

PÁGINA 188

En este torneo de ajedrez participan 80 jugadores. La finalidad del torneo es clasificar al 10% de los participantes para la fase final. La tabla resume los resultados finales:

PUNTUACIÓN	6	5,5	5	4,5	4	...
N.º DE JUG.	4	3	3	8	7	...

1 Teniendo en cuenta la tabla anterior, ¿cuál es la menor puntuación con la que se ha clasificado un jugador?

El 10% de 80 es 8. Este es el número de jugadores que se clasifican para la fase final. Por tanto, se clasificarán los cuatro que han obtenido 6 puntos, los tres de 5,5 puntos y uno de los que han obtenido 5 puntos.

Por tanto, la menor puntuación con la que se ha clasificado un jugador es 5 puntos.

2 De los 80 jugadores, hay 16 con el título de Maestro Provincial (M.P.). Sus puntuaciones en el torneo se dan en la tabla siguiente:

PUNTOS	6	5,5	5	4,5	4
N.º DE M.P.	4	2	2	6	2

¿Cuál ha sido la puntuación media de estos jugadores (M.P.)?

$$\text{Puntuación media} = \frac{4 \cdot 6 + 2 \cdot 5,5 + 2 \cdot 5 + 6 \cdot 4,5 + 2 \cdot 4}{4 + 2 + 2 + 6 + 2} = \frac{80}{16} = 5$$

La puntuación media de los M.P. ha sido de 5 puntos.

PÁGINA 189

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

1 Deseamos hacer un estudio comparativo de algunos aspectos de los distintos países del mundo (número de habitantes, renta per cápita, religión predominante y número de ciudades con más de 500 000 habitantes). En este estudio estadístico, ¿cuál es la población? ¿Cuáles son los individuos? Di cuáles son las variables y de qué tipo son.

- Población → los países del mundo.
- Individuos → cada uno de los países.
- Variables:
 - N.º de habitantes → cuantitativa discreta.
 - Renta per cápita → cuantitativa continua.
 - Religión predominante → cualitativa.
 - N.º de ciudades con más de 500 000 habitantes → cuantitativa discreta.

PÁGINA 191

- 1** Reparte los cuarenta datos del ejercicio resuelto anterior en 10 intervalos con el mismo recorrido total.

Tomando $r' = 30$ y siendo 10 el número de intervalos, la longitud de cada intervalo será de $\frac{30}{10} = 3$.

INTERVALO	MARCAS DE CLASE	FRECUENCIAS
148,5 - 151,5	150	2
151,5 - 154,5	153	1
154,5 - 157,5	156	1
157,5 - 160,5	159	6
160,5 - 163,5	162	7
163,5 - 166,5	165	9
166,5 - 169,5	168	6
169,5 - 172,5	171	3
172,5 - 175,5	174	4
175,5 - 178,5	177	1

- 2** Reparte los cuarenta datos del ejercicio resuelto anterior en 8 intervalos. Para ello, toma $r' = 32$.

Tomando $r' = 32$ y siendo 8 el número de intervalos, la longitud de cada uno de ellos será $\frac{32}{8} = 4$.

INTERVALO	MARCAS DE CLASE	FRECUENCIAS
147,5 - 151,5	149,5	2
151,5 - 155,5	153,5	1
155,5 - 159,5	157,5	4
159,5 - 163,5	161,5	10
163,5 - 167,5	165,5	12
167,5 - 171,5	169,5	6
171,5 - 175,5	173,5	4
175,5 - 179,5	177,5	1

PÁGINA 193

- 1** Halla, manualmente y con calculadora, \bar{x} , σ y C.V. en la tabla obtenida en el ejercicio resuelto de la página 191:

x_i	151	156	161	166	171	176
f_i	2	4	11	14	5	4

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
151	2	302	45 602
156	4	624	97 344
161	11	1 771	285 131
166	14	2 324	385 784
171	5	855	146 205
176	4	704	123 904
	40	6 580	1 083 970

$$\bar{x} = \frac{6580}{40} = 164,5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1\,083\,970}{40} - 164,5^2} = 6,24$$

$$\text{C.V.} = \frac{6,24}{164,5} = 0,038 \rightarrow 3,8\%$$

2 Halla, manualmente y con calculadora, \bar{x} , σ y C.V. en la distribución de los ejercicios 1 y 2 de la página 191.

Compara los resultados entre sí y con los del ejercicio 1 de esta página.

1.ª distribución

INTERVALOS	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
148,5 - 151,5	150	2	300	45 000
151,5 - 154,5	153	1	153	23 409
154,5 - 157,5	156	1	156	24 336
157,5 - 160,5	159	6	954	151 686
160,5 - 163,5	162	7	1 134	183 708
163,5 - 166,5	165	9	1 485	245 025
166,5 - 169,5	168	6	1 008	169 344
169,5 - 172,5	171	3	513	87 723
172,5 - 175,5	174	4	696	121 104
175,5 - 178,5	177	1	177	31 329
		40	6 576	1 082 664

$$\text{MEDIA: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6\,576}{40} = 164,4 \text{ cm}$$

$$\text{VAR.: } \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{1\,082\,664}{40} - 164,4^2 = 39,24$$

$$\text{DESVIACIÓN TÍPICA: } \sigma = \sqrt{39,24} = 6,26 \text{ cm}$$

$$\text{C.V.} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6,26}{164,4} = 0,038 \rightarrow 3,8\%$$

2.ª distribución

INTERVALOS	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
147,5 - 151,5	149,5	2	299	44 700,5
151,5 - 155,5	153,5	1	153,5	23 562,25
155,5 - 159,5	157,5	4	630	99 225
159,5 - 163,5	161,5	10	1 615	260 822,5
163,5 - 167,5	165,5	12	1 986	328 683
167,5 - 171,5	169,5	6	1 017	172 381,5
171,5 - 175,5	173,5	4	694	120 409
175,5 - 179,5	175,5	1	177,5	31 506,25
		40	6 572	1 081 290

$$\text{MEDIA: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6 572}{40} = 164,3 \text{ cm}$$

$$\text{VAR.: } \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{1 081 290}{40} - 164,3^2 = 37,76$$

$$\text{DESVIACIÓN TÍPICA: } \sigma = \sqrt{37,76} = 6,14 \text{ cm}$$

$$\text{C.V.} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6,14}{164,3} = 0,037 \rightarrow 3,7\%$$

Como se puede ver, las diferencias entre unas y otras son inapreciables.

PÁGINA 195

1 En la siguiente distribución de notas, halla Me , Q_1 , Q_3 , p_{80} , p_{90} y p_{99} .

NOTAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N.º DE ALUMNOS	7	15	41	52	104	69	26	13	19	14

$Me = p_{50} = 5$, porque F_i supera el 50% para $x_i = 5$.

$Q_1 = p_{25} = 4$, porque F_i supera el 25% para $x_i = 4$.

$Q_3 = p_{75} = 6$, porque F_i supera el 75% para $x_i = 6$.

$p_{80} = 6,5$, porque para $x_i = 6$, la F_i iguala al 80%. En ese caso, se toma como p_{80} el valor intermedio entre 6 y 7.

$p_{90} = 8$, porque para $x_i = 8$, F_i supera el 90%.

$p_{99} = 10$, porque para $x_i = 10$, F_i supera el 99%.

x_i	f_i	F_i	EN %
1	7	7	1,94
2	15	22	6,11
3	41	63	17,5
4	52	115	31,94
5	104	219	60,83
6	69	288	80
7	26	314	87,22
8	13	327	90,83
9	19	346	96,11
10	14	360	100

PÁGINA 197

1 Haz el diagrama de caja correspondiente a esta distribución de notas.

x_i	f_i
1	6
2	15
3	22
4	24
5	33
6	53
7	22
8	16
9	8
10	1

x_i	f_i	F_i
1	6	6
2	15	21
3	22	43
4	24	67
5	33	100
6	53	153
7	22	175
8	16	191
9	8	199
10	1	200

Comenzamos hallando Me , Q_1 y Q_3 :

$$n = 200$$

$$\frac{n}{2} = 100 \rightarrow Me = 5,5$$

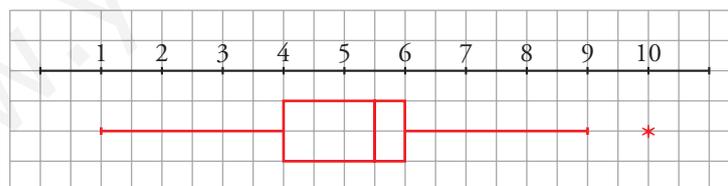
$$\frac{n}{4} = 50 \rightarrow Q_1 = 4$$

$$\frac{3}{4} \cdot n = 150 \rightarrow Q_3 = 6$$

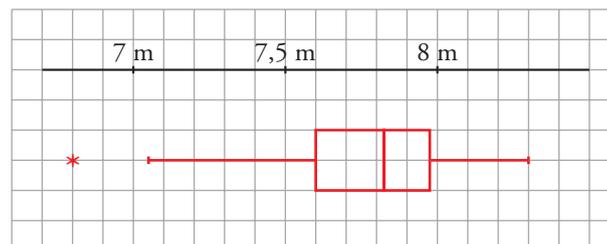
La longitud de la caja será $Q_3 - Q_1 = 6 - 4 = 2$.

$1,5 \cdot 2 = 3 \rightarrow$ Los bigotes llegarán hasta $4 - 3 = 1$ y hasta $6 + 3 = 9$.

Por tanto, el diagrama de caja y bigotes será:



2 Interpreta el siguiente diagrama de caja relativo a marcas de saltadores de longitud.



$$Me = 7,825 \text{ m}; Q_1 = 7,6 \text{ m}; Q_3 = 7,975 \text{ m}$$

Todos saltaron entre 7,05 m y 8,3 m, excepto uno que saltó 6,8 m.

Un 25% de los saltadores saltó menos de 7,6 m.

Un 25% saltó entre 7,6 m y 7,825 m.

Un 25% saltó entre 7,825 m y 7,975 m.

Un 25% saltó más de 7,975 m.

PÁGINA 198

- 1** Un fabricante de tornillos desea hacer un control de calidad. Recoge uno de cada 100 tornillos fabricados y lo analiza. El conjunto de tornillos analizados, ¿es población o muestra? ¿Por qué?

Los tornillos analizados constituyen una muestra, pues solo se analiza uno de cada cien tornillos fabricados.

- 2** Un fabricante de vasos de vidrio quiere estudiar la resistencia que presentan a la rotura. El procedimiento consiste en someterlos a presiones paulatinamente crecientes hasta que se parten. ¿Puede hacer el estudio sobre la población o debe recurrir a una muestra? ¿Por qué?

Sí, debe recurrir a una muestra porque el proceso de estudio es destructivo.

- 3** Un campesino posee 127 gallinas. Para probar la eficacia de un nuevo tipo de alimentación, las pesa a todas antes y después de los veinte días que dura el tratamiento. El conjunto de esas 127 gallinas, ¿es población o muestra? ¿Por qué?

Es una población, pues el análisis se hace sobre las 127 gallinas del campesino. Ahora bien, si de ese estudio se pretende sacar conclusiones para el conjunto de todas las gallinas de España, o de Europa, o del mundo, estaríamos hablando de una muestra.

PÁGINA 200

- 4** Se les ha pasado un test a los 64 individuos de una muestra seleccionada aleatoriamente. Con los resultados obtenidos se ha llegado a la siguiente conclusión: “La puntuación media que alcanzarían los individuos de toda la población si se les pasara este test estaría entre 42,7 puntos y 44,1 puntos. Y esto lo podemos afirmar con un nivel de confianza del 95%”.

a) Si el intervalo que se diera fuera 42-44,8, el nivel de confianza sería del...

- 90%
- 95%
- 98%

b) Si quisiéramos un nivel de confianza del 99% y un intervalo de la misma amplitud, ¿cómo tendría que ser la muestra?

- De menos de 64
- De 64
- De más de 64

a) 98%, pues al ampliar la longitud del intervalo, también aumenta el nivel de confianza.

b) De más de 64, pues cuanto mayor es la muestra, mayor es el nivel de confianza.