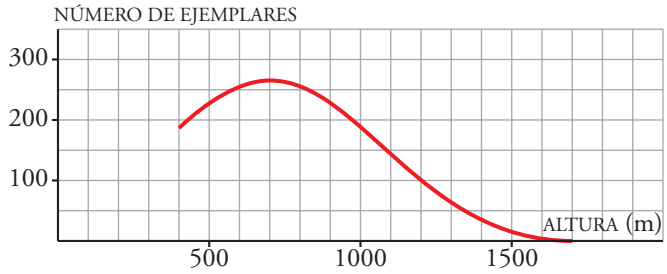
PÁGINA 84

En una comarca hay una cierta especie de vegetal que se encuentra con frecuencia. Se ha estudiado la *cantidad media de ejemplares por hectárea* que hay a distintas *alturas*. El resultado se da en la gráfica siguiente:



1 **¿Cuál es el número medio de ejemplares a 500 m? ¿Y a 1 200 m? ¿A qué altura hay mayor número de ejemplares?**

A 500 m, unos 225 ejemplares.

A 1 200 m, unos 100 ejemplares.

A una altura de 700 m es donde más ejemplares encuentran.

2 **En otra comarca de características similares hay alturas de 2 000 m. ¿Cuántos ejemplares de esas plantas crees que se encontrarán en esas cotas?**

En esas cotas no encontrarán ejemplares.

3 **Haz una descripción global de la función, de modo que se diga con brevedad cómo evoluciona el *número de ejemplares por hectárea* con la *altura*.**

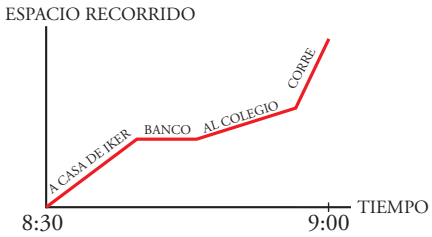
A unos 400 m encuentran, de media, algo menos de 200 ejemplares. A partir de esta altura, según ascienden, el número de ejemplares aumenta, hasta llegar al máximo de unos 260 a los 700 m. A partir de esta altura, el número de ejemplares desciende según aumenta la altura, hasta que en la cota de 1 700 m no encuentran ejemplares.

PÁGINA 85

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

1 **Haz una gráfica en la que se vea representado el recorrido de Alberto, desde su casa hasta el colegio, en función del tiempo:**

De casa salió a las 8:30 y fue sin parar hasta casa de su amigo Íker. Lo esperó un rato sentado en el banco y luego se fueron juntos, muy despacio, hacia el colegio. Cuando ya estaban llegando, se dio cuenta de que se había dejado la cartera en el banco; volvió corriendo, la recogió y llegó al colegio a las 9 en punto.



2 • **Di cuánto cuesta dejar el coche:**

TABLA DE PRECIOS: APARCAMIENTO "LA TRANQUERA"	
PRIMERA HORA:	Gratis
SEGUNDA HORA:	0,5 €
TERCERA HORA:	1 €
CUARTA HORA EN ADELANTE:	2 € más por cada hora
ESTANCIA MÁXIMA:	10 horas

a) 0,5 horas **b) 1,5 horas** **c) 2,5 horas** **d) 5,5 horas**

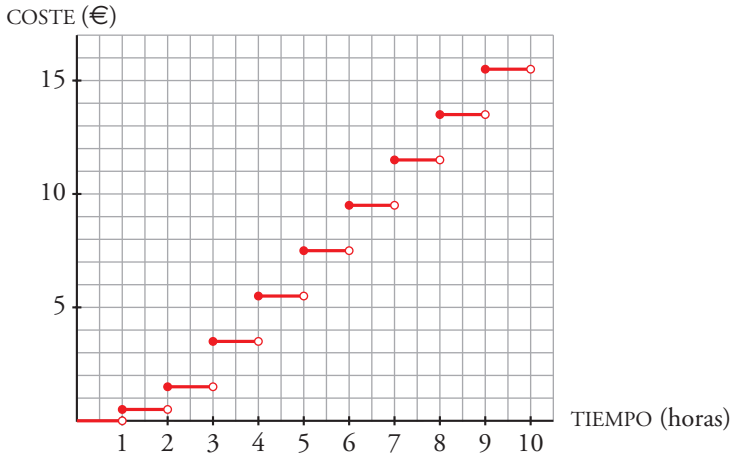
• **Representa gráficamente la variación del coste en función del tiempo.**

a) 0 €

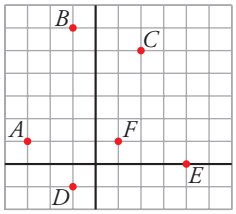
b) 0,5 €

c) 1,5 €

d) 7,5 €



3 **Di el valor de la pendiente de cada uno de los siguientes segmentos:**



AB, BC, CD, DF, FE

$AB \to \frac{5}{2}$ $\quad BC \to -\frac{1}{3}$ $\quad CD \to 2$ $\quad DF \to 1$ $\quad FE \to -\frac{1}{3}$

4 **Calcula el valor de la pendiente de cada segmento, *PQ, QR, RS, ST, TQ,* conociendo las coordenadas de sus extremos:**

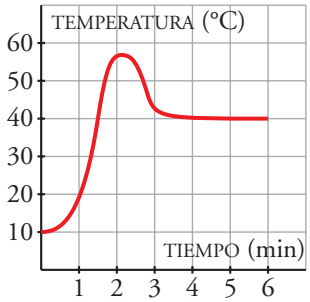
$$P(-4, 1),\ Q(1, 6),\ R(5, 4),\ S(6, -2),\ T(-2, -2)$$

$PQ \to \frac{6-1}{1+4} = \frac{5}{5} = 1$ $\quad QR \to \frac{4-6}{5-1} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$RS \to \frac{-2-4}{6-5} = -6$ $\quad ST \to \frac{-2+2}{-2-6} = 0$ $\quad TQ \to \frac{-2-6}{-2-1} = \frac{8}{3}$

PÁGINA 86

1 **La gráfica describe la temperatura a la que sale el agua de un grifo que está un rato abierto.**



a) ¿Cuáles son las dos variables?

b) Explica por qué es una función.

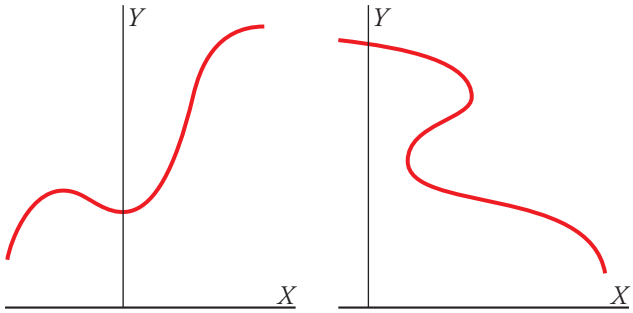
c) ¿Cuáles son el dominio de definición y el recorrido?

a) Variable independiente $\to$ tiempo (min)
Variable dependiente $\to$ temperatura (°C)

b) Para cada valor del tiempo hay un único valor de temperatura.

c) Dominio = [0, 6]
Recorrido = [10, 58]

2 **Una de estas dos gráficas corresponde a una función, y la otra, no. Identifica cada cual, razonadamente.**

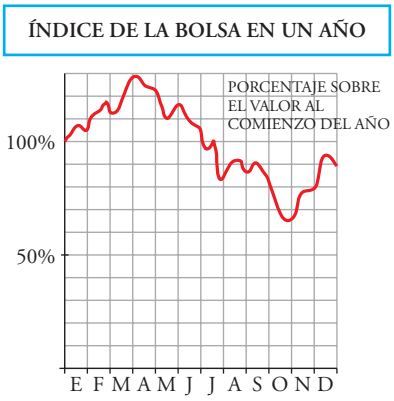


La gráfica de la izquierda es una función: a cada valor de x le corresponde un único valor de y.

La gráfica de la derecha no es función: hay valores de x a los que les corresponde 2 ó 3 valores de y.

PÁGINA 87

1 **Vamos a analizar la gráfica correspondiente al índice de la bolsa:**



a) ¿Te parece razonable que la gráfica arranque exactamente del valor 100?

b) El máximo anual fue del 128%. ¿En qué momento ocurrió? Contesta aproximadamente.

c) ¿Cuál fue el mínimo anual? ¿En qué momento sucedió?

d) ¿Cuál fue el valor de la bolsa a final de año?

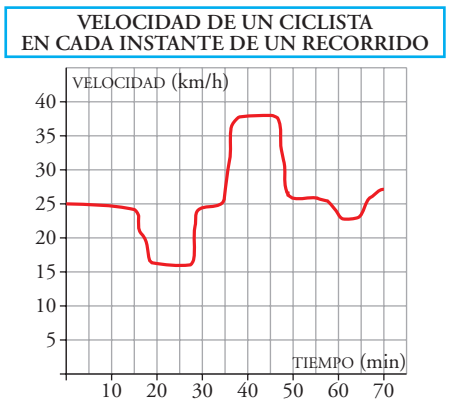
a) Sí. La gráfica marca el "porcentaje sobre el valor al comienzo del año", y al comienzo del año debe estar al 100%.

b) En los comienzos del mes de abril.

c) El mínimo anual fue del 65%, aproximadamente. Ocurrió a finales del mes de octubre.

d) A final de año el valor era de un 90%.

2 **Vamos a analizar la gráfica que describe la velocidad del ciclista:**



a) ¿Cuánto tiempo tarda en hacer el recorrido?

b) En los primeros 15 minutos circula en llano. ¿A qué velocidad lo hace? ¿Qué distancia recorre?

c) Entre los 18 y los 22 minutos va cuesta arriba. Di a qué velocidad.

d) Señala un intervalo de 5 minutos en el que marcha cuesta abajo. ¿A qué velocidad lo hace?

a) 70 minutos = 1 h 10 min.

b) Aunque al final de esos 15 minutos la velocidad decae un poco, consideraremos que va, durante todo ese tiempo, a 25 km/h. En esos 15 minutos recorre:

$$\frac{25}{4} \text{ km} = 6{,}25 \text{ km}$$

c) Cuando empieza la subida va a 20 km/h y desciende su velocidad en ese tramo de tiempo hasta llegar a, aproximadamente, unos 16 km/h.

d) Entre los minutos 35 y 40. Comienza a una velocidad de 25 km/h y acaba a 38 km/h.

PÁGINA 88

3 **Halla la cuota que corresponde a cada una de las siguientes bases liquidables:**

a) 2 500 € **b) 12 640 €**

c) 25 000 € **d) 93 000 €**

a) 15% de 2 500 € = 375 €

b) 12 640 – 4 000 = 8 640

25% de 8 640 = 8 640 · 0,25 = 2 160

2 160 + 600 = 2 760 €

c) 25 000 – 14 000 = 11 000

11 000 · 0,28 = 3 080

3 080 + 3 000 = 6 080 €

d) 93 000 – 46 000 = 47 000

47 000 · 0,45 = 21 150

21 150 + 13 760 = 34 910 €

PÁGINA 89

4 **En el EJEMPLO 1, calcula la distancia de frenada para velocidades de 10, 40, 80, 100, 120, 150 y 200 km/h.**

¿A qué velocidad corresponde una distancia de 60 m?

$v = 10$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 100 + 0{,}21 \cdot 10 = 2{,}84$ m

$v = 40$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 1\,600 + 0{,}21 \cdot 40 = 20{,}24$ m

$v = 80$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 6\,400 + 0{,}21 \cdot 80 = 64{,}16$ m

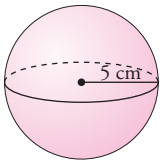
$v = 100$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 10\,000 + 0{,}21 \cdot 100 = 95$ m

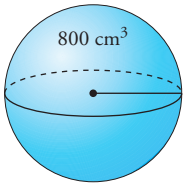
$v = 120$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 14\,400 + 0{,}21 \cdot 120 = 131{,}76$ m

$v = 150$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 22\,500 + 0{,}21 \cdot 150 = 198$ m

$v = 200$ km/h $\rightarrow$ $d = 0{,}0074 \cdot 40\,000 + 0{,}21 \cdot 200 = 338$ m

5 **En el EJEMPLO 2, halla el volumen de una esfera de radio 5 cm y el radio de una esfera de volumen 800 cm^3.**





$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3 \approx 523{,}6 \text{ cm}^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2\,400}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{600}{\pi}} \text{ cm} \approx 5{,}76 \text{ cm}$$

6 **Halla (EJEMPLO 3) el periodo de un péndulo de 1 m de largo. Se dice que ese péndulo "bate segundos". ¿Es razonable la expresión?**

$T = \sqrt{4} = 2$ s

La expresión "bate segundos" es razonable: en cada oscilación, la ida la hace en 1 segundo y la vuelta en otro segundo.

1 **Calcula el tamaño aparente, A, de un objeto (EJEMPLO 4) para los siguientes valores de d:**

0; 0,5; 1; 1,5; 1,9; 1,99.

Para $d = 4$ se obtiene $A = -1$. Eso significa que el objeto se ve del mismo tamaño, pero invertido. Interpreta los valores de A para d:

10; 5; 2,5; 2,1; 2,01.

$d = 0 \rightarrow A = 1$

$d = 0{,}5 \rightarrow A = 4/3$

$d = 1 \rightarrow A = 2$

$d = 1{,}5 \rightarrow A = 4$

$d = 1{,}9 \rightarrow A = 20$

$d = 1{,}99 \rightarrow A = 200$

$d = 10 \rightarrow A = -1/4$. El objeto se ve a 1/4 de su tamaño, e invertido.

$d = 5 \rightarrow A = -2/3$. El objeto se ve a 2/3 de su tamaño, e invertido.

$d = 2{,}5 \rightarrow A = -4$. El objeto se ve a 4 veces su tamaño, e invertido.

$d = 2{,}1 \rightarrow A = -20$. El objeto se ve a 20 veces su tamaño, e invertido.

$d = 2{,}01 \rightarrow A = -200$. El objeto se ve a 200 veces su tamaño, e invertido.

PÁGINA 90

1 **Halla el dominio de definición de:**

a) $y = \dfrac{1}{x^2 + 2x - 8}$

b) $y = \sqrt{x - 5}$

c) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x - 5}}$

a) $x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \dfrac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$

$Dom\ y = (-\infty, -4) \cup (-4, 2) \cup (2, +\infty)$

b) $x - 5 \geq 0 \rightarrow x \geq 5$

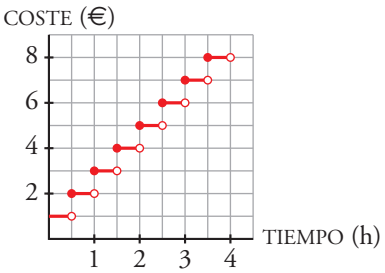
$Dom\ y = [5, +\infty)$

c) $x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$

$Dom\ y = (5, +\infty)$

PÁGINA 91

1 **Construye una función similar a la ①, pero para el caso de que se pague 1 euro cada media hora. ¿Cuál de las dos opciones de pago te parece más justa?**



Esta opción de pago es más justa que la del ejemplo.

2 **Analiza la función ③ para valores "próximos a 2". Comprueba que cuando x vale 1,9; 1,99; 1,999; 2,01; 2,001, la y toma valores "muy grandes".**

$$x = 1{,}9 \rightarrow y = \frac{1}{(1{,}9-2)^2} = 100$$

$$x = 1{,}99 \rightarrow y = \frac{1}{(1{,}99-2)^2} = 10^4$$

$$x = 1{,}999 \rightarrow y = \frac{1}{(1{,}999-2)^2} = 10^6$$

$$x = 2{,}01 \rightarrow y = \frac{1}{(2{,}01-2)^2} = 10^4$$

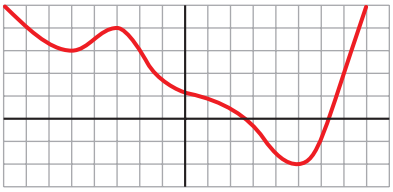
$$x = 2{,}001 \rightarrow y = \frac{1}{(2{,}001-2)^2} = 10^6$$

PÁGINA 92

1 **De la función de la derecha di:**

a) En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente.

b) Cuáles son sus máximos y sus mínimos relativos.



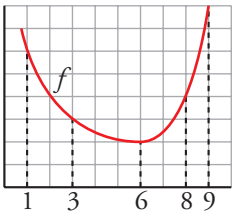
a) Crece en $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$.

Decrece en $(-\infty, -5) \cup (-3, 5)$.

b) Máximo relativo en el punto $(-3, 5)$.

Mínimos relativos en los puntos $(-5, 3)$ y $(5, -2)$.

PÁGINA 93

2 

Halla la tasa de variación media (T.V.M.) de la función *f* representada, en los intervalos [1, 3], [3, 6], [6, 8], [8, 9] y [3, 9].

T.V.M. [1, 3] = $\frac{3-6}{3-1} = \frac{-3}{2}$

T.V.M. [3, 6] = $\frac{2-3}{6-3} = -\frac{1}{3}$

T.V.M. [6, 8] = $\frac{4-2}{8-6} = 1$

T.V.M. [8, 9] = $\frac{8-4}{9-8} = 4$

T.V.M. [3, 9] = $\frac{8-3}{9-3} = \frac{5}{6}$

3 **Halla la T.V.M. de la función $y = x^2 - 4x + 5$ (EJERCICIO RESUELTO 2) en [0, 2], [1, 3] y [1, 4].**

T.V.M. [0, 2] = $\frac{1-5}{2} = -2$

T.V.M. [1, 3] = $\frac{2-2}{3-1} = 0$

T.V.M. [1, 4] = $\frac{5-2}{4-1} = 1$

4 **Halla la velocidad media de la piedra del EJERCICIO RESUELTO 3 en los intervalos [0, 1], [0, 3], [3, 4] y [4, 8].**

T.V.M. [0, 1] = $\frac{35-0}{1-0} = 35$

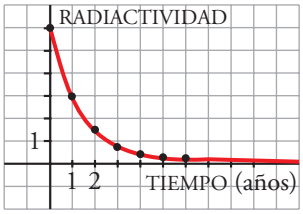
T.V.M. [0, 3] = $\frac{75-0}{3-0} = 25$

T.V.M. [3, 4] = $\frac{80-75}{4-3} = 5$

T.V.M. [4, 8] = $\frac{0-80}{8-4} = -20$

PÁGINA 95

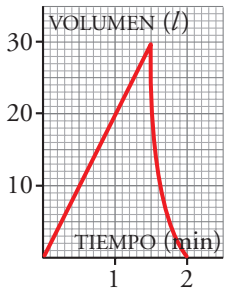
1 **La cantidad de radiactividad que posee una sustancia se reduce a la mitad cada año. La gráfica adjunta describe la cantidad de radiactividad que hay en una porción de esa sustancia al transcurrir el tiempo.**



¿A cuánto *tiende* la radiactividad con el paso del tiempo?

La radiactividad, con el paso del tiempo, tiende a cero.

2 **La cisterna de unos servicios públicos se llena y se vacía, automáticamente, cada dos minutos, siguiendo el ritmo de la gráfica adjunta.**

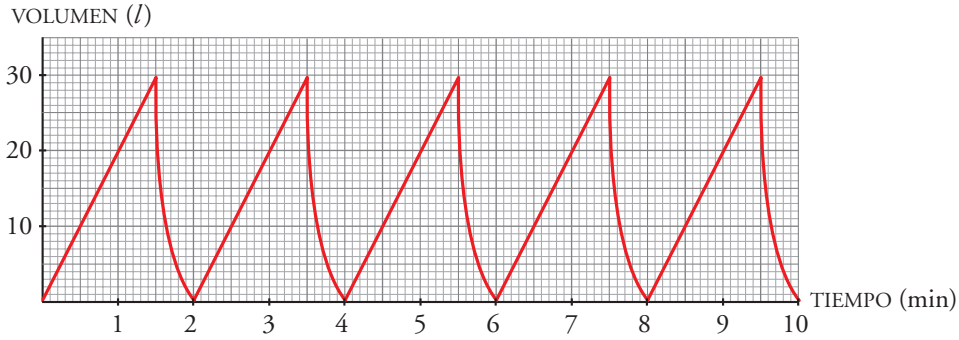


a) Dibuja la gráfica correspondiente a 10 min.

b) ¿Cuánta agua habrá en la cisterna en los siguientes instantes?

I) 17 min **II) 40 min 30 s** **III) 1 h 9 min 30 s**

a)



b) I) $f(17) = f(1) = 20$ litros

II) $f(40 \text{ min } 30 \text{ s}) = f(30 \text{ s}) = 10$ litros

III) $f(1 \text{ h } 9 \text{ min } 30 \text{ s}) = f(1 \text{ min } 30 \text{ s}) = 30$ litros