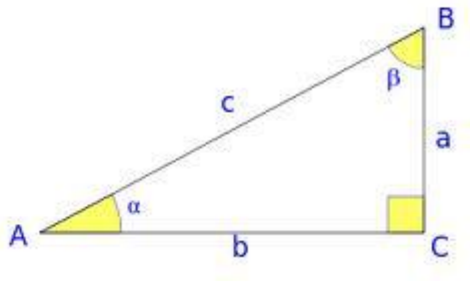
TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

Dado el siguiente triángulo rectángulo:



$$\text{seno de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\text{eno de } \alpha = \frac{\text{cateto próximo}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan\text{gente de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto próximo}} \qquad tg\,\alpha = \frac{a}{b}$$

Estas relaciones se llaman **razones trigonométricas** del ángulo α .

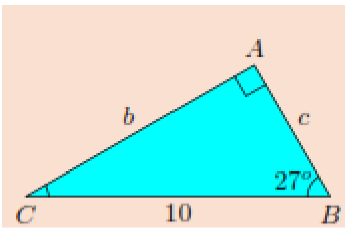
Los valores de seno y coseno siempre estarán entre -1 y 1 y en cambio la tangente puede tomar cualquier valor

Ejercicios:

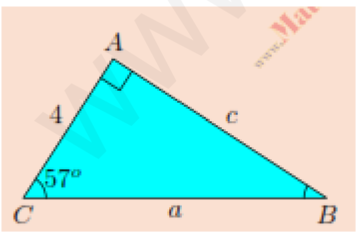
1. Escribe las razones trigonométricas del ángulo β

2. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos.

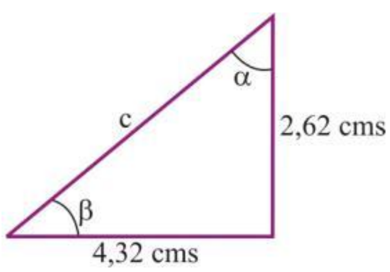
a)



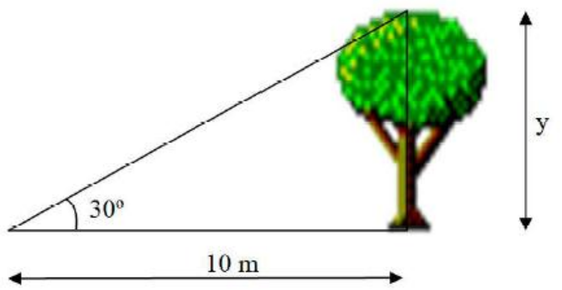
b)



c)



3. Calcula la altura de un árbol que a una distancia de 10 m se ve bajo un ángulo de 30º.



RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Los valores de las tres razones trigonométricas estudiadas (sen , cos y tan) no son independientes, sino que están relacionadas de tal manera que conociendo el valor de una de ellas, se puede calcular el valor de las otras dos. Las relaciones que las ligan son las llamadas **relaciones trigonométricas fundamentales**, y son:

$$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$$

Ejercicios

4. Sabiendo que $\cos\alpha = 0{,}63$, calcular $sen\alpha$ y $tg\alpha$

5. Sabiendo que $sen\alpha = \frac{3}{2}$ calcula $\cos\alpha$ y $tg\alpha$

6. Sabiendo que $tg\alpha = \frac{1}{2}$ calcula $sen\alpha$ y $\cos\alpha$

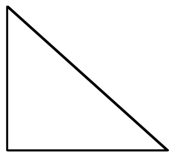
7. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{sen^3\alpha + \cos^2\alpha . sen\alpha}{sen\alpha} =$$

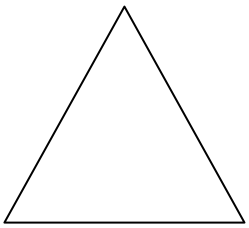
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE 30º , 45º Y 60º

Dado que estos ángulos son muy comunes en trigonometría vamos a calcular sus razones trigonométricas.

Razones trigonométricas de 45º



Razones trigonométricas de 30º y de 60º



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Ejercicios

1. Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12°. ¿A qué distancia del pueblo se halla?

2. Hallar el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda de 24.6 m tiene como arco correspondiente uno de 70°

3. Rosa esta haciendo volar su cometa. Ha soltado 36 m de hilo y mide el ángulo que forma la cuerda con la horizontal: 62º. Calcula la altura a la que se encuentra la cometa sabiendo que la mano que sostiene la cuerda está a 83 cm del suelo.

4. ¿Cuánto mide la apotema de un pentágono regular de lado 10 cm?

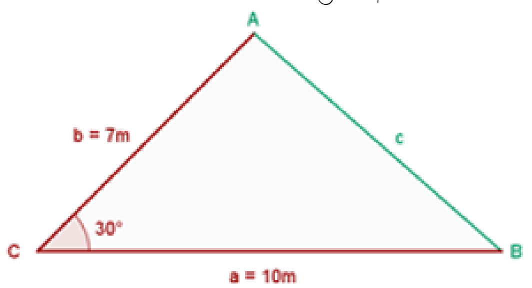
5. Desde un satélite artificial se ve la tierra bajo un ángulo de 140º. Calcular:
   a) La distancia a la que se encuentra la tierra.
   b) La superficie terrestre visible desde el satélite.
   Radio de la tierra = 6 366 km.

6. ¿A qué altura sobre la superficie de la tierra hemos de subir para ver un lugar situado a 10 000 km de distancia.

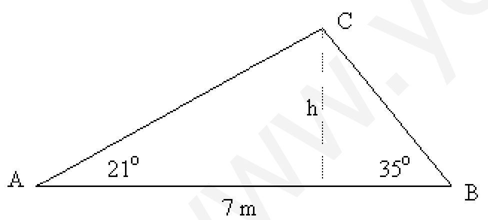
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Veamos los dos casos de resolución de este tipo de triángulos.

Caso 1: Calcular el área y el perímetro de este triángulo



Caso 2: Calcular el área y el perímetro de este triángulo



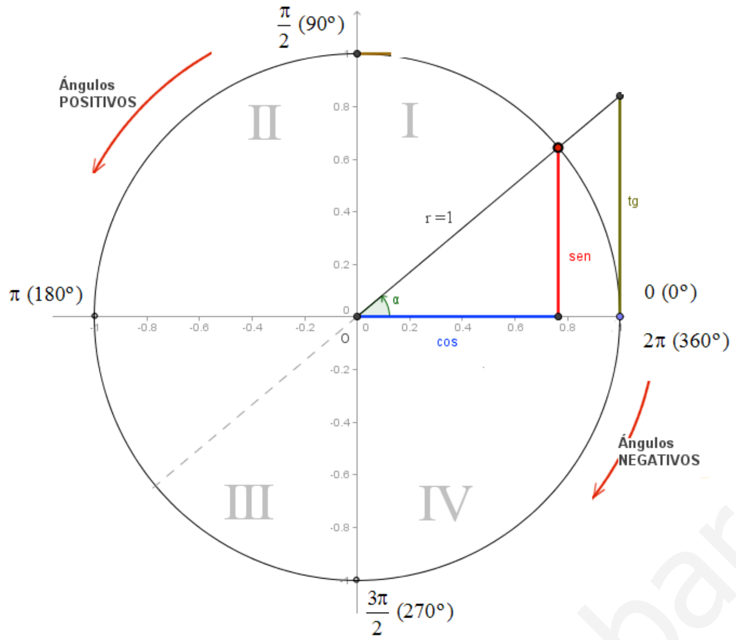
Ejercicios:

7. Dos observadores situados a 70 metros de distancia ven un globo situado entre ellos y en el mismo plano vertical bajo ángulos de elevación de 25º y 70º. Halla la altura del globo y las distancias que los separan de cada uno de los dos observadores.

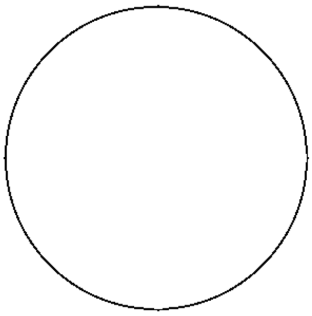
8. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60°.

LA CIRCUNFERENCIA GONIOMÉTRICA

La circunferencia goniométrica es una circunferencia de radio 1. Dicha circunferencia se utiliza con el fin de poder estudiar fácilmente las razones trigonométricas, mediante la representación de triángulos rectángulos auxiliares.

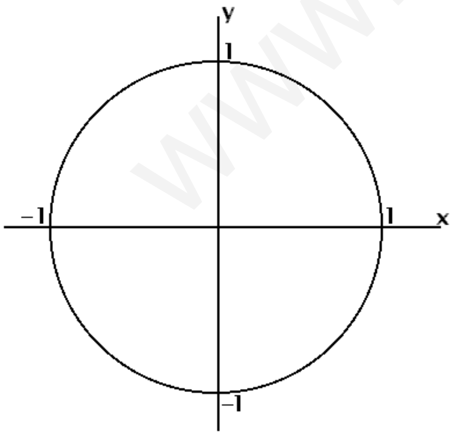


Un **radian** es un ángulo cuyo arco mide lo mismo que su radio

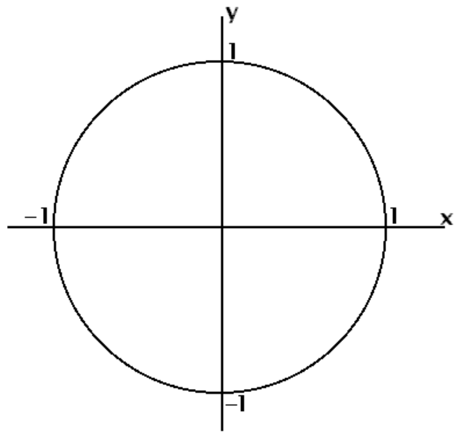


Vamos a ver las relaciones que existen entre las razones trigonométricas de un ángulo del primer cuadrante con otros ángulos de otros cuadrantes.

α y 90-α



α y 90+α



sen (90-α) =

cos (90-α) =

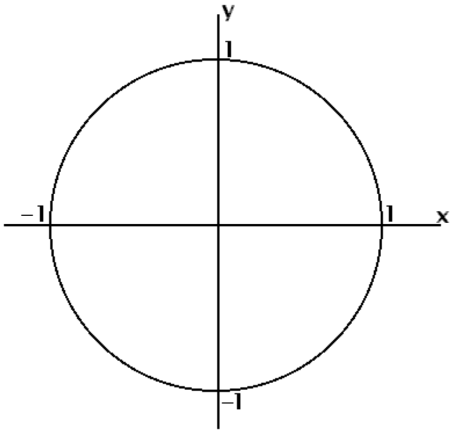
tg (90-α) =

sen (90+α) =

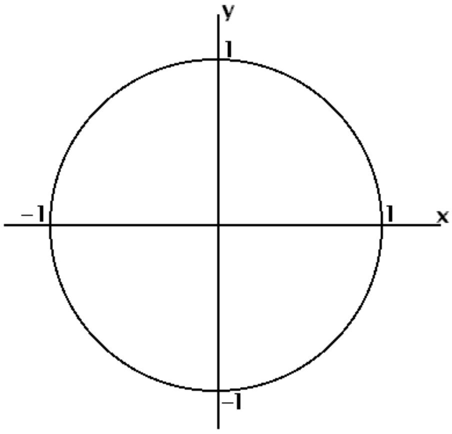
cos (90+α) =

tg (90+α) =

α y 180-α



α y 180+α



sen (180-α) =

cos (180-α) =

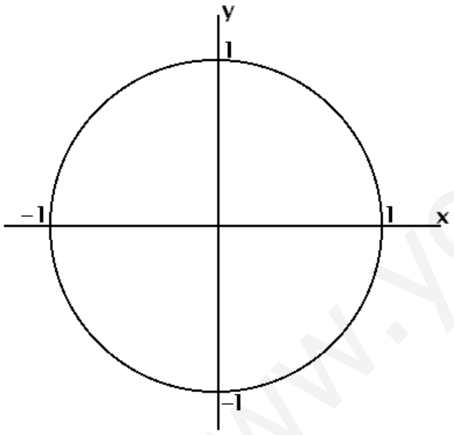
tg (180-α) =

sen (180+α) =

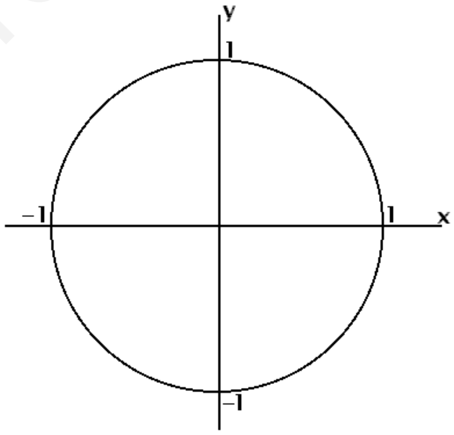
cos (180+α) =

tg (180+α) =

α y 270-α



α y 270+α



sen (270-α) =

cos (270-α) =

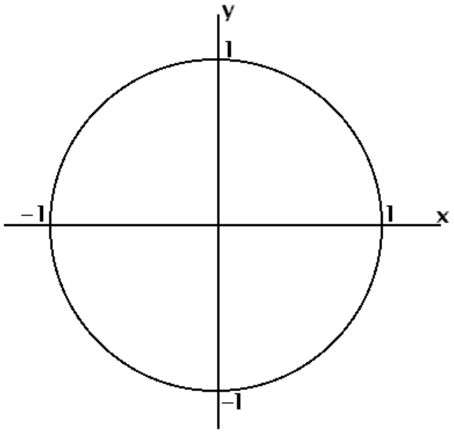
tg (270-α) =

sen (270+α) =

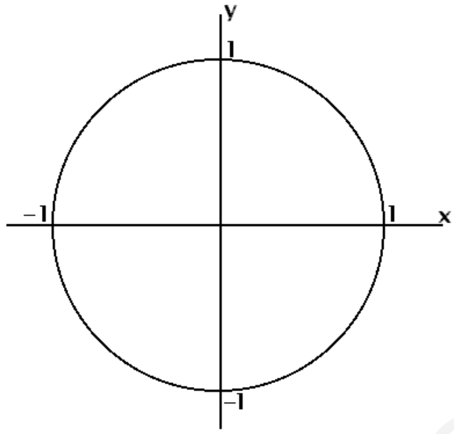
cos (270+α) =

tg (270+α) =

α y $360-\alpha$



α y $360+\alpha$



sen $(360-\alpha)$ =

cos $(360-\alpha)$ =

tg $(360-\alpha)$ =

sen $(360+\alpha)$ =

cos $(360+\alpha)$ =

tg $(360+\alpha)$ =

Ejercicios.

9. Sin ayuda de la calculadora, indica los valores de las siguientes razones trigonométricas:

a) sen 150º b) cos (-330º) c) tan 315º d) cos 135º

10. Sin ayuda de la calculadora, indica los valores de las siguientes razones trigonométricas:

a) sen 1305º

b) cos 1920º

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Una ecuación trigonométrica es aquella ecuación en la que aparecen una o más funciones trigonométricas. En las ecuaciones trigonométricas la incógnita es el ángulo común de las funciones trigonométricas.

Veamos unos ejemplos:

a) $\operatorname{sen} x = 1/2$

b) $\cos x = 0{,}4$

c) $\operatorname{tg} x = 3$

d) $\operatorname{sen}(2x-3) = 0{,}8$

e) $3\cos x = 2$

f) $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x = 0$

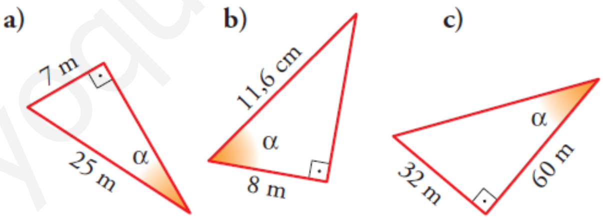
g) $3sen^2 x - 5\, sen\, x + 2 = 0$

h) $cos^2 x - 3\, sen^2 x = 0$

i) $2 \cos x = 3\, tg\, x$

EJERCICIOS

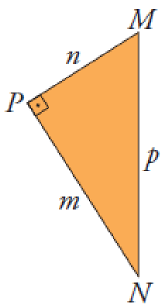
1. Halla los ángulos α de cada uno de los siguientes triángulos rectángulos.



Sol: a) $\alpha = 27{,}82$ b) $\alpha = 46{,}38$ c) $\alpha = 28{,}03$

2. Observa el triángulo rectángulo *MPN*, y en las siguientes igualdades, sustituye los puntos suspensivos por *sen*, *cos* o *tg*.

a) … $\hat{M} = \frac{m}{p}$ **b)** … $\hat{N} = \frac{m}{p}$ **c)** … $\hat{M} = \frac{m}{n}$ **d)** … $\hat{N} = \frac{n}{p}$



3. ¿Existe algún ángulo *a* tal que *sen a* = 3/5 y *tg a* = 1/4? Razla respuesta.

4. Halla las razones trigonométricas de los ángulos agudos de los siguientes triángulos rectángulos ($\hat{A} = 90^\circ$):
a) $b = 56$ cm; $a = 62{,}3$ cm b) $b = 33{,}6$ cm; $c = 4{,}5$ cm c) $c = 16$ cm; $a = 36$ cm
Sol: a) B = 61,16 C = 28,84 b) B = 82,31 C = 7,69 c) B = 63,64 C = 26,36.

5. Halla la medida de los lados y ángulos desconocidos en los siguientes triángulos rectángulos ($\hat{A} = 90°$):
a) $b = 7$ cm $c = 18$ cm b) $a = 25$ cm $b = 7$ cm c) $b = 18$ cm $\hat{B} = 40°$ d) $c = 12{,}7$ cm $\hat{B} = 65°$
e) $a = 35$ cm $\hat{C} = 36°$
Sol: a) $a \approx 19{,}31$ cm; $B \approx 21°15'2''$; $C = 68°44'58''$ b) $c = 24$ cm; $B \approx 16°15'37''$; $C = 73°44'23''$
c) $C = 50°$; $a \approx 28$ cm; $c \approx 21{,}45$ cm d) $C = 25°$; $b \approx 27{,}23$ cm; $a \approx 30{,}05$ cm
e) $B = 54°$; $c \approx 20{,}57$ cm; $b \approx 28{,}32$ cm.

6. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos ($C = 90°$) hallando la medida de todos los elementos desconocidos:
a) $a = 5$ cm, $b = 12$ cm. Halla c, A, B. b) $a = 43$ m, $A = 37°$. Halla b, c, B.
c) $a = 7$ m, $B = 58°$. Halla b, c, A. d) $c = 5{,}8$ km, $A = 71°$. Halla a, b, B.
e) $c = 5$ cm, $B = 43°$. Halla a, b, A.
Sol: a) $c = 13$ cm; $A = 22°37'11{,}5''$ y $B = 67°22'48{,}5''$
b) $B = 53°$; $c = 71{,}45$ m y $b = 57{,}06$ m
c) $A = 32°$; $c = 13{,}2$ m y $b = 11{,}2$ m
d) $B = 19°$; $a = 5{,}48$ km y $1{,}89$ km
e) $A = 47°$; $a = 3{,}66$ cm y $b = 3{,}41$ cm.

7. Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?
Sol: 15,1 m mide el árbol.

8. Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared? **Sol: $a = 66°25'19''$**

9. Al recorrer 3 km por una carretera, hemos ascendido 280 m. ¿Qué ángulo forma la carretera con la horizontal?
Sol: 5° 21' 19,44".

10. Si queremos que una cinta transportadora de 25 metros eleve la carga hasta una altura de 15 metros, ¿qué ángulo se deberá inclinar la cinta? **Sol: 36° 52' 11,6"**

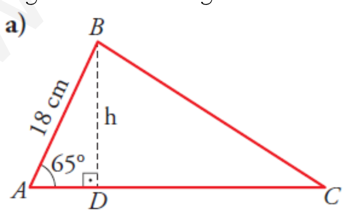
11. Una persona de 1,78 m de estatura proyecta una sombra de 66 cm, y en ese momento un árbol da una sombra de 2,3 m.
a) ¿Qué ángulo forman los rayos del Sol con la horizontal? b) ¿Cuál es la altura del árbol?
Sol: a) 69° 39' 21,2" b) 6,203 m.
Calcula los lados iguales y el área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 24 cm y el ángulo opuesto a la base mide 40°. **Sol: lados iguales≈ 35,1 cm y área 396 cm^2.**

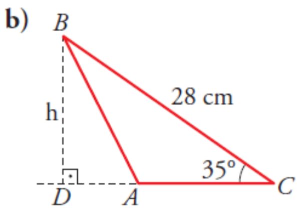
12. El lado de un rombo mide 8 cm y el ángulo menor es de 38°. ¿Cuánto miden las diagonales del rombo?
Sol: 5,2 cm y 15,2 cm.

13. De un triángulo isósceles conocemos su lado desigual, 18 m, y su altura, 10 m. ¿Cuánto miden sus ángulos?
Sol: $a = 48°46''$ y $\beta = 83°58'28''$

14. Para determinar la altura de un poste nos hemos alejado 7 m de su base y hemos medido el ángulo que forma la visual al punto más alto con la horizontal, obteniendo un valor de 40°. ¿Cuánto mide el poste? **Sol: 5,87 m.**

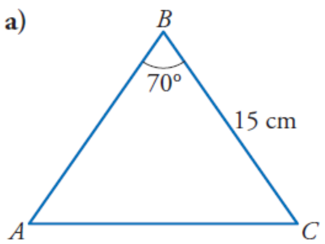
15. Calcula la altura, h, de los siguientes triángulos:

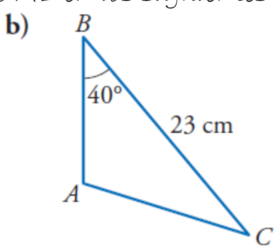




Sol: a) h ≈ 16,3 cm b) h ≈ 16,1 cm.

16. Calcula la altura sobre el lado AB en los siguientes triángulos:

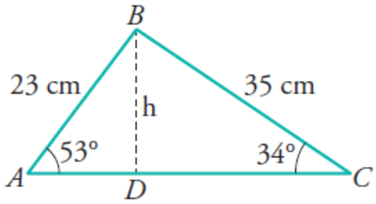




Sol: a) h ≈ 14,1 cm b) h ≈ 14,8 cm.

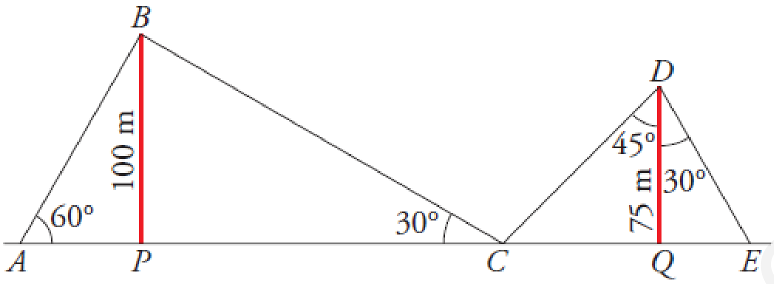
17. Halla:

a) La longitud AC. b) El área del triángulo ABC.



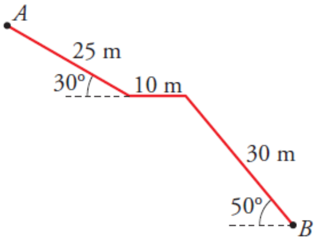
Sol: a) 42,84 cm b) $A_{ABC} \approx 393{,}49$ cm²

18. Dos antenas de radio están sujetas al suelo por cables tal como indica la figura. Calcula la longitud de cada uno de los tramos de cable y la distancia AE.



Sol: AP ≈57,74 m; PC 173,21 m; CQ = 75 m; QE ≈43,3 m y AE = 349,25 m

19. Una escalera para acceder a un túnel tiene la forma y las dimensiones de la figura. Calcula la profundidad del punto B.



Sol: 35,48 m.

20. Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿Qué ángulo forma ese tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km por esa carretera?

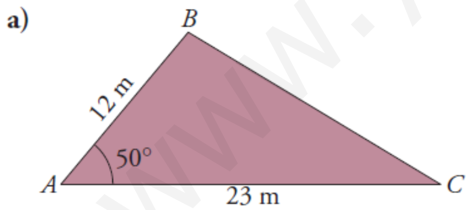
Sol: a= 6° 53' 32'' y 840 m.

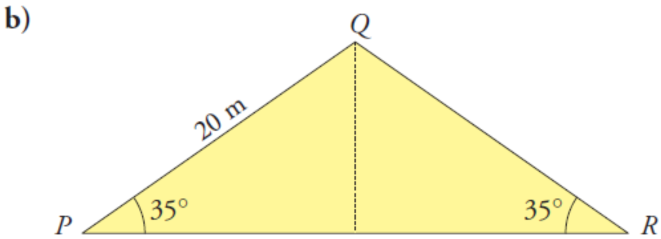
21. En una ruta de montaña, una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1 265 m. Halla la pendiente media de esa ruta y el ángulo que forma con la horizontal.

Sol: $tg\ a$ = 0,162 8 16,2%.

22. Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50°. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura? Sol: Radio de la circunferencia ≈ 10,14 cm.

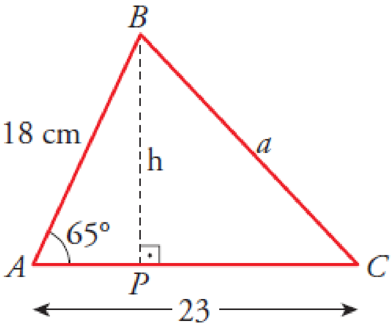
23. Calcula el área de cada uno de estos triángulos:





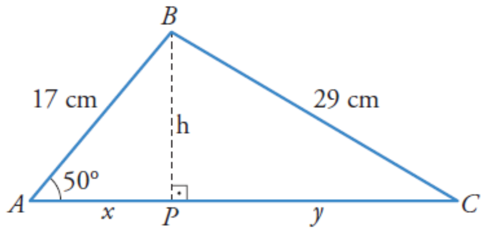
Sol: a) 105,685 m² b) ≈ 188 m²

24. En el triángulo ABC calcula h y a.



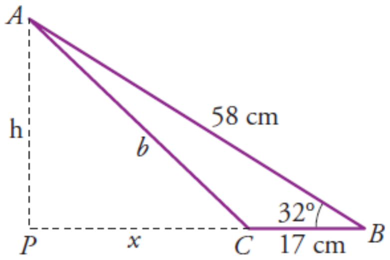
Sol: h ≈ 16,31 cm y a ≈ 22,42 cm.

25. En el triángulo ABC halla x, h e y.



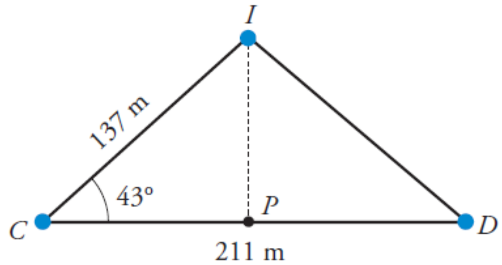
Sol: $x \approx 10{,}93$ cm; h $\approx 13{,}02$ cm; $y \approx 25{,}91$ cm.

26. Calcula h, x y b.



Sol: h $\approx 30{,}74$ cm; $x \approx 32{,}19$ cm; b $\approx 44{,}51$ cm.

27. Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137 m; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211 m, y el ángulo, 43°, bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. ¿Cuál es la distancia que hay de la iglesia al depósito de agua?

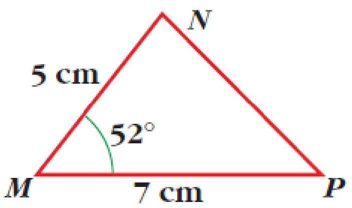


Sol: Distancia $\approx 144{,}93$ m.

28. Considera este triángulo:

a) Calcula la proyección de MN sobre MP. b) Halla la altura correspondiente a la base MP.

c) Calcula el área del triángulo.

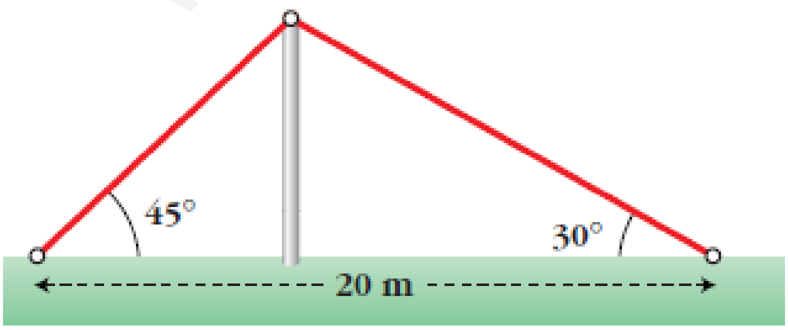


Sol: a) 3,08 cm b) 3,94 cm c) 13,79 cm²

29. Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento, el avión se encuentra a una altura de 1 200 metros y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de 30°. ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si esta mide 40 m de altura?

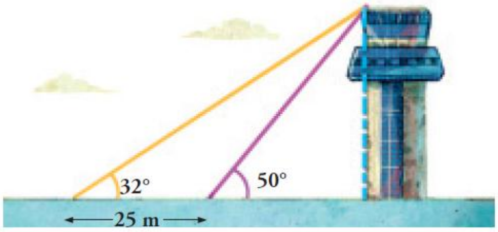
Sol: La distancia del avión al pie de la torre es de 2 340,3 m.

30. Hemos colocado un cable sobre un mástil que lo sujeta como muestra la figura. ¿Cuánto miden el mástil y el cable?



Sol: 7,32 m (mástil) y 24,99 m (cable).

31. Desde el lugar donde me encuentro, la visual de la torre forma un ángulo de 32º con la horizontal.



Sol: 32,84 m.

32. Calcula la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas:

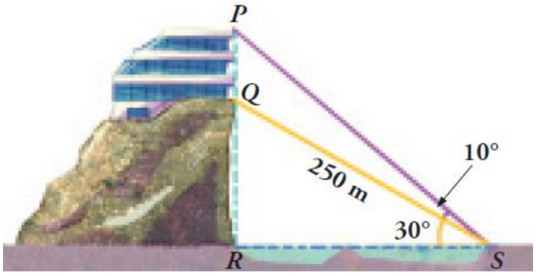
— El ángulo que forma la visual hacia la luz con la línea de horizonte es de 25º.

— Nos alejamos 200 metros y el ángulo que forma ahora dicha visual es de 10º.

Sol: 56,7 m.

33. Una estatua de 2,5 m está colocada sobre un pedestal. Desde un punto del suelo se ve el pedestal bajo un ángulo de 15º y la estatua bajo un ángulo de 40º. Calcula la altura del pedestal. **Sol: 0,58 m.**

34. Para calcular la altura del edificio, PQ, hemos medido los ángulos que indica la figura. Sabemos que hay un funicular para ir
de S a Q, cuya longitud es de 250 m. Halla PQ.

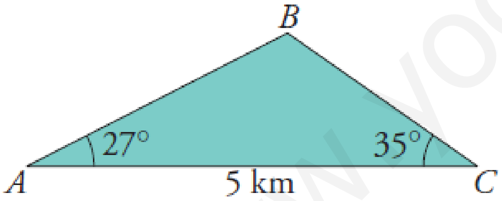


Sol: La altura del edificio es de 56,66 m.

35. Las tangentes a una circunferencia de centro O, trazadas desde un punto exterior, P, forman un ángulo de 50º. Halla la distancia PO sabiendo que el radio de la circunferencia es 12,4 cm. **Sol: PO ≈ 29,34 cm.**

36. Dos edificios distan entre sí 150 metros. Desde un punto del suelo que está entre los dos edificios, vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35º y 20º. ¿Cuál es la altura de los edificios, si sabemos que los dos miden lo mismo? **Sol: La altura de los dos edificios es de 35,92 m.**

37. En dos comisarías de policía, A y C, se escucha la alarma de un banco B. Con los datos de la figura, calcula la distancia
del banco a cada una de las comisarías.

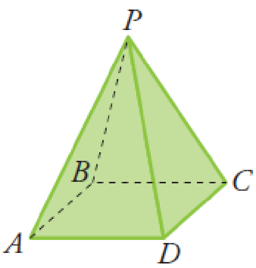


Sol: 3,24 km y 2,57 km.

38. Halla el área de un octógono regular de 12 cm de lado. **Sol: 695,52 cm²**

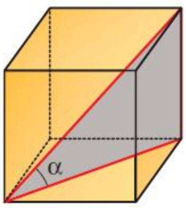
39. En un trapecio isósceles de bases AB y DC, conocemos los lados $AB = 5$ m y $BC = 3\sqrt{2}$ m, y los ángulos que forma la base mayor con los lados oblicuos, que son de 45º. Halla su área. **Sol: 24 m².**

40. El lado de la base de una pirámide cuadrangular regular mide 6 m y el ángulo APD i $= 60º$. Halla su volumen.



Sol: $36\sqrt{2}$ m³.

41. Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista 6 cm con la diagonal de la base.



Sol: α = 35º 15' 52''

42. Desde un faro F se observa un barco A bajo un ángulo de 43° con respecto a la línea de la costa; y un barco B, bajo un ángulo de 21°. El barco A está a 5 km de la costa, y el B, a 3 km. Calcula la distancia entre los barcos.
Sol: La distancia entre A y B es de 3,16 km.

43. Si *sen* $a = 0{,}28$, calcula *cos* a y *tg* a utilizando las relaciones fundamentales ($a < 90°$).
Sol: *cos* $a = 0{,}96$; *tg* $a \approx 0{,}292$.

44. Halla el valor exacto (con radicales) de *sen* a y *tg* a sabiendo que *cos* $a = 2/3$ ($a < 90°$).
Sol: *sen* $a = \sqrt{5}/2$ tg $\alpha = 3\sqrt{5}/4$

45. Si *tg* a = , calcula *sen* a y *cos* a ($a < 90°$). **Sol: *sen* $a = \sqrt{30}/6$; cos $\alpha = \sqrt{6}/6$**

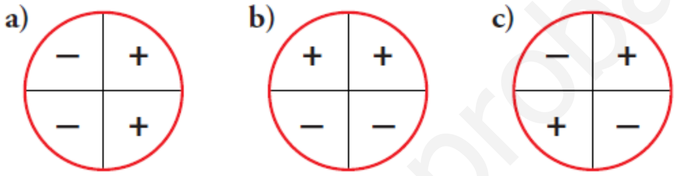
46. Calcula el valor exacto (utilizando radicales) de las razones trigonométricas que faltan en la tabla siguiente ($a < 90°$):

sen α	2/3		
cos α		$\sqrt{2}/3$	
tg α			2

Sol: a) 2/3 , $\sqrt{5}/3$, $2\sqrt{5}/5$ b) $\sqrt{7}/3$, $\sqrt{2}/3$, $\sqrt{7}/\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{5}/5$, $\sqrt{5}/5$, 2.

47. Sitúa en la circunferencia goniométrica los siguientes ángulos e indica el signo de sus razones trigonométricas.
a) 128° b) 198° c) 87° d) 98° e) 285° f) 305°

48. En cada uno de estos círculos está indicado el signo de las razones trigonométricas de α, según el cuadrante en el que esté α. ¿Cuál corresponde a *sen* a. ¿Cuál a *cos* a? ¿Y cuál a *tg* a?



49. Indica, en cada caso, en qué cuadrante está el ángulo a:
a) *sen* $a > 0$, *cos* $a < 0$ b) *tg* $a > 0$, *cos* $a > 0$ c) *sen* $a < 0$, *cos* $a > 0$ d) *sen* $a < 0$, *cos* $a < 0$

50. Dibuja de forma aproximada, sobre la circunferencia goniométrica, ángulos que cumplan las siguientes condiciones
a) *sen* $\alpha = -1/2$, *tg* $\alpha > 0$ b) *cos* $\alpha = 3/4$, $\alpha > 90°$ c) *tg* $\beta = -1$, *cos* $\beta < 0$ d) *tg* $\alpha = 2$, *cos* $\alpha < 0$

51. Sobre la circunferencia goniométrica busca la relación que existe entre las razones trigonométricas de:
a) $90-\alpha$ y α b) $90+\alpha$ y α c) $180-\alpha$ y α d) $180+\alpha$ y α e) $270-\alpha$ y α f) $270+\alpha$ y α g) $360-\alpha$ y α ($\alpha < 90°$)

52. Si *sen* $\alpha = 0{,}35$ y $\alpha < 900$, halla:
a) *sen* $(180° - \alpha)$ b) *sen* $(\alpha + 90°)$ c) *sen* $(180° + \alpha)$ d) *sen* $(360° - \alpha)$ e) *sen* $(90° - \alpha)$ f) *sen* $(360° + \alpha)$
Sol: a) 0,35 b) 0,94 c) –0,35 d) –0,35 e) 0,94 f) 0,35.

53. Calcula las razones trigonométricas de los siguientes ángulos ayudándote de la circunferencia goniométrica.
a) 150° b) 240° c) 300° d) 225° e) 100° f) 320°

54. Calcula las razones trigonométricas de 55°, 125°, 145°, 215°, 235°, 305° y 325° a partir de las razones trigonométricas de 35°:
sen 35° = 0,57; *cos* 350 = 0,82; *tg* 35° = 0,70

55. Expresa con un ángulo del primer cuadrante:
a) *sen* 1 215° b) *cos* (–100°) c) *tg* (–50°) d) *cos* 930° e) *tg* 580° f) *sen* (–280°)

56. Expresa con un ángulo del primer cuadrante:
a) *sen* 150° b) *cos* 135° c) *tg* 210° d) *cos* 225° e) *sen* 315° f) *tg* 120° g) *tg* 340° h) *cos* 200° i) *sen* 290°

57. Busca, en cada caso, un ángulo comprendido entre 0° y 360°, cuyas razones trigonométricas coincidan con el ángulo dado:
a) 3 720° b) 1 935° c) 2 040° d) 3 150° e) –200° f) –820°

58. Sabiendo que *tg* $a = -2$ y $a < 180°$, halla *sen* a y *cos* a. **Sol: sen $\alpha = 2/\sqrt{5}$ y cos $\alpha = -1/\sqrt{5}$**

59. ¿Existe algún ángulo agudo cuyo seno sea mayor que la tangente? Justifica la respuesta.

60. En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide el doble que el otro. ¿Cuánto valen las razones trigonométricas del ángulo menor? **Sol:** $sen\,\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ $tg\,\alpha = \dfrac{1}{2}$

61. Usando las relaciones fundamentales, demuestra que:

a) $(sen\ \alpha + cos\ \alpha)^2 + (sen\ \alpha - cos\ \alpha)^2 = 2$

b) $\dfrac{(sen\ \alpha)^3 + sen\ \alpha \cdot (cos\ \alpha)^2}{sen\ \alpha} = 1$ c) $\dfrac{(sen\ \alpha)^3 + sen\ \alpha \cdot (cos\ \alpha)^2}{cos\ \alpha} = tg\ \alpha$

d) $1 + (tg\ \alpha)^2 = \dfrac{1}{(cos\ \alpha)^2}$

62. Calcula los ángulos del primer cuadrante que cumplan:

a) sen $\alpha = 0{,}73$ b) cos $\alpha = 0{,}6$ c) tg $\alpha = 2$ d) sen $\alpha = 0{,}5$ e) cos $\alpha = 0{,}9$ f) tg $\alpha = 0{,}98$

Sol: a) 46,89º y 133,11º b) 53,13º y 303,87º c) 63,43º y 243,43º d) 30º y 150º e) 25,84º y 334,84º f) 44,42º y 224,42º

63. Resuelve las siguientes ecuaciones sabiendo que $0° \leq x \leq 360°$:

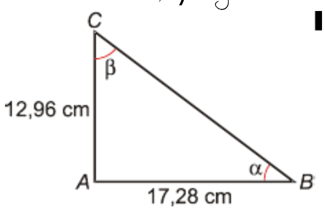
a) $(sen\ x)^2 - sen\ x = 0$ b) $2(cos\ x)^2 - \sqrt{3}\ cos\ x = 0$

c) $3\ tg\ x + 3 = 0$ d) $4(sen\ x)^2 - 1 = 0$ e) $2(cos\ x)^2 - cos\ x - 1 = 0$

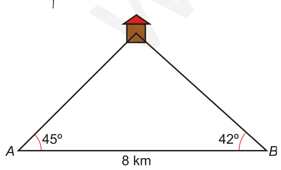
Sol: a) $x = 0$ $x = 180°$ $x = 90°$ b) $x = 90°$ $x = 270°$ $x = 30°$ $x = 330°$
c) $x = 135°$ $x = 315°$ d) $x = 30°$ $x = 150°$ $x = 210°$ $x = 330°$ e) $x = 0°$ $x = 120°$ $x = 120°$

AUTOEVALUACIÓN

1. Calcula α , β y el valor del cateto que falta en el siguiente triángulo.



2. El ángulo que forma el suelo con la recta que une el extremo de la sombra de un árbol con la parte superior del árbol es de 40º. Calcula la longitud de la sombra sabiendo que el árbol mide 15 m de altura.
3. ¿Con qué ángulo sobre la pared he de apoyar una escalera de 8 metros para alcanzar una altura de 6 metros?
4. Sabiendo que cos $\alpha = 1/4$, y que $270º < \alpha < 360°$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α.
5. Demuestra mediante la circunferencia goniométrica las relaciones entre las razones trigonométricas entre α y 180- α , y , α y 270- α
6. Sabiendo que el sen 25º = 0,423, calcula el seno, el coseno y la tangente de 1685º
7. La base de un triángulo isósceles mide 64 cm, y el ángulo que se forma entre los lados iguales es de 40º. Calcula el perímetro y el área del triángulo.
8. El ángulo que se forma en la intersección de dos caminos es de 68º. La granja A está a 230 m de ese punto, y la granja B, a 435 m.
¿A qué distancia en línea recta está la granja A de la granja B?
9. Dos ambulancias, distanciadas 8 km en línea recta, reciben una llamada de urgencia de una casa. Observa la figura y calcula la distancia que separa a cada ambulancia de la casa:



10. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30º y si nos acercamos 10 m, la vemos bajo un ángulo de 60º.

11. Un avión vuela entre dos ciudades, A y B, que distan 80 km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29o y 43o con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión?

12. Demuestra las siguientes igualdades trigonométricas:

$$\frac{sen^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^4\alpha}{sen^2\alpha} = \frac{1}{\tan^2\alpha} \qquad \frac{sen^4\alpha - \cos^4\alpha}{sen^2\alpha - \cos^2\alpha} = 1$$