 15 + 70 =$$
$$= -162 + 108 - 9 - 15 + 70 = -8.$$

Por tanto $\underline{\underline{R = -8}}$

b) $\left(-2x^6+6x^4+2x^3-x^2+3x-1\right):(x-2)$ $R = P(2)$ Entonces:

$$P(2) = -2\cdot 2^6 + 6\cdot 2^4 + 2\cdot 2^3 - 2^2 + 3\cdot 2 - 1 =$$
$$= -2\cdot 64 + 6\cdot 16 + 2\cdot 8 - 4 + 6 - 1 =$$
$$= -128 + 96 + 16 - 4 + 6 - 1 = -15$$

Por tanto $\underline{\underline{R = -15}}$

6. Calcula el valor de k para que el resto de la división $\left(-2x^4+mx^2-mx+2\right):(x+2)$ sea igual a 6. **[1 punto]**

Por el teorema del resto $P(-2) = 6$.

$$P(-2) = -2\cdot(-2)^4 + m(-2)^2 - m(-2) + 2 =$$
$$= -2\cdot 16 + m\cdot 4 + m\cdot 2 + 2 =$$
$$= -32 + 4m + 2m + 2 = 6m - 30$$

Entonces: $6m - 30 = 6$;

$6m = 6 + 30$;

$6m = 36$;

$m = \frac{36}{6}$;

$\underline{\underline{m = 6}}$

7. Utiliza la regla de Ruffini para **hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar** los siguientes polinomios. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

a) $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 17x^2 - 28x + 12$

	1	-5	3	17	-28	12
1		1	-4	-1	16	-12
	1	-4	-1	16	-12	0
1		1	-3	-4	12	
	1	-3	-4	12	0	
2		2	-2	-12		
	1	-1	-6	0		
-2		-2	6			
	1	-3	0			
3		3				
	1	0				

$\begin{cases} 1 \text{ es raíz doble} \\ x-1 \text{ es factor doble} \end{cases}$

$\begin{cases} 2 \text{ es raíz} \\ x-2 \text{ es factor} \end{cases}$

$\begin{cases} -2 \text{ es raíz} \\ x+2 \text{ es factor} \end{cases}$

$\begin{cases} 3 \text{ es raíz} \\ x-3 \text{ es factor} \end{cases}$

Factorización:

$x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 17x^2 - 28x + 12 = \underline{\underline{(x-1)^2(x-2)(x+2)(x-3)}}$

b) $x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x$

Primero se extrae factor común:

$x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = x \cdot (x^3 - x^2 - 5x - 3)$

Ahora se factoriza $x^3 - x^2 - 5x - 3$:

	1	-1	-5	-3
-1		-1	2	3
	1	-2	-3	0
-1		-1	3	
	1	-3	0	
3		3		
	1	0		

$\begin{cases} -1 \text{ es raíz doble} \\ x+1 \text{ es factor doble} \end{cases}$

$\begin{cases} 3 \text{ es raíz} \\ x-3 \text{ es factor} \end{cases}$

Factorización:

$x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = x(x+1)^2(x-3)$